Simonyi Károly (1916–2001)

Egyházasfaluban született, Sopron vármegyében, 1916. október 18-án. Édesapja meghalt, még mielőtt ő, a hetedik gyerek, megszületett volna. Mire iskolába kezdett járni, a falu egyetlen, kéttantermes iskolájába, az országhatár is közelebb jött hozzá, a falutól alig néhány kilométerre húzták meg Ausztria határát.

A tehetséges kisgyerekre az iskolát látogató plébános figyelt fel, az ő segítségével került Budapestre, távoli rokonokhoz, gazdag nevelőszülőkhöz. Tízéves korában beíratták az óbudai Árpád Reálgimnáziumba, ahol hamarosan kitűnt matematikából és fizikából. A Faragó Andor által újra indított Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapokat mégsem az iskolában adták a kezébe, hanem nevelőapjától kapta, aki a Ganz gyár jónevű mérnöke, Kandó Kálmán munkatársa volt. Akkor már egyik bátyja is vele lakott a nevelőszülőknél, s a két testvér egymással versengve oldotta meg a kitűzött feladatokat, s küldte be a megoldásokat Faragó Andor lakására – ott volt akkor a „szerkesztőség". Faragó Andor vezette be, hogy évente egyszer a legjobb megoldók fényképeit is közli az újság, így került a 15 éves Kari gyerek portréja is az 1931. évi összeállításba.

Érettségi után két egyetemet végzett el párhuzamosan – anélkül, hogy erről bármelyik helyen tudtak volna: Pécsett jogi diplomát szerzett, Budapesten pedig villamosmérnökit. A műszaki egyetemen akkoriban jött létre – az Egyesült Izzó anyagi támogatásával – a Bay Zoltán vezette atomfizika tanszék. Nemsokára Simonyi Károly is itt dolgozott.

Kitört a második világháború. A Bay-csoport honvédelmi minisztériumi megbízással a radar hazai kifejlesztésén dolgozott. Semmi együttműködés senkivel – mindent maguknak kellett kitalálniuk. Bay Zoltán a csoportba több zsidó mérnököt és szakmunkást is bevett, sokuk életét mentette meg így. A háború végén már ez se működött: volt, akinek bujkálnia kellett, volt akit azonnal kivittek a frontra. Simonyi rövidesen amerikai, majd szovjet hadifogságba került, ahol 40 kilóra lefogyott, de megtanult oroszul.

Amikor hazakerült, bekapcsolódott a Bay Zoltán vezette Hold-radar kísérletbe, majd megpályázta s elnyerte a soproni egyetem fizika-elektrotechnika tanszékét. (Később a tanszéket kettéosztották, Simonyi az elektrotechnikát kapta meg...) Itt tervezte meg azt a van de Graaff rendszerű 1 MeV-es részecskegyorsítót, amelyért 1952-ben Kossuth-díjat kapott. Ezt a soproni gyorsítót alig hogy felépítették, már le is szerelték s felvitték Budapestre. A Központi Fizikai Kutatóintézetben állították fel újra, alapkutatásokat végeztek vele. Simonyi Károly az Intézet egyik igazgatóhelyettese lett.

1956-ban megválasztották a KFKI forradalmi bizottsága elnökének. A forradalom leverése után csakhamar „megfagyott körülötte a levegő". Önként távozott, majd 1970-ben kiderült, hogy a BME-n se tarthatja meg tanszékét. Akkor már tudni lehetett, hogy idősebbik fia, aki nyugati egyetemeken tanult, nem fog visszatérni Magyarországra. (Ő az a Charles Simonyi, aki ma a Microsoft egyik vezető szakembere az Egyesült Államokban.)

KöMaL – 2001/8 FIZ0108 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:50 (1. lap)

Állami feladatként megkapta az országos fizika-felvételi bizottság elnöki tisztét. Egyetemista diákjai, akik rajongtak érte, felkérték, hogy tartson számukra előadást a Várban, a BME ottani kollégiumában a fizikáról. Simonyi kultúrtörténeti háttérbe ágyazva adta elő a témát, nagy sikerrel. Még egy és még egy előadásra kérték fel az egyetemisták, s a hallgatóság soraiban mind több érdeklődő jelent meg.

1975 tavaszán már az ELTE TTK Múzeum-körúti Főépületében, a 200 fős XI. teremben tartott speciális előadást „A fizika kultúrtörténete” címmel. A siker nem maradt el, még a fal mellett is álltak. Átjöttek a mérnökhallgatók, de eljött sok aktív fizikatanár is a budapesti gimnáziumokból. Három sikeres félév után, 1976 nyarán Simonyi hozzáfogott „A fizika kultúrtörténete” megírásához. Először 1978-ban jelent meg a könyv, azután 1981-ben, 1986-ban (mindig át- meg átdolgozva), és jöttek a német nyelvű átdolgozások. Az 1952-es Kossuth-díjat *a fizikai kutatások szempontjából nagy jelentőségű gyorsító berendezés hazai eszközökkel való megépítéséért, 1985-ben követte az Állami díj nemzetközileg is elismert tankönyv- és szakírói tevékenységéért, különösen „A fizika kultúrtörténete” című művéért, valamint kiemelkedő pedagógiai munkásságáért.*

Ezen a helyen érdemes megemlíteni, hogy a könyvbe bekerült az akkor legfrissebb felvételi feladatsor is fizikából. Így beszélt erről 1979-ben Simonyi Károly:

„Végül egy félreértést szeretnék eloszlatni. Könyvemben szerepel egy 1976-os egyetemi felvételi feladatlap fényképe; nagy piros számokkal ráírtuk a fizikafeladatokra azokat az éveket, amikor már ismertek voltak az adott feladat megoldásához szükséges törvényszerűségek. Kiderült, hogy 1690-ben egy művelt ifjú már bejuthatott volna a mai fizikus szakra, vagy a műegyetemre (legalábbis az írásbeli alapján.) Ez azután úgy terjedt tovább, hogy Rákóczinak egy tüzér hadnagya – aki bizonyosan művelt fiatalember volt – bejuthatott volna egyetemünkre! Ez magyarán azt jelenti, hogy felvételi rendszerünk elavult, ősi példákat adunk fel, nem haladunk a korral. Sokan azt gondolhatnák, kipellengéreztem, jól megsértettem a feladatok készítőit. Nem ez volt a célom, hiszen akkor a felvételi feladatokat kitűző bizottság elnöke éppen én voltam. Nem állt szándékomban bizonygatni, hogy rossz a felvételi rendszerünk – persze azt sem állítom, hogy jó. Inkább azt akartam kifejezni, hogy az alapösszefüggések fejlődési üteme nem gyors, rájuk nem vonatkozik az információrobbanás. Ahogyan haladunk előre, az igazi alapok nem bonyolódnak.” (Staar Gyula: De mi az igazság... Beszélgetések Simonyi Károllyal. Közlöny- és Lapkiadó, Budapest, 1996.)

A 90-es években Simonyi Károly teljesen visszavonult minden nyilvános szerepléstől – irtózott az ünnepléstől, s romló egészségi állapotára is joggal hivatkozhatott. Akiknek szerencséjük volt őt otthonában meglátogatniuk, élvezték csillogó szellemét, mély humanizmusát, most fájdalommal és keserűen veszik tudomásul az élet konok rendjét s a tényt: 2001. október 9-én Simonyi Károly örökre itt hagyott bennünket. Velünk marad azonban a professzor sok-sok írása, könyve, köztük „A fizika kultúrtörténete”, s az elkezdett, de már be nem fejezett folytatás: „A magyar fizika kultúrtörténete”.

Emlékezetünkben megőrizzük Simonyi Károlyt, a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok egykori megoldójából lett humanista tudóst, a 20. század egyik utolsó polihisztorát.

Radnai Gyula

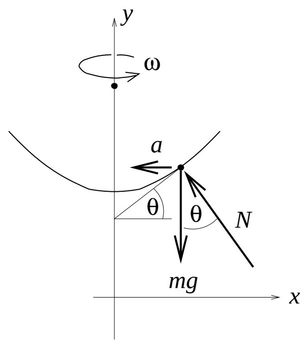
A 32. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatainak megoldása[1]

Kísérleti forduló

Forgó folyadék

1. rész: g *Meghatározása forgó folyadék segítségével*

Tekintsük a forgó folyadéknak egy kicsiny, meghatározott m tömegű, folyadék felszínén elhelyezkedő „darabkáját”, és írjuk fel ezen folyadékmennyiség mozgásegyenletét! A kiszemelt anyagdarabkára a függőleges mg gravitációs erő és a környező folyadék által a felületre merőlegesen kifejtett ereje hat. Ezen két erő eredője vízszintes kell legyen (hiszen a folyadékdarabka vízszintes síkban x sugarú körpályán mozog), s az eredő nagysága — Newton II. törvénye értelmében — $mx\omega^2$. Az *1. ábráról* leolvashatjuk, hogy a folyadék felszínének meredekségét valóban a megadott $\operatorname{tg}\theta = \omega^2 x/g$ összefüggés adja meg.

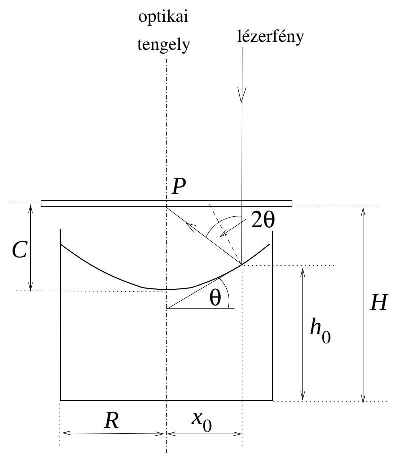


1. ábra

A feladat útmutatásait követve — a geometriai távolságokat vonalzóval, a forgás szögsebességét stopper segítségével mérve — függőlegesen beeső lézersugár visszaverődéséből a

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{x_0}{H - h_0} = \frac{R}{\sqrt{2}(H - h_0)}$$

összefüggésnek megfelelően (*2. ábra*) meghatározhatjuk különböző ω-k esetén a θ szöget. (Erre a részfeladatra csak az a versenyző kaphatott maximális pontszámot, aki legalább 6 „kellően különböző” szögsebességnél mért, és mindegyik — már stabilizálódott — forgásnál úgy járt el, hogy a kisebb szögsebességeknél legalább 10, gyorsabb forgásnál pedig legalább 15–20 körülfordulás idejéből számította ki a szögsebességet.) Ha a mért geometriai adatokból kiszámított $\operatorname{tg}\theta$-t a szögsebesség négyzetének függvényében ábrázoljuk, és a kapott (becsült mérési hibákat is feltüntető) „pontokra” egyenest illesztünk, akkor ennek az egyenesnek a meredeksége a megadott képlet szerint (egy arányossági tényezőtől eltekintve) éppen a nehézségi gyorsulás *mért* értékét szolgáltatja. Az illesztett egyenes meredekségének (akár szabad szemmel leolvasható, akár az egyes pontok pontatlanságából zsebszámológéppel



2. ábra

[1] A feladatok szövegét a KöMaL októberi számában közöltük.

kiszámítható) bizonytalansága megadja g mérési hibájának nagyságrendjét is. A rendelkezésre álló eszközökkel kapható tipikus mérési eredmény: $g = 980 \pm 30\ \mathrm{cm/s^2}$.

2. rész: *Optikai rendszer*

a) *A fókusztávolság vizsgálata*

Az ernyőt meghatározott H magasságban tartva a motor fordulatszámát óvatosan növelve megkereshető az a szögsebesség, amely mellett a (függőleges) optikai tengellyel párhuzamosan beeső lézerfény visszaverődve éppen az optikai tengelynél metszi az ernyőt. A leképező rendszer C fókusztávolsága jó közelítéssel $(H - h_0)$-nak vehető (hiszen a folyadék „behorpadása” általában elhanyagolhatóan kicsiny a fókusztávolság mellett). A mérési adatok szerint a fókusztávolság és a szögsebesség közötti kapcsolat $C \propto \omega^{-2}$ jellegű. Ezt a sejtést empirikusan úgy igazolhatjuk, hogy $1/C$-t ω^2 függvényében ábrázoljuk, és megnézzük, milyen pontossággal illeszthető a mérési adatokra egyenes.

Az adatok kiértékelését úgy is elvégezhetjük, hogy a folyadéktükör f fókusztávolsága és az ω szögsebesség közötti kapcsolatot $f = A \cdot \omega^n$ alakban keressük, ahol A és n meghatározandó állandók. A mérési adatokból kiszámítható $\log f$-t ábrázolhatjuk $\log \omega$ függvényében, s ha valóban a feltételezett kapcsolat áll fenn f és ω között, akkor egy n meredekségű egyenest várhatunk. Az ilyen módon kiértékelt adatokból n (meglehetősen nagy bizonytalansággal) $-1{,}7$ körüli értéknek adódott. (A versenyen a $-2 < n < -1{,}6$ tartományba eső értékeket fogadták el reális mérési eredményként.)

Megjegyzés. A fókusztávolság és a szögsebesség közötti kapcsolat elméleti megfontolásokkal is alátámasztható. A forgó folyadék felszínét jellemző $y = y_0 + x^2/(4C)$ egyenletet differenciálva és az $y' = \operatorname{tg}\theta = (x/g)\omega^2$ képlettel egybevetve leolvashatjuk, hogy $1/C$ valóban arányos ω^2-tel, s az arányossági tényező $2/g$.

Ugyanehhez az eredményhez differenciálszámítás nélkül is eljuthatunk, ha meggondoljuk, hogy a forgó folyadékhoz rögzített koordináta-rendszerben a folyadék minden része, így a felszínén lévő „darabkái” is egyensúlyban vannak. A felszínen (a forgástengelytől x távolságban, az edény aljától pedig y magasságban) levő m tömegű anyagdarabka mgy gravitációs helyzeti energiával, a $D = -m\omega^2$ „rugóállandóval” jellemezhető „centrifugális erőtérben” pedig $Dx^2/2 = -m\omega^2x^2/2$ potenciális energiával rendelkezik. Egyensúlyi állapotban a folyadék felszíne ekvipotenciális, a felület mentén a folyadékdarabkák összenergiája mindenhol ugyanakkora:

$$mgy - \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \text{konstans},$$

azaz

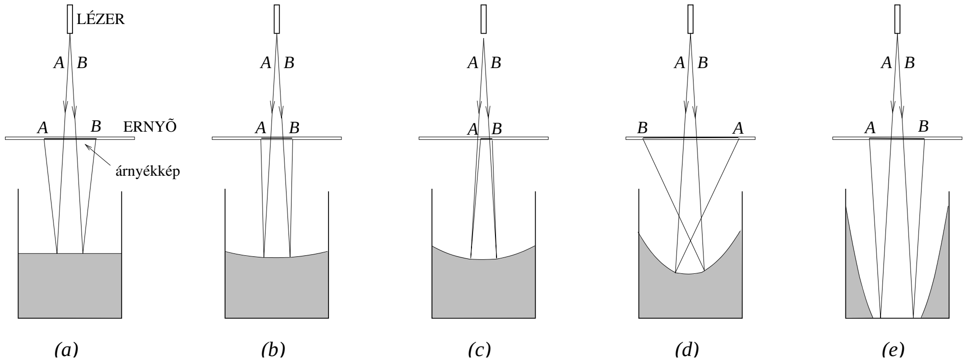
$$y = \frac{\omega^2x^2}{2g} + y_0.$$

Ezt a kifejezést a parabola fókusztávolságot is tartalmazó egyenletével összevetve megkapjuk, hogy $1/C = 2\omega^2/g$. A fenti elméleti megfontolások nem képezték a mérési feladat részét, levezetésüket nem várták el a versenyzőktől.

b) *Az ernyőn látható „kép” analízise*

A lézer fejére erősíthető betét egy rövid fókusztávolságú kicsiny lencsét tartalmazott, amely a lézer párhuzamos fénysugarait széles szögtartományban szétszórta. A szétfutó fény útjába (még a betétrész belsejében) egy jellegzetes alakban (pl. félhold formájában) kivágott árnyékvető lemezkét helyeztek, így az áttetsző papírra (ernyőre) eső lézerfény megjelenítette az árnyékvető lemezke alakját. Ez a megjelenítés azonban különbözik az optikai leképező rendszerek szokásos képalkotásától, erre utalt a „kép” szónál az idézőjel. A fényforrásból széttartóan kiinduló sugarak *nem az ernyőnél* metszik egymást, ott tehát nem az optikai képalkotás törvényeinek megfelelő képet, hanem csupán árnyékjelenséget látunk. A forgó folyadék parabolatükre magát a fényforrást (és az árnyékvető betétrészt) képezi le, s az ernyőn kialakuló árnyékkép olyan lesz, mintha a lézer nem az eredeti helyén, hanem a leképezett helyzetében lenne.

Az ernyőn megjelenő „direkt árnyékkép”, illetve a forgó folyadékról visszavert árnyékkép állását és nagyságát tekintve is különbözhet. Az álló folyadék felszíne síktükörként viselkedik, ilyenkor az ernyőn látszó tükrözött árnyékkép a direkt árnyékképpel egyező állású, de annál nagyobb méretű (*3.a ábra*). Az igazi (a sugarak metszéspontjában képződő) optikai kép virtuális (és nem az ernyőn keletkezik).



3. ábra

A szögsebességet lassan növelve a fókusztávolság csökken, a lézerfej optikai képe egyre messzebb kerül (de továbbra is virtuális). A tükröződött árnyékkép mérete a szögsebesség növekedtével egyre csökken, állása a direkt árnyékképpel megegyező (*3.b ábra*). Hasonló a helyzet akkor is, amikor a folyadék fordulatszáma már olyan nagy, hogy a lézer feje a fókuszponton belülre kerül (*3.c ábra*): a visszavert árnyékkép mérete egyre csökken, állása a direkt árnyékéval megegyező, de a lézer optikai képe már valódi kép lesz.

A fordulatszámot tovább növelve a lézerfej optikai képe az ernyő alá fog kerülni (*3.d ábra*). Ekkor a visszavert árnyékkép állása megfordul, a direkt árnyékkal ellentétes állású lesz, és a mérete a szögsebesség növekvő függvénye. A lézerfej optikai képe továbbra is valódi kép.

A fordulatszámot még tovább növelve ez a tendencia is megváltozik, hiszen egy bizonyos (az edényben levő folyadék mennyiségétől függő) kritikus értéknél a folyadék felszíne eléri az edény alját. A kritikus fordulatszámot számottevően meghaladó fordulatszámoknál a lézer fénye már nem a folyadékról, hanem a sík fenéklapról verődik vissza (*3.e ábra*). Ebben tartományban az árnyékkép ismét egyenes állású lesz, az optikai kép virtuális, és az árnyékkép mértéke nyilvánvalóan nem függ a szögsebességtől.

3. rész: *A törésmutató*

Az optikai rács (és a megadott elhajlási képlet) segítségével a lézerfény hullámhossza levegőben könnyen mérhető. A lézerfényt célszerű merőlegesen ejteni a rácsra, majd egy mérhető távolságra levő ernyőn megmérhetjük az elhajlási maximumok távolságát, s kiszámíthatjuk az elhajlási szögeket is. A mérés pontosságát növeli, ha több (a verseny rendezőinek elvárása szerint legalább három) elhajlási maximumból számítjuk ki a hullámhosszat. A hullámhossz mérését az elfogadható hibabecslés teszi teljessé.

Az előző mérést folyadékba merített diffrakciós ráccsal megismételve meghatározhatjuk a fény hullámhosszát a folyadékban. Ennek a hullámhossznak és a levegőben mért hullámhossznak az aránya éppen a folyadéknak (levegőre vonatkoztatott) n törésmutatójával, vagyis a mérendő mennyiséggel egyezik meg.

Elméleti forduló

1. feladat. *Négy (egymástól független) probléma.*

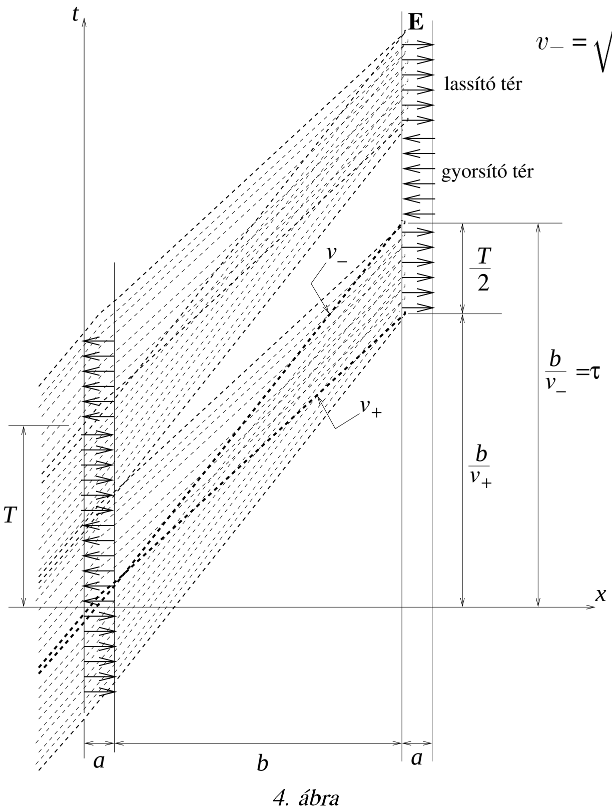
A. Klisztron

a) A $-e$ töltésű, m tömegű, v_0 kezdősebességű elektronok $mv_0^2/2$ mozgási energiája $\pm V$ feszültség hatására $\mp eV$ értékkel változik meg. Így a bal oldali üregből kilépő felgyorsított részecskék sebessége

$$v_+ = \sqrt{v_0^2 + 2\left(\frac{e}{m}\right)V} = 2{,}044 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

a lelassított elektronoké pedig

$$v_- = \sqrt{v_0^2 - 2\left(\frac{e}{m}\right)V} = 1{,}956 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$



4. ábra

A *4. ábra* az elektronsugár egyes részecskéinek vázlatos út–idő diagramját mutatja. Erről leolvasható, hogy a két üreg közötti b távolság akkor esik éppen az első torlódási helyre, ha

$$\frac{b}{v_+} + \frac{T}{2} = \frac{b}{v_-},$$

azaz

$$b = \frac{T}{2}\,\frac{v_+ v_-}{v_+ - v_-} = 2{,}272\ \mathrm{cm}.$$

b) A *4. ábrán* az elektromos térerősség irányát is feltüntettük a bal oldali üreg ($x \approx 0$) és a jobb oldali üreg ($x \approx b$) helyén. A periodikusan (négyszögjelnek megfelelően) váltakozó, de egymáshoz képest τ időkülönbséggel, azaz $\Delta\varphi = 2\pi \cdot \tau / T$ fáziskülönbséggel eltolt jelek akkor fogják a kilépő elektronokat fékezni, ha a torlódási helyen a térerősség jobbra mutat. Ennek feltétele az, hogy $b = v_- \tau$, azaz

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{b}{T v_-} = 2\pi \cdot \frac{v_+}{v_+ - v_-} = 2\pi \cdot 11{,}613.$$

Tekintettel arra, hogy egy periodikus függvény fázisának eltolása csak 2π egész számú többszöröse erejéig határozott, a fenti szám egész részét elhagyhatjuk:

$$\Delta\varphi = 0{,}613 \cdot 2\pi \text{ radián} = 220^\circ,$$

vagy ami ezzel egyenértékű: $\Delta\varphi = -140^\circ$.

B. Molekulák közötti távolság

Az ideális gáznak tekintett vízgőz sűrűsége a gáztörvény szerint

$$\varrho_V = \frac{m}{V} = \frac{M p_0}{RT}.$$

A víz és a gőz sűrűségének aránya légköri nyomáson és a forráspont hőmérsékletén

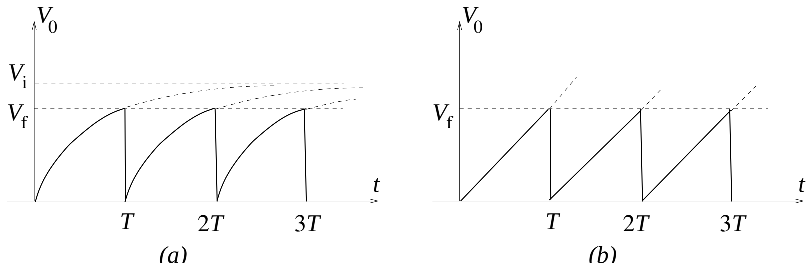
$$\frac{\varrho_L}{\varrho_V} = \frac{RT \varrho_L}{M p_0} \approx 1720 \approx 12^3.$$

Mivel a sűrűsége a molekulák közötti átlagos távolság köbével fordítottan arányos, megállapíthatjuk, hogy gőzfázisban a molekulák kb. 12-szer messzebb vannak egymástól, mint folyadék halmazállapotban.

C. Egyszerű fűrészfog-generátor

a) A kapcsoló zárását követően a kondenzátor az R ellenálláson keresztül eleinte gyorsan, majd egyre lassabban töltődik. A V_0 feszültség és a telepfeszültség különbsége az idő exponenciális függvénye szerint csökken mindaddig, míg V_0 el nem éri a V_f kisülési feszültséget. Ekkor a szikrakisülés hatására V_0 hirtelen nullára csökken, majd a folyamat kezdődik elölről. (*5.a ábra*).

b) $V_f \ll V_i$ esetén a kondenzátor feszültsége elhanyagolható a telepfeszültség mellett. A töltőáram ilyenkor jó közelítéssel állandónak tekinthető, a kondenzátor feszültsége tehát (egészen a szikrakisülésig) időben lineárisan növekszik (*5.b ábra*).



5. ábra

c) Ha a linearitási feltétel teljesül, az áramerősség $I = V_i/R$, a kondenzátor töltése t időtartamú töltés után $Q = It$, feszültsége pedig

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{V_i}{RC}t.$$

Ez akkor egyezik meg a V_f kisülési feszültséggel, amikor

$$t = T = \frac{V_f}{V_i}RC,$$

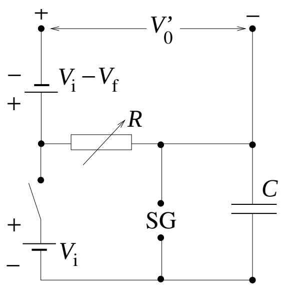
ekkora tehát a fűrészfog-generátor periódusideje.

Megjegyzés. A periódusidőt megadó formulát a kondenzátor töltődését leíró

$$V_f = V_i\left(1 - e^{T/(RC)}\right)$$

összefüggésből is megkaphatjuk, ha kihasználjuk, hogy $V_f \ll V_i$, emiatt $T \ll RC$. Az exponenciális függvény kis x-ekre érvényes $e^x \approx 1 + x$ közelítő alakjából

$$V_f \approx V_i\left[1 - \left(1 - \frac{T}{RC}\right)\right] = \frac{V_iT}{RC}, \quad \text{ahonnan} \quad T \approx \frac{V_f}{V_i}RC.$$



6. ábra

d) Az R ellenállás értékét megváltoztatva (és a szikraköz V_f kisülési feszültségét rögzített értéken tartva) fűrészfogjelnek csak a periódusideje változik, amplitúdója nem.

e) Ha az ellenállás nagyságát és a szikraköz távolságát egyszerre változtatjuk, méghozzá olymódon, hogy az $R \cdot V_f$ szorzat változatlan maradjon, akkor a fűrészfogjelnek csak az amplitúdója változik, periódusideje nem.

f) A megadott („fordított fűrészfog") jelalak többféle kapcsolással is megvalósítható. Egy lehetséges megoldást mutat a *6. ábra*.

D. Atomsugár

I. (hivatalos) megoldás: T hőmérsékletű gázban az M tömegű atomok átlagsebessége az energia egyenletes eloszlásának tételéből (az ekvipartíciós tételből) határozhatjuk meg. Eszerint

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}kT,$$

ahol v a sebesség valamelyik komponensének átlagos nagysága, k pedig a Boltzmann-állandó. (Az „átlagos nagyság" a négyzetes átlagolást, a sebességkomponens négyzetének átlagából vont négyzetgyököt jelenti.) Innen a sebesség bármelyik komponensének, speciálisan a vízszintes összetevőjének átlagos nagysága $v = \sqrt{kT/M}$.

A kemence falán levő kicsiny lyukon keresztül „vízszintesen" kilépő atomokból álló részecskenyaláb a haladási irányára merőlegesen fokozatosan kiszélesedik, az atomsugár átmérője megnő. Ennek az az (egyik) oka, hogy a D átmérőjű lyukon áthaladó részecskék

$v_\perp$ „transzverzális” (a haladási irányra merőleges) sebessége nem lehet pontosan nulla, hanem a Heisenberg-féle határozatlansági reláció értelmében legalább

$$\Delta v_\perp \approx \frac{\hbar}{MD}$$

nagyságú (ahol $\hbar$ a 2π-vel osztott Planck-állandót jelöli).

A atomsugár $t = L/v$ idő alatt tesz meg L hosszúságú utat, ezalatt $2v_\perp \cdot t$ értékkel nő az átmérője, mérete tehát hozzávetőlegesen

$$D_{\text{új}} = D + \frac{2L\hbar}{D\sqrt{kTM}}$$

lesz. (Ez a kifejezés csak nagyságrendi becslésnek tekinthető, a benne szereplő számfaktort tehát nem szabad nagyon „komolyan venni”; a kétszerese, vagy a fele éppúgy elfogadható lenne.)

II. megoldás (Varjú Péter dolgozata alapján). A kemencéből kilépő $v \approx \sqrt{kT/M}$ sebességű részecskék a de Broglie-féle hipotézis szerint $\lambda = h/(Mv)$ hullámhosszúságú „anyaghullámnak” tekinthetők. Ezek az anyaghullámok — a fényhullámokhoz hasonlóan — elhajlást szenvednek a D átmérőjű kör alakú nyíláson. A nyílás különböző részeiből kiinduló hullámok interferálnak, s bizonyos irányokban haladva erősítik, más irányokban viszont kioltják egymást. (Pl. a pontosan „előrefelé” haladó hullámok útkülönbsége nulla, ezek tehát mind erősítik egymást.) Az atomnyaláb szélességét az első interferencia-minimummal azonosítva nagyságrendi becslést kaphatunk az atomsugár kiszélesedésére.

Ismeretes, hogy egy D szélességű (párhuzamos falú) rés esetén az első kioltás olyan θ elhajlási szögnél észlelhető, amelynél a rés egyik szélétől induló hullámok éppen egy hullámhosszal nagyobb utat tesznek meg az észlelő ernyőig, mint a rés másik szélétől induló hullámok. Ennek geometriai feltétele (kicsiny szögű elhajlások és viszonylag távoli ernyő esetén):

$$\sin\theta \approx \theta = \frac{\lambda}{D} \approx \frac{h}{D\sqrt{kTM}}.$$

Jelen esetben az elhajlás nem résen, hanem kör alakú lyukon történik, emiatt a furmulában szereplő számfaktor egy kicsit más lesz, ez azonban egy nagyságrendi becslésnél figyelmen kívül hagyható.

A θ szögben elhajló atomsugarak az L távolságban levő ernyőt $2L\theta$ átmérőjű körben érik, ekkora lesz tehát (nagyságrendileg) a kiszélesedett sugár mérete. Ez az érték viszonylag távoli ernyőnél ($L\theta \gg D$ teljesülése esetén) megegyezik az előző megoldásban kapott kifejezéssel.

Megjegyzés. A feladat megoldásánál feltételeztük, hogy a kemence falán levő (az atomok méretével összemérhető átmérőjű) lyukon áthaladó atomok egymással nem ütköznek (vagyis a részecskék szabad úthossza sokkal nagyobb, mint a fal vastagsága). Feltettük továbbá azt is, hogy a kemence falának és az atomsugárnak a kölcsönhatása csak a nyaláb transzverzális méretének korlátozásában játszik szerepet, s nem lép fel a klasszikus tömegpontok (pl. biliárdgolyók) rugalmas falak közötti ide-oda pattogásának megfelelő jelenség. Azt is feltételeztük, hogy a részecskék a kilépésük után már szabadon mozognak, a levegő molekuláival nem ütköznek.

Mindezek a feltevések meglehetősen idealisztikusak, kísérleti megvalósításuk szinte lehetetlen. Reálisabb lenne a feladat, ha a kemencéből kilépő részecskék vákuumban haladnának, s a mozgásirányuk bizonytalanságát egy bizonyos távolságban elhelyezett akadályon levő D átmérőjű diafragma korlátozná. (G. P.)

2. feladat. *Kettőscsillag*

a) Egy R sugarú, T hőmérsékletű (abszolút fekete) test egységnyi idő alatt $4\pi R^2\sigma T^4$ energiát sugároz ki (σ a Stefan–Boltzmann törvényben szereplő állandó). Ebből az energiából az ℓ távolságra levő Földre felületegységenként és időegységenként

$$P = \frac{4\pi R^2\sigma T^4}{4\pi\ell^2} \tag{1}$$

energia jut; ez az egyik mérhető adat.

A kalcium színképvonalának (ugyancsak mérhető) $\Delta\lambda$ eltolódása és a csillag m_0 tömege, valamint R sugara között az energia-megmaradás törvénye teremt kapcsolatot:

$$\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{Gm_0}{R}\cdot\frac{h}{c\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{Gm_0}{\ell}\cdot\frac{h}{c\lambda}.$$

A jobb oldal második tagja $\ell \gg R$ miatt elhanyagolható. A fenti képletből a közönséges csillag sugarának és tömegének arányára ($\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \ll \lambda_0$ felhasználásával)

$$\frac{R}{m_0} = \frac{G\lambda_0}{c^2\Delta\lambda} \tag{2}$$

adódik.

Tudjuk továbbá, hogy a kettőscsillag egyes tagjainak pályasugara $r_1 = \ell\Delta\theta/2$, illetve $r_2 = \ell\Delta\varphi/2$, a szögsebességük kifejezhető a mérhető 2τ keringési idővel ($\omega = \pi/\tau$), így a neutroncsillagra vonatkozó Newton-féle mozgásegyenlet:

$$\frac{GMm_0}{(r_1+r_2)^2} = Mr_2\omega^2. \tag{3}$$

Az (1), (2) és (3) egyenletek összevetéséből a Föld és a kettőscsillag távolságára végül a következő kifejezés adódik:

$$\ell = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{c\tau}{T\,(\Delta\theta+\Delta\varphi)}\sqrt{\frac{2\cdot\Delta\lambda\cdot\sqrt{P/\sigma}}{\Delta\varphi\cdot\lambda_0}}.$$

b) A kibocsátott gáz mozgását a neutroncsillag centrális gravitációs erőtere határozza meg, emiatt a gáz perdülete megmarad:

$$r_0^2\omega_0 = r_{\mathrm{f}}^2\omega_{\mathrm{f}}, \tag{4}$$

ahol ω_0 a gáz szögsebessége a neutroncsillaghoz legközelebbi helyzetben.

Az (egységnyi gáztömegre felírt) energia megmaradásának tétele szerint

$$\frac{1}{2}\left(v_0^2 + r_0^2\omega_0^2\right) - \frac{GM}{r_0} = \frac{1}{2}v_{\mathrm{f}}^2 - \frac{GM}{r_{\mathrm{f}}}. \tag{5}$$

A (4), (5) egyenleteket, továbbá a közönséges csillag körmozgásának

$$r_0\omega_0^2 = \frac{GM}{r_0^2} \tag{6}$$

feltételét kihasználva a keresett minimális távolságra

$$r_{\mathrm{f}}=\left(\frac{v_0\sqrt{GMr_0}-GM}{v_0^2r_0-GM}\right)r_0$$

adódik.

3. feladat. *Magnetohidrodinamikai (MHD) generátor*

a) A B indukciójú mágneses mezőben v sebességgel mozgó w széles higanyszálban $U=vBw$ feszültség indukálódik, melynek hatására

$$I=\frac{U}{R}=U\cdot\left(\frac{\varrho w}{Lh}\right)^{-1}=\frac{vBLh}{\varrho}$$

erősségű áram indul $-\hat{y}$ irányban. Ekkora árammal átjárt vezetőre a mágneses tér

$$F=BIw=\frac{B^2Lhw}{\varrho}v$$

nagyságú, $-\hat{x}$ irányú erőt fejt ki.

b) A mágneses mező által kifejtett „fékező nyomás”

$$p_{\text{fékező}}=\frac{F}{hw}=\frac{vB^2L}{\varrho}.$$

Ennek és a szivattyú eredeti p nyomásának „eredője” állítja be a higany áramlási sebességét. Mivel a higany áramlási sebessége az eredő külső erővel (vagyis a szivattyú és a mágneses mező által együttesen kifejtett erővel) arányos ($v=\alpha F$), felírhatjuk, hogy

$$v=\alpha\,(p-p_{\text{fékező}})=v_0-\frac{vv_0B^2L}{P\varrho},$$

ahonnan

$$v=v_0\left(1+\frac{v_0B^2L}{P\varrho}\right)^{-1}=v_0\frac{P\varrho}{P\varrho+v_0B^2L}.$$

c) A szivattyú többletteljesítményének fedeznie kell az időegységenként termelt Joule-hőt:

$$\Delta P=UI=v_0Bw\cdot\frac{v_0BLh}{\varrho}=\frac{v_0^2B^2wLh}{\varrho}.$$

Ugyanerre az eredményre jutunk, ha a v sebességhez tartozó mágneses fékező nyomást (v_0B^2L/ϱ-t) megszorozzuk a hw keresztmetszettel és az áramlás v_0 sebességével.

d) Az n törésmutatójú állóvízben a fény $v_1=c/n$ sebességgel terjed. Ha a víz a laboratóriumban álló műanyagcsőhöz képest v_0 sebességgel halad, akkor a fény sebessége a laboratóriumi koordináta-rendszerben v_0 és v_1 „eredője”, amelyet azonban nem a klasszikus fizika aritmetikai összezésével, hanem a relativisztikus sebesség-összeadás

$$v_{\text{eredő}} = \frac{v_0 + v_1}{1 + \dfrac{v_0 v_1}{c^2}} = \frac{v_0 + \dfrac{c}{n}}{1 + \dfrac{v_0}{cn}}$$

képlete segítségével számítható ki. Ez a képlet a másodrendűen kicsiny (v^2/c^2-tel arányos) tagokat elhanyagolva egyszerűbb alakra hozható:

$$v_{\text{eredő}} = \frac{v_0 + \dfrac{c}{n}}{1 + \dfrac{v_0}{cn}} \cdot \frac{1 - \dfrac{v_0}{cn}}{1 - \dfrac{v_0}{cn}} \approx \frac{c}{n} + v_0 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

A (laborbeli) terjedési sebesség

$$\Delta v = v_{\text{eredő}} - v_1 \approx v_0 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

megváltozása az L hosszúságú út befutásához szükséges $T = L/v_1$ időt

$$\Delta T = L \cdot \left| \Delta \left(\frac{1}{v_1}\right) \right| \approx \frac{\Delta v}{v_1^2} L \approx \frac{L v_0}{c^2} \left(n^2 - 1\right)$$

értékkel lecsökkenti. Emiatt az f frekvenciájú fény belépő és kilépő fázisának különbsége is módosul, a fázistolás megváltozása

$$\Delta\varphi = 2\pi f \Delta T \approx 2\pi f \frac{L}{c^2} \left(n^2 - 1\right) v_0.$$

Megjegyzés. Az áramló vízben terjedő fény fázisának eltolódása (pontosabban az áramlással egyező és ellentétesen haladó fényhullámok fáziskülönbsége) interferenciakísérletben jól mérhető. Ilyen mérést elsőként H. Fizeau francia fizikus végzett 1851-ben. Mérési eredményei (melyek szerint az áramló vízben nagyobb ugyan a fény terjedési sebessége, mint álló közegben, de nem annyival, mint azt a klasszikus fizika alapján várnánk) a relativitáselmélet egyik fontos kísérleti bizonyítékát képezik.

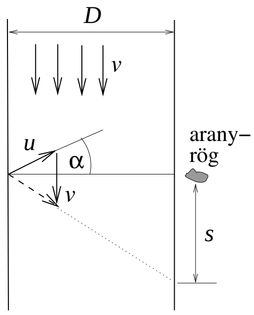
Gnädig Péter–Vankó Péter

Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása

P. 3421. *Alaszkai aranyásók népes csoportja egy széles folyóhoz érkezik. A túlsó parton – éppen szemben – egy hatalmas aranyrögöt pillantanak meg. Amelyikük először odaér, az kapja meg a bányaművelés jogát. Milyen útvonalat válasszon Joe, ha ugyanolyan gyorsan tud evezni a vizen, mint gyalogolni a szárazföldön. Számítsuk ki és rajzoljuk le Joe legkedvezőbb útvonalát, ha sebességének és a folyó sebességének aránya az* *aranymetszés arányszámánál a) nagyobb, b) kisebb. (Az optimális útvonal meghatározásánál grafikus módszert is használhatunk.)*

(*5 pont*) *Szokoly Gyula* feladata nyomán

Megoldás. Legyen a folyó szélessége D, a víz sebessége v, és jelölje u azt a sebességet, amivel Joe futni, illetve evezni tud. Tegyük fel, hogy Joe először átevez a folyón, majd a partot érés helyétől a part mentén gyalog megy az aranyröghöz. (Természetesen az evezés és a gyaloglás sorrendje felcserélhető.) Ha csónakja vízhez viszonyított sebessége a vízével $\pi/2+\alpha$ szöget zár be, a folyóra merőlegesen $u\cos\alpha$ sebességgel halad, miközben $v-u\sin\alpha$ sebességgel csurog lefelé (*1. ábra*). Ennek megfelelően



1. ábra

$$t_1=\frac{D}{u\cos\alpha}$$

idő alatt ér át a túlsó partra, és

$$s=(v-u\sin\alpha)t_1$$

távolsággal az aranyrög alatt ér partot. Ezt az utat

$$t_2=\frac{s}{u}=D\,\frac{v-u\sin\alpha}{u^2\cos\alpha}$$

idő alatt teszi meg. Így az aranyrög elérése az α szög függvényében összesen

$$t(\alpha)=t_1+t_2=\frac{D}{u}\cdot\frac{v/u+1-\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

időt vesz igénybe. Ha α-t egy kicsi $\Delta\alpha$ értékkel megváltoztatjuk, t is megváltozik, értéke

$$t(\alpha+\Delta\alpha)=\frac{D}{u}\cdot\frac{v/u+1-\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{D}{u}\cdot\frac{(v/u+1)\sin\alpha-1}{\cos^2\alpha}\Delta\alpha$$

lesz. A levezetés során kihasználtuk, hogy kicsiny $\Delta\alpha$ esetén

$$\sin\Delta\alpha\approx\Delta\alpha\qquad\text{és}\qquad\cos\Delta\alpha\approx 1,$$

így

$$\sin(\alpha+\Delta\alpha)\approx\sin\alpha+\Delta\alpha\cos\alpha,$$

illetve

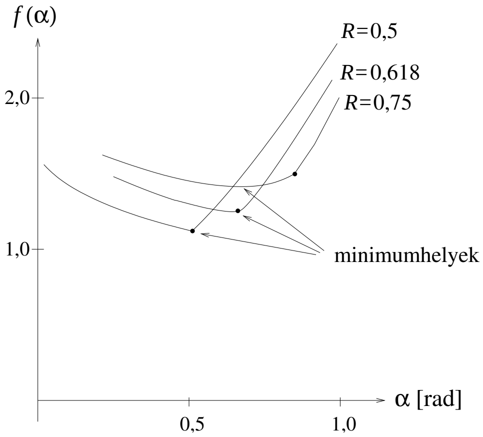
$$\cos(\alpha+\Delta\alpha)\approx\cos\alpha-\Delta\alpha\sin\alpha,$$

továbbá azt, hogy

$$(1-\Delta\alpha\,\mathrm{tg}\alpha)^{-1}\approx(1+\Delta\alpha\,\mathrm{tg}\alpha),$$

a $(\Delta\alpha)^2$ nagyságrendű tagokat pedig elhanyagoltuk. (Ezek a közelítések annál jobbak, minél kisebb $\Delta\alpha$.) Ha $t(\alpha)$ minimális, akkor t értéke sem pozitív, sem negatív $\Delta\alpha$ mellett nem csökkenhet, következésképpen $\Delta\alpha$ együtthatója nulla kell legyen:

$$\frac{(v/u+1)\sin\alpha-1}{\cos^2\alpha}=0,\qquad\text{innen}\qquad\sin\alpha=\frac{u}{v+u}.$$



2. ábra

Eddigi számításunk csak akkor helyes, ha $v-u\sin\alpha\geq 0$. Ellenkező esetben s negatív lenne, azaz Joe az aranyrög „fölött” érne partot. Ilyenkor $t_2=-s/u$-val kellene számolnunk, de ezt az esetet nem érdemes végigszámolni, mert nyilván időveszteség, ha Joe „túlevez” az aranyrögön. Ekkor (tehát ha a $v\leq u\sin\alpha$) Joenak úgy érdemes eveznie, hogy az eredő sebessége merőleges legyen a folyó partvonalára. A két esetet elválasztó határesetben

$$v-u\frac{u}{v+u}=0, \qquad \text{azaz} \qquad \frac{v}{u}=\frac{u}{v+u},$$

ahonnan

$$\frac{v}{u}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0{,}618.$$

Ez éppen az *aranymetszés* nevezetes arányszáma.

A fenti eredményt a differenciálszámítás formális szabályainak alkalmazásával vagy az

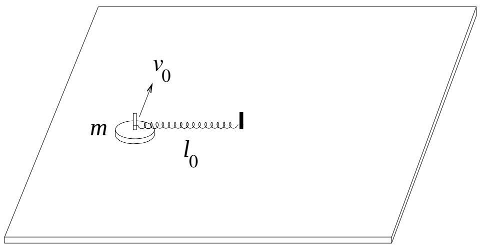
$$f(\alpha)=\frac{|R-\sin\alpha|+1}{\cos\alpha}$$

függvény ($R=v/u$) grafikus vizsgálatával is megkaphatjuk (*2. ábra*).

W. F.

Megjegyzés. A megoldás során természetesnek vettük, hogy Joe a vízben egyenes vonalban evez, és a szárazföldön is egyenes vonalban gyalogol. Ez utóbbi – a legrövidebb idejű mozgásnál – nyilván igaz (hiszen „két pont között legrövidebb út az egyenes”), az előbbi célszerűségét pedig a vízhez rögzített koordináta-rendszerben lehet a legkönnyebben belátni.

54 dolgozat érkezett. Helyes 7 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 16, hiányos (1–3 pont) 24, hibás 7 dolgozat.



P. 3440. *Légpárnás asztalon a kezdetben nyújtatlan, l_0 hosszúságú húzó-nyomó rugó egyik vége rögzített, a másik végéhez egy m tömegű kis korongot erősítünk. Meglökjük a korongot a rugó hosszára merőlegesen, v_0 kezdősebességgel. A kialakuló mozgás során a rugó legnagyobb megnyúlása $\Delta l=l_0/10$. Mekkora a rugóállandó? Vázoljuk fel a korong középpontjának pályagörbéjét!*

(*5 pont*) Közli: *Simon Péter,* Pécs

KöMaL – 2001/8 FIZ0108 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:50 (14. lap)

Megoldás. Súrlódás hiányában a rendszer mechanikai energiája (a korong mozgási energiájának és a rugóban tárolt rugalmas energiának az összege) állandó. Ugyancsak megmaradó mennyiség a rugó rögzített végpontjára vonatkoztatott perdület (impulzusmomentum) is, hiszen a rugó centrális erőt fejt ki a korongra.

Amikor a rugó megnyúlása a legnagyobb, a sebessége ($\mathbf{v}$) éppen merőleges a rugóra, így a perdület megmaradása alapján

$$ml_0v_0 = m(l_0 + \Delta l)v.$$

Ugyanakkor az energia-megmaradás tétele szerint

$$\frac{1}{2}D(\Delta l)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

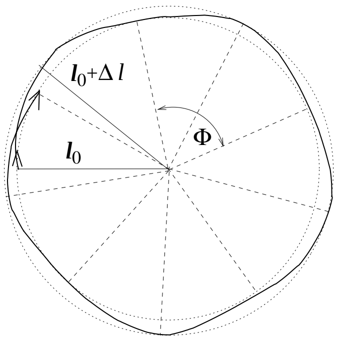
Innen a rugóállandó:

$$D = mv_0^2\frac{(2l_0 + \Delta l)}{\Delta l(l_0 + \Delta l)^2} \approx 20\frac{mv_0^2}{l_0\Delta l}.$$

A korong tömegközéppontjának mozgása jó közelítéssel egy

$$\omega = \frac{v_0}{l_0 + \Delta l/2}$$

szögsebességű (csaknem egyenletes) körmozgásra és sugár irányban $T = 2\pi\sqrt{m/D}$ periódusidejű harmonikus rezgőmozgásra bontható. A rezgés egy periódusa alatt a rugó szögelfordulása



$$\Phi = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}\cdot\frac{v_0}{l_0\left(1+\frac{1}{20}\right)} = \frac{2\pi}{\sqrt{20}\left(1+\frac{1}{20}\right)} \approx \frac{2\pi}{4{,}7}.$$

A korong középpontja tehát egy l_0 belső és $l_0 + \Delta l = 1{,}1\ l_0$ külső sugarú körgyűrűben periodikusan ki-be mozog, pályája azonban nem zárt görbe, mert egy körülfordulás alatt 4,7 (tehát nem egész számú) rezgést végez. Ezt a (közelítő feltevések után kapott) eredményt (más jellegű, de ugyancsak közelítést tartalmazó) számítógépes szimulációval is ellenőrizhetjük. A korong mozgását nagyon kis részekre bontva és egy-egy ilyen szakaszon a korong gyorsulását állandónak tekintve számítógéppel meghatározhatjuk a (közelítő) pályagörbét. A számítás eredménye azt mutatja, hogy a rugó egy körülfordulása alatt a korong sugár irányban majdnem 5 rezgést végez, és a pálya – legalábbis a számítógép által követett időtartam alatt – nem záródik.

Börzsönyi Ádám (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Gimn., 12. o.t.),
Geresdi Attila (Pécs, Árpád Fejedelem Gimn., 11. o.t.) és
Tóth Sándor (Csongrád, Batsányi J. Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján

63 dolgozat érkezett. Helyes 15 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 14, hiányos (1–3 pont) 15, hibás 19 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 228. Ismeretes, hogy ha egy pohárban megkavarjuk a teát, a lesüllyedt tealevelek a pohár közepén gyűlnek össze egy kis kupacba (várakozásunkkal ellentétben, ugyanis a nagyobb sűrűségű anyagok általában kisodródnak a forgó folyadékban a tartály szélére). Mi a jelenség magyarázata? Végezzünk kísérletet a magyarázat igazolására!

(*6 pont*) Közli: *Holics László,* Budapest

P. 3466. Domború tükörbe nézve az orrunk aránytalanul nagyobbnak látszik, mint a fülünk. Miért?

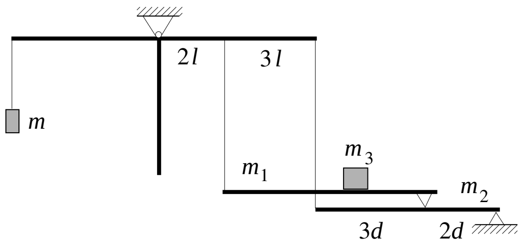
(*3 pont*) *Tarján Imre fizikaverseny,* Szolnok

P. 3467. Pihenés nélkül kerékpározva két város között oda-vissza 6 óra a menetidő. Milyen messze van a két város egymástól, ha a vízszintes útszakaszokon 16 km/h, lejtőn felfelé 12 km/h, lejtőn lefelé pedig 24 km/h átlagsebességgel haladunk?

(*3 pont*) Közli: *Kotormán Mihály,* Debrecen

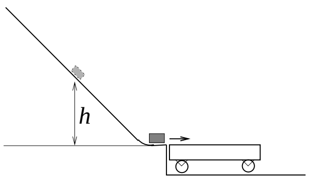
P. 3468. Hőszigetelt edényben 15 °C-os csapvíz van. Ebbe tesszük a mélyhűtőből kivett −15 °C-os jégkockákat. Lehet, hogy nem történik halmazállapotváltozás? Mikor olvad meg a jég egy része? Mikor olvad meg az összes jég? Mikor fagy meg az összes víz?

(*4 pont*) Közli: *Szegedi Ervin,* Debrecen



P. 3469. Az *ábrán* látható T alakú merev test három egyforma rúdból áll, és a rudak csatlakozási pontjában a síkjukra merőleges vízszintes tengely körül elfordulhat. A jobb oldali rúd végén és a rudat 2 : 3 arányban osztó pontban rögzített kötelek egy-egy vízszintes, ékkel alátámasztott rudat tartanak. A felső rudat tartó ék az alsó rudat 3 : 2 arányban osztja. A felső rúd tömege m_1, az alsóé m_2, a felső rúdra helyezett test tömege pedig m_3. Mekkora tömegű testet kell a bal oldali rúd végén felfüggeszteni az egyensúly biztosításához? *Adatok:* $m_1 = 2{,}5$ kg, $m_2 = 6{,}0$ kg, $m_3 = 7{,}5$ kg.

(*5 pont*) Közli: *Piacsek István,* Sopron



P. 3470. Egy lejtő végéhez az *ábrán* látható módon egy kiskocsi csatlakozik. A lejtőről h magasságból elengedett test a könnyen gördülő kiskocsi közepéig csúszik. (A lejtő és a test közötti súrlódás, valamint a kiskocsi kerekeinek tömege elhanyagolható.) Milyen magasból indítsuk a testet, hogy éppen a kiskocsi végénél álljon meg?

(*4 pont*) Közli: *Kiss Miklós,* Gyöngyös

P. 3471. Vékony, de elég merev huzalt 0,6 m sugarú, 30° meredekségű csavarvonal alakra hajlítunk, és úgy rögzítjük, hogy a csavarvonal tengelye függőleges legyen. Ezután a huzalra egy apró, átfúrt gyöngyöt fűzünk, amit egy adott pillanatban elengedünk. Mekkora sebességre gyorsul fel a gyöngy, ha a súrlódási együttható 0,5?

(*5 pont*) Közli: *Szkladányi András,* Baja (Mikola-verseny döntője, Sopron)

P. 3472. Egy hasábot és egy rugót egymáshoz erősítünk. A rugó végénél felfüggesztve a hasáb 1 másodperces rezgésidővel rezeg. Ezután a hasábot vízszintes asztalra tesszük, és egy függőleges fal felé lökjük úgy, hogy a rugó ütközőként elöl haladjon. A fallal ütközve a rugó összenyomódik, majd visszalöki a testet, amely éppen akkor áll meg, amikor a rugó teljesen nyújtatlanná válik. Mennyi idő telt el a rugó falhoz érésétől a visszalökött test megállásáig?

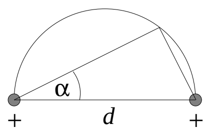
(*4 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Budapest

P. 3473. Milyen tömegszázalékos összetételű az a hidrogén–hélium gázelegy, amelynek izobár tágulásakor a környezettől felvett hő 70 %-a a belső energiát növeli?

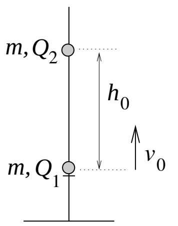
(*4 pont*) Közli: *Kopcsa József,* Debrecen (Mikola Sándor fizikaverseny)

P. 3474. Egy d hosszúságú szakasz végpontjaiban azonos nagyságú pozitív ponttöltések vannak. Mekkora az elektromos térerősség nagyságának és az elektromos potenciálnak a hányadosa a szakasz fölé emelt Thalész-kör egy α szöggel jellemzett pontjában?

(*4 pont*) Közli: *Légrádi Imre,* Sopron



P. 3475. Az *ábrán* látható vékony, függőleges szigetelő rúd alsó végén levő ütközőn egy $m = 10^{-4}$ kg tömegű, Q_1 töltésű gyöngy nyugszik. Felette $h_0 = 20$ cm távolságban egy ugyancsak m tömegű, Q_2 töltésű gyöngy lebeg. Egy adott pillanatban az alsó gyöngyöt megpöcköljük, ez ekkor $v_0 = 2$ m/s sebességgel elindul felfelé. Legfeljebb mennyire közelíti meg az első gyöngy a felsőt? (A gyöngyök súrlódásmentesen csúszhatnak a rúdon.)



(*6 pont*) Közli: *Kiss László,* Budapest (Egyetemi felvételi feladat alapján)

P. 3476. Homogén mágneses térben körpályán kering egy elektron. Lehet-e nagyobb az elektron mozgása által keltett mágneses indukcióvektor értéke a kör középpontjában, mint a homogén mágneses teret jellemző indukcióvektor?

(*5 pont*) Közli: *Varga István,* Békéscsaba (Bay Zoltán fizikaverseny, Sarkad)

P. 3477. Homogén, vékony lécből a, b és c oldalélű háromszög alakú keretet állítunk össze. A léckeret össztömege m. Mekkora a keret tehetetlenségi nyomatéka a tömegközéppontján átmenő, a háromszög síkjára merőleges tengelyre vonatkozóan?

(*5 pont*) Közli: *Gnädig Péter,* Budapest

❄

A feladatok megoldásai a következő címre küldendők:
KöMaL Szerkesztőség, Budapest 112, Pf. 32. 1518
A beküldési határidő: **2001. december 11.**

Pontversenyen kívüli feladat. Száz éve (1901. szept. 29-én) született *Enrico Fermi*, Nobel-díjas olasz fizikus, aki mestere volt a nehéz problémák becsléseken alapuló, közelítő megoldásának. A legmeglepőbb kérdéseket sokan ma is Fermi-kérdéseknek nevezik. Álljon itt néhány:

a) Hány zongorahangoló lehet Chicagóban?

b) Mennyit fog sietni vagy késni az óránk, ha felvisszük egy hegyre?

c) Mekkora gravitációs vonzóerőt gyakorol egymásra az a férfi és nő, akik egymást átölelve ülnek egy padon?

Az első két kérdés magától Fermitől származik, a harmadik egy, már azóta született „Fermi-probléma”.

Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Olimpiai levelezés

OLI. 3. *n darab egyforma rugalmas golyót fonalakra felfüggesztünk úgy, hogy egymással érintkezve egy egyenes mentén helyezkedjenek el. A sor végén egyszerre nekik ütközik k darab ugyanilyen golyó, mindegyikük sebessége v_0. Hány darab golyó fog elpattanni a sor másik végéről? Mekkora lesz a sebességük? (Feltételezhetjük, hogy valamennyi test egy egyenes mentén mozog.)*

A feladat vázlatos megoldása vagy végeredménye 1 hónapon belül elektronikus (esetleg hagyományos) levélben küldhető be a `gnadig@komal.elte.hu` címre (illetve a Szerkesztőségbe). Minden levélíró néhány napon belül névre szóló választ kap, melyből megtudhatja, hogy jó-e a megoldása, vagy ha nem, hol hibázott és hogyan léphetne tovább.

❄

Plazmahíd – mágnespilléreken

A Nap anyagát igen forró, majdnem teljesen ionizált gáz (plazma) alkotja. A plazma mozgása, viselkedése igen bonyolult, összetett jelenség. Törvényszerűségeit a klasszikus fizika két nagy fejezete, a hidrodinamika és az elektrodinamika „összeházasításából” született *magnetohidrodinamika* (MHD) csatolt, nemlineáris, parciális differenciálegyenletei segítségével próbálják leírni a fizikusok.

A hátsó borítón levő képen egy hatalmas napkitörés, magasan a Nap felszíne fölé emelkedő „plazmahíd” látható, amelyet a mágneses mező által a gyorsan mozgó töltött részecskékre kifejtett erő stabilizál, tart viszonylag hosszú ideig (néha hónapokig) egyensúlyban. (A méretek érzékeltetésére a képen még a Földet is feltüntették.)

A plazmaáramlások tanulmányozása, azok törvényeinek jobb megértése segíthet bennünket a „napszél” hatásaira is érzékeny földi időjárás pontosabb előrejelzésében, hosszabb távon pedig elvezethet az emberiség energiagondjainak megoldásával kecsegtető fúziós erőmű megalkotásához.

G. P.

KöMaL – 2001/8 FIZ0108 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:50 (18. lap)

Ide kerül a hirdetés

MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS

(Volume 51. No. 8. November 2001)

Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition C (see page 480): **C. 645.** Two players play the following game. They take turns in taking matches from a heap that initially contains 7 matches. In each step, a player can take one, two or three matches. The game continues until there are no matches left. The winner is the player holding an even number of matches at the end. Which player has a winning strategy, the one who starts or his opponent? How should he play in order to win? (*Kvant*) **C. 646.** In the sequence obtained by omitting the squares from the sequence of natural numbers, what is the 2001st term? Which term of the sequence is the number 2001? (Proposed by *P. Nádor,* Pécs) **C. 647.** We have graphed the function $f(x)=1/x$ in the coordinate plane. We want to alter the units on the coordinate axes so that the curve should represent the function $g(x)=2/x$. How should the new unit be set if it is to be the same on both axes? **C. 648.** Evaluate $2^{\log_6 18}\cdot 3^{\log_6 3}$. **C. 649.** The area of the base of a truncated pyramid is 8 cm^2, and the area of the cover is 1 cm^2. The pyramid is cut with a plane parallel to the base into two parts of equal volumes. Find the area of the intersection. (Proposed by *Á. Besenyei,* Tatabánya)

New exercises – competition B (see page 481): **B. 3492.** The numbers 1, 2, ..., n^2 are written in increasing order into an $n\times n$ array:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & \dots & n \\ n+1 & n+2 & \dots & 2n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ n^2-n+1 & n^2-n+2 & \dots & n^2 \end{array}$$

A number is selected from each row, such that no two numbers belong to the same column. What are the possible values of the sum of the selected numbers? (*3 pont*) (IMC 8, Prague, 2001) **B. 3493.** Two players play the following game. They take turns in taking matches from a heap that initially contains an odd number of matches. In each step, a player can take one, two or three matches. The game continues until there are no matches left. The winner is the player holding an even number of matches at the end. Which player has a winning strategy, the one who starts or his opponent? (*5 points*) (*Kvant*) **B. 3494.** Prove that if the equation $ax^3+bx^2+cx+d=0$ has three different positive roots, then $bc<3ad$. (*4 points*) (Proposed by *G. Bakonyi,* Budapest) **B. 3495.** The sides of rectangle $ABCD$ are $AB=3$, $BC=2$. P is the point on side AB for which the line PD touches the circle of diameter BC. Denote the point of tangency by E. The line passing through E and the centre of the circle intersects the side AB at Q. Find the area of the triangle PQE. (*3 points*) (Proposed by *L. Gerőcs,* Budapest) **B. 3496.** P is a point in the interior of the square $ABCD$, such that $AP:BP:CP=1:2:3$. Find the measure of the angle APB. (*4 points*) **B. 3497.** For the real number x, $\{x\}+\{x^{-1}\}=1$. Calculate $\{x^{2001}\}+\{x^{-2001}\}$. (*4 points*) (Proposed by *Á. Besenyei,* Tatabánya) **B. 3498.** In triangle ABC, there is a right angle at vertex C. The bisectors of the acute angles intersect the opposite sides at the points M and N respectively. Let P be the intersection of segment MN and the altitude drawn from C. Prove that the length of CP is equal to the radius of the inscribed circle. (*4 points*) (Proposed by *I. Merényi,* Budapest) **B. 3499.** The geometric mean of the positive numbers x and y is g. Prove that if $g\geq 3$, then $\frac{1}{\sqrt{1+x}}+\frac{1}{\sqrt{1+y}}\geq\frac{2}{\sqrt{1+g}}$, and if $g\leq 2$, then $\frac{1}{\sqrt{1+x}}+\frac{1}{\sqrt{1+y}}\leq\frac{2}{\sqrt{1+g}}$. (*5 points*) **B. 3500.** A line of one hundred boys and another line of one hundred girls are standing facing one another. Every boy chooses a girl (it is allowed for more than one boy to choose the same girl) and walks up to her along the shortest path. In doing so, their paths do not cross. Then the boys go back to their places, and now the girls do the same, making sure that their paths do not cross as they are

walking up to the chosen boy. Prove that there is a girl and a boy who chose each other. (*4 points*)
B. 3501. Given the points $A(1,1,1)$ and $P(1,1,0)$ in the coordinate space, rotate the point P about the ray OA in the positive direction through an angle of 60°. Find the coordinates of the rotated point. (*4 points*)

New problems – competition A (see page 483): **A. 275.** The numbers $1^2, 2^2, 3^2, \ldots, (n^2)^2$ are written in increasing order into an $n \times n$ array:

$$\begin{matrix} 1^2 & 2^2 & \ldots & n^2 \\ (n+1)^2 & (n+2)^2 & \ldots & (2n)^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (n^2-n+1)^2 & (n^2-n+2)^2 & \ldots & (n^2)^2 \end{matrix}$$

A number is selected from each row, such that no two numbers belong to the same column. What are the possible values of the sum of the selected numbers? (From the idea of *T. Terpai*)
A. 276. The product of the positive numbers $x_1, \ldots, x_n$ is $(n^\alpha - 1)^n$, where $\alpha \ge 1$ is a real number. Prove that $\sum_{i=1}^n \frac{1}{(x_i+1)^{1/\alpha}} \ge 1$. **A. 277.** Let H_1 be an n-sided polygon. Construct the sequence $H_1, H_2, \ldots, H_n$ of polygons as follows. Having constructed the polygon H_k, H_{k+1} is obtained by reflecting each vertex of H_k through its k-th neighbour in the counterclockwise direction. Prove that if n is a prime, then the polygons H_1 and H_n are similar.

Problems in Informatics

I. 7. The function Factorial (N) increases very rapidly. While $5! = 120$, 4-byte integers are needed for storing $10! = 3\,628\,800$. 100! can be handled by special softwares only. We know however, that every natural number has its prime factorization. For example $5! = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, or $10! = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$. Your program should read the number N $(1 \le N \le 10\,000)$ from the keyboard, then print the prime factorization of its factorial $N!$ (*10 points*)

I. 8. A dog swims across the river, always heading for its trainer standing on the opposite riverside. The approximate path of the dog in the river is to be modelled and displayed on the screen. One should be able to input the following real parameters from the keyboard:
a) the width of the river in meters
b) the distance (in meters) of the trainer from the starting position of the dog projected onto the opposite riverside. (The distance is positive if it is in the same direction as the streamline of the river and negative otherwise.)
c) the constant magnitude of the velocity of the dog (in m/s)
d) the constant velocity of the river (in m/s)
e) the accuracy of approximation, that is the length of the time interval (in seconds) in which your program replaces the actual motion by a straight line segment. (See fig. on page 490.)
The two riversides are considered as parallel lines. Simulation should stop when the dog has approached the opposite riverside within 1 meter.
Draw the two sides of the river as parallel lines, the starting position of the dog and the trainer, and the path of the dog. (*10 points*)

I. 9. Binomial coefficients can be arranged in the usual Pascal's triangle pattern (see fig. on page 490). Except for the outermost entries in each row, every number is the sum of its upper and upper-left neighbours. Prepare an Excel sheet capable of displaying the first $N+1$ rows of Pascal's triangle in this arrangement. Let the value of N $(1 \le N \le 20)$ be entered in the 7th cell of the first row. The sheet should contain exactly $N+1$ rows in each case. (*10 points*)

Problems in Physics

M. 228. As is well known, if we stir the tea in a cup the submerged tea leafs gather in the middle in a small heap (against our expectations, because we expect the particles with higher density to drift towards the perimeter of the container). What is the explanation of this phenomenon? Carry out some experiments to prove the explanation.

P. 3466. Looking into a convex mirror our nose seems to be disproportionately larger than our ears. Why? **P. 3467.** Cycling without rest between two towns the journey takes 6 hours. What is the distance between the two towns if our average speed is 16 km/h on level surface, 12 km/h uphill and 24 km/h downhill? **P. 3468.** In a heat insulated vessel there is tap water of 15 °C. We place in it ice cubes of -15 °C taken out of the deep-freezer. May there be no change of state? When does only a part of the ice melt? In which case does all of the ice melt? In which case does the water freeze? **P. 3469.** The T shaped rigid body shown in the *figure* consists of three uniform rods, and can rotate round the horizontal axis t perpendicular to its plane. At the end of the right side rod and at the point dividing it in a 2 : 3 ratio there are ropes fixed and each of the ropes hold horizontal rods propped up by wedges. The wedge holding the upper rod divides the lower rod in 3 : 2 ratio. The mass of the upper rod is m_1, that of the lower one is m_2, and the mass of the body lying on the upper rod is m_3. What is the required mass of the body that is to be hung on the end of the left hand side rod so as to keep the balance. The data: $m_1 = 2.5$ kg, $m_2 = 6.0$ kg, $m_3 = 7.5$ kg. **P. 3470.** A carriage is joined to the end of a slope as can be seen in the *figure*. A body released from the slope from height h slides as far as the middle of the carriage. (The friction between the body and the slope and the mass of the wheels of the carriage are negligible.) At what height should the body be released so that it could stop just at the end of the carriage? **P. 3471.** We make a spiral of 0.6 m radius and 30° slope angle of a thin but sufficiently stiff wire and fix it in a way that its axis is vertical. Then we thread a pierced pearl on the wire and at a given moment we let it slide down. What speed does it gather if the friction coefficient is 0.5? **P. 3472.** We fix a block to a spring. Hanging the spring at its end the block oscillates with a period of 1 second. Then we put the block on a horizontal table and hurl it towards a wall so that the spring is positioned in between as a bumper. Colliding with the wall the spring contracts then hurls the body back. The block stops exactly when the spring gets its neutral size back. How much time elapsed between the spring touching the wall and the the block stopping? **P. 3473.** What are the mass percentages in a mixture of hydrogen and helium gases where at isobar dilation 70 % of the absorbed heat from the surrounding environment is converted to internal energy. **P. 3474.** At the endpoints of a line segment of a length of d there are two identical positive electric charges. What is the ratio of the electric field strength and the electric potential in a point characterized by an α angle on the Thales' circle drawn around the line segment. **P. 3475.** On a bumper at the lower end of a vertically positioned insulator bar shown in the *figure* there is a pearl of the mass $m = 10^{-4}$ kg and a charge of Q_1. Above at a $h_0 = 20$ cm distance there is another pearl with the same mass m and electric charge Q_2 afloat. At a given moment we kick the lower pearl and it starts upwards at a velocity of $v_0 = 2$ m/s. How close can the lower pearl get to the upper one at most? (The pearls can move along the bar without friction.) **P. 3476.** In a homogeneous magnetic field there is an electron moving in a circular orbit. Can the magnetic induction vector generated by the moving electron be greater in the middle of the circle than the magnetic induction vector of the homogeneous field? **P. 3477.** Using thin slats we construct a triangle shaped frame with sides a, b and c. The overall mass of the frame is m. What is the inertial momentum of the frame related to an axis perpendicular to the triangle and crossing the frame in its centre of mass?