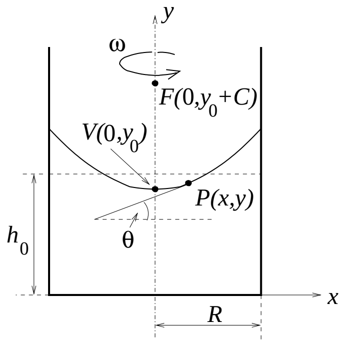
A 32. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatai[1]

Kísérleti forduló[2]

Forgó folyadék

A mérés három fő részből áll:

1. A forgó folyadék szabad felszínének vizsgálata, és a nehézségi gyorsulás meghatározása.
2. A forgó folyadéknak mint optikai rendszernek a vizsgálata.
3. A folyadék törésmutatójának meghatározása.



1. ábra. Definíciók: y tengely körüli állandó szögsebességű forgás esetében θ a lejtés szöge a $P(x,y)$ pontban; V a forgó folyadék forgásparaboloid felületének csúcspontja, F a fókusza. A folyadék eredeti magassága h_0, R pedig az edény sugara.

Ha egy folyadékkal töltött hengeres edény a középpontján átmenő függőleges tengely körül állandó ω szögsebességgel forog, a folyadék szabad felszíne forgásparaboloid alakú lesz (*1. ábra*). Egyensúlyi állapotban a felület $P(x,y)$ pontbeli érintője θ szöget zár be a vízszintessel, úgy hogy

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\omega^2 x}{g} \qquad (\text{ha } |x| \le R), \tag{1}$$

ahol R az edény sugara és g a nehézségi gyorsulás. Az is belátható, hogy $\omega < \omega_{\max}$ esetében (ahol $\omega_{\max}$ ebben a részfeladatban azt a szögsebességet jelöli, amelynél a forgó folyadék felszíne középen érinti az edény alját) az

$$x = x_0 = \frac{R}{\sqrt{2}} \qquad \text{helyen} \qquad y(x_0) = h_0, \tag{2}$$

azaz a forgó folyadék magassága megegyezik az álló folyadék magasságával.

[1] A feladatok megoldását a novemberi számunkban közöljük.

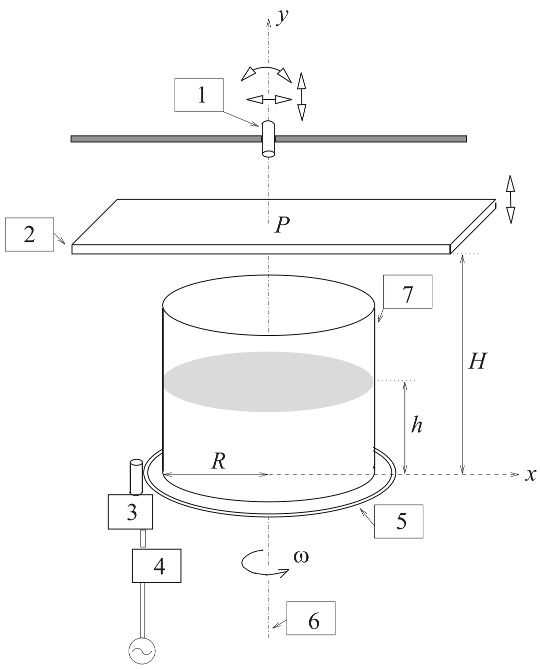
[2] A mérési feladat kidolgozására 5 óra állt a versenyzők rendelkezésére.

A forgó folyadék szabad felszíne parabola alakú, amit a következő egyenlet definiál:

$$y = y_0 + \frac{x^2}{4C}, \tag{3}$$

ahol a parabola csúcspontja a $V(0, y_0)$ pontban, fókusza pedig az $F(0, y_0 + C)$ pontban van. Ha a szimmetriatengellyel (optikai tengellyel) párhuzamos fénysugarak verődnek vissza a parabola felszínéről, akkor ezek mind átmennek az F ponton.

A mérési berendezés és tartozékai (2. ábra)



2. ábra. Kísérleti elrendezés az 1. és a 2. részfeladathoz: 1. Állványra rögzített lézer, 2. átlátszó ernyő, 3. motor, 4. motor szabályozó, 5. forgó korong, 6. forgástengely, 7. hengeres edény.

– Glicerinnel töltött, merev, hengeres műanyag edény. Az edény oldalán és alján milliméter skála van.

– Kis egyenáramú motorral hajtott forgó korong. A motort egy változtatható feszültségforrás működteti, ezzel lehet szabályozni a szögsebességet.

– Átlátszó vízszintes ernyő, amelyre átlátszó vagy áttetsző milliméter skálát rakhatsz. Az ernyő helyzete függőleges és vízszintes irányban is állítható.

– Állványra szerelt lézer. A lézer helyzete állítható. A lézer fejrésze cserélhető.

– Másik fejrész a lézerhez.

– Vonalzó.

– Filctoll.

– Stopper. (A bal gombbal lehet nullázni, a középsővel az üzemmódot beállítani, a jobb gombbal pedig indítani és leállítani a stoppert.)

– 1000 vonal/mm-es optikai rács.

– Buborékos vízszintező.

– Szemüveg.

Fontos figyelmeztetések

• NE NÉZZÉL KÖZVETLENÜL A LÉZERSUGÁRBA! VEDD FIGYELEMBE, HOGY A TÜKRÖZŐ FELÜLETEKRŐL VISSZAVERŐDŐ LÉZERFÉNY IS VESZÉLYES LEHET! SAJÁT BIZTONSÁGOD ÉRDEKÉBEN HASZNÁLD A RENDELKEZÉSRE BOCSÁTOTT SZEMÜVEGET!

• *A mérés során végig óvatosan bánj a glicerinnel teli edénnyel!*

• *A forgó korong vízszintezve van. A buborékos vízszintezőt az ernyő vízszintezésére használd!*

• *A mérés során az ernyőn több fényfoltot is fogsz látni, melyeket a folyadék, a levegő, az ernyő és az edény különböző határfelületein létrejövő visszaverődések és/vagy törések okoznak. Győződj meg róla, hogy a megfelelő sugarat méred-e!*

• *A folyadék forgatásakor folyamatosan változtasd a szögsebességet, és várd meg az egyensúlyi állapot beálltát, mielőtt mérni kezdenél!*

A mérés

1. rész: g *Meghatározása forgó folyadék segítségével (7,5 pont)*

– Vezesd le az (1)-es egyenletet!

– Mérd meg az edényben lévő folyadék h_0 magasságát és az edény $2R$ belső átmérőjét!

– Helyezd az ernyőt a fényforrás és az edény közé! Mérd meg az ernyő és a forgó asztal közti H távolságot.

– Állítsd be a lézert úgy, hogy a fénysugár függőlegesen lefelé mutasson, és a folyadék felszínét az edény középpontjától $x_0=R/\sqrt{2}$ távolságra érje el!

– Forgasd lassan a forgó asztalt! Győződj meg róla, hogy a folyadék középpontja nem éri el az edény alját!

– Tudjuk, hogy $x_0=R/\sqrt{2}$ esetén a folyadék magassága az ω szögsebeségtől függetlenül ugyanakkora, mint az eredeti h_0 magasság. Felhasználva ezt a tényt mérd meg ezen az x_0 helyen a θ szöget különböző ω szögsebességeknél, hogy ebből majd a g nehézségi gyorsulást meghatározhasd!

– Foglald táblázatba az egyes ω értékeknél mért és számított mennyiségeket!

– Készítsd el a g meghatározásához szükséges grafikont!

– Számítsd ki g értékét és határozd meg a mérési hibát!

– Írd be $2R$, x_0, h_0, és H értékét, valamint g mért értékét és hibáját a válaszlapra!

2. rész: *Optikai rendszer*

A kísérlet ezen részében a forgó folyadékot képalkotó optikai rendszernek tekintjük. Mivel a forgás szögsebességét változtatva a felület görbülete változik, az optikai eszközünk fókusztávolsága függ ω-tól.

a) A fókusztávolság vizsgálata (5,5 pont)

– Állítsd a lézert olyan helyzetbe, hogy a lézersugár az edény tengelye mentén függőlegesen lefele haladjon! Jelöld meg azt a P pontot, ahol a fénysugár átmegy az ernyőn. Ezt a pontot az edény középpontjával összekötő egyenes a rendszer optikai tengelye.

– Mivel a folyadék felszíne parabolatükörként viselkedik, az optikai tengellyel párhuzamosan beeső fénysugarak a visszaverődésük után az optikai tengelyt az F fókuszpontban metszik.

– Állítsd be a forgás szögsebességét úgy, hogy a fókuszpont éppen az ernyőre kerüljön. Mérd meg ekkor a forgás ω szögsebességét, valamint az ernyő és a forgó korong közötti H távolságot!

– Ismételd meg a fenti lépéseket különböző H értékek mellett!

– Másold át $2R$ és h_0 mért értékeit, valamint a különböző H értékekhez tartozó mért ω-kat a válaszlapra!

– Mérési adataidra illesztett alkalmas grafikon segítségével határozd meg, hogy milyen kapcsolat van a fókusztávolság és a szögsebesség között!

b) Az ernyőn látható „kép" analízise (3,5 pont)

A mérési feladat ezen részében az optikai rendszer által létrehozott „képet" kell vizsgálnod. Ezt az alábbi lépéseket követve teheted meg.

– Az óramutató járásával ellentétesen csavarva távolítsd el a lézer fejrészét!

– Helyezd fel (az óramutató járásával egyezően csavarva) a borítékban található új fejrészt! Így most a lézered a korábbi keskeny nyaláb helyett egy jellegzetes alakban kiinduló fényt fog kibocsátani.

– Állítsd be a lézert oly módon, hogy a fénye nagyjából az edény közepénél, majdnem merőlegesen essék a folyadékra!

– Helyezz egy áttetsző papírlapot az edényhez közeli helyzetben rögzített vízszintes ernyőre oly módon, hogy a lézerfény ne haladjon át a papírlapon, de a visszavert fény már igen!

– Figyeld meg a fényforrás direkt fénye által létrehozott, valamint a még nem forgó folyadékról visszaverődött fény által létrehozott „kép" méretét, valamint állását!

– Kezdd el forgatni a folyadékot, és lassan növeld a szögsebességet egészen a feszültségforrás által elérhető legnagyobb értékig, s eközben figyeld az ernyőt! Miközben ω-t növeled, több szögsebesség-intervallumot figyelhetsz meg, amelyekben a „kép" jellemző tulajdonságai lényegesen különbözőek. Írd le ezeket a megfigyeléseket (egészítsd ki a válaszlap táblázatát az egyes frekvencia-intervallumokra utaló sorok hozzáadásával)!

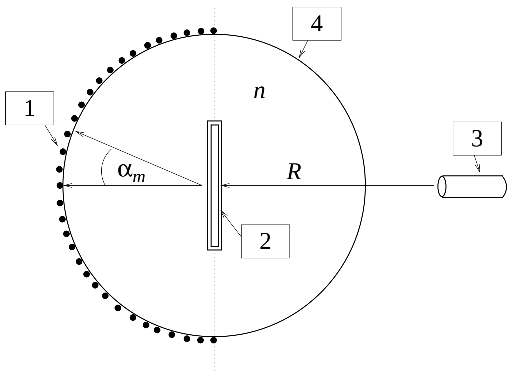
3. rész: *A törésmutató (3,5 pont)*

A mérési feladat ezen részében az adott folyadék törésmutatóját határozzuk meg egy optikai rács segítségével. Ha λ hullámhosszúságú monokromatikus fény merőlegesen esik egy diffrakciós rácsra, az m-edrendű elhajlási maximum α_m szögét megadó egyenlet:

$$m\lambda = d \sin \alpha_m, \tag{4}$$

ahol d a rácsállandó. Ebben a részfeladatban egy diffrakciós rács segítségével a lézerfény hullámhosszát, majd a folyadék törésmutatóját kell meghatároznod (*3. ábra*).

– Határozd meg az optikai rács segítségével a lézerfény hullámhosszát!



3. ábra. Az optikai rács felülnézetben. 1. Skálázott oldalfal, 2. optikai rács tartóban, 3. lézer, 4. hengeres edény.

– Merítsd a rácsot az edény közepénél függőlegesen a folyadékba!

– Irányítsd a lézert az eredeti fejrésszel úgy, hogy a fénye az edény oldalfalán keresztül merőlegesen essék a rácsra!

– Az edény túloldalára erősített milliméter-skálán figyeld meg a keletkező elhajlási képet! Ha szükséges, végezz távolságméréseket!

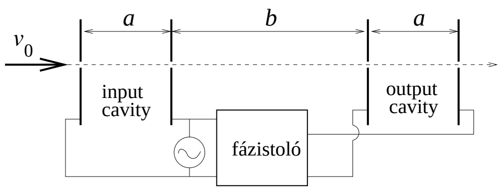
– A mérési adataid felhasználásával számítsd ki a folyadék n törésmutatóját! (A műanyag edény falának a fény útjára gyakorolt hatását elhanyagolhatod.)

Elméleti forduló[3]

1. feladat. [4]

1.A. Klisztron

A klisztron nagyon nagy frekvenciás jelek erősítésére szolgáló eszköz. A klisztron lényegében két egyforma lemezpárból (üregből) áll, melyek egymástól b távolságra vannak a *4. ábrán* látható módon.



4. ábra.

Egy kezdetben v_0 sebességű elektronsugár halad át az egész rendszeren a lemezekre vágott kicsiny lyukakon keresztül. Az erősítendő nagyfrekvenciás feszültséget egy meghatározott fáziskülönbséggel (a T periódusidő 2π fázisnak felel meg) rákapcsolják mindkét lemezpárra, ezáltal az üregekben vízszintes, váltakozó elektromos tér keletkezik. Azok az elektronok, amelyek ak-

[3] Az elméleti feladatok kidolgozására 5 óra állt a versenyzők rendelkezésére. Megoldásaikat előre elkészített VÁLASZLAPOK megfelelő rovatainak kitöltésével kellett megadniuk, elsősorban *rajzok, képletek, formulák* és (a feladat egyéb adatai által indokolt pontosságú) *számszerű eredmények* formájában. A hosszabb szöveges magyarázat mellőzését kérték a rendezők.

[4] Ez a feladat 4 független részfeladatból áll.

kor lépnek be a bal oldali üregbe (input cavity), amikor az elektromos térerősség vektora jobbra mutat, lelassulnak, és fordítva: a balra mutató elektromos térbe érkező elektronok felgyorsulnak. Így a továbbhaladó elektronok bizonyos távolságra összetorlódnak. Ha a jobb oldali üreg (output cavity) éppen egy torlódási pontnál van, az üregben levő elektromos tér energiát kap az elektronsugártól, feltéve, hogy az elektromos tér fázisa megfelelő.

Legyen a feszültségjel egy négyszögjel $T=1{,}0\cdot10^{-9}$ s periódusidővel váltakozva $V=\pm0{,}5$ V feszültségek között! Az elektronok kezdeti sebessége $v_0=2{,}0\cdot10^6$ m/s, fajlagos töltése pedig $e/m=1{,}76\cdot10^{11}$ C/kg. Az a távolság olyan kicsi, hogy az elektronok üregen való áthaladási ideje elhanyagolható. Számítsd ki, és add meg 4 értékes jegy pontossággal a következőket:

a) Azt a b távolságot, ahol az elektronok összetorlódnak. *(1,5 pont)*

b) A fázistoló által létrehozandó fáziskülönbséget. *(1 pont)*

1.B. Molekulák közötti távolság

Jelölje d_L a vízmolekulák közti átlagos távolságot, d_V pedig a vízgőz molekuláinak átlagos távolságát! Feltételezzük, hogy mindkét fázis 100 °C-os és légköri nyomású, továbbá azt, hogy a vízgőz ideális gázként viselkedik! Számítsd ki az alábbi adatok felhasználásával a d_V/d_L arányt! *(2,5 pont)*

Adatok:

A víz sűrűsége folyadékfázisban: $\varrho_L=1{,}0\cdot10^3$ kg/m^3.

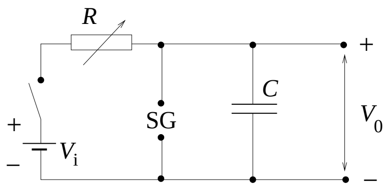
A víz móltömege: $M=1{,}8\cdot10^{-2}$ kg/mol.

A légköri nyomás: $p_0=1{,}0\cdot10^5$ N/m^2.

Az univerzális gázállandó: $R=8{,}3$ J/mol · K.

Az Avogadro-szám: $N_A=6{,}0\cdot10^{23}$/mol.

1.C. Egyszerű fűrészfog-generátor



5. ábra.

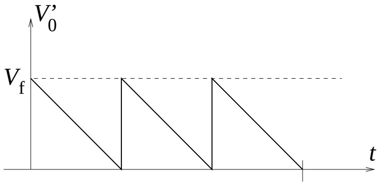
Egy fűrészfog alakú feszültségjel (V_0) az *5. ábrán* látható C kapacitással, R változtatható ellenállással, V_i ideális teleppel és az SG jelű szikraközzel (spark gap) állítható elő. Ez utóbbi két elektródát tartalmaz, melyek távolsága változtatható. Ha az elekródák közötti feszültség eléri a V_f kisülési (firing) feszültséget, a közöttük levő levegő átüt, így a szikraköz rövidzárként működik mindaddig, míg a rá eső feszültség nagyon kis értékre nem csökken.

a) Rajzold fel, hogyan változik a kapcsoló zárását követően a V_0 feszültség a t idő függvényében! *(0,5 pont)*

b) Milyen feltételnek kell teljesülnie ahhoz, hogy V_0 csaknem lineárisan változó fűrészfogjel legyen? *(0,2 pont)*

c) Feltéve, hogy ez a linearitási feltétel teljesül, vezesd le a jelalak T periódusidejét megadó egyszerű közelítő formulát! *(0,4 pont)*

d) Mit változtassunk meg (R-t és/vagy SG-t) ahhoz, hogy a fűrészfogjelnek csak a periódusideje változzék? *(0,2 pont)* *e*) Mit változtassunk meg (R-t és/vagy SG-t) ahhoz, hogy a fűrészfogjelnek csak az amplitúdója változzék? *(0,2 pont)*

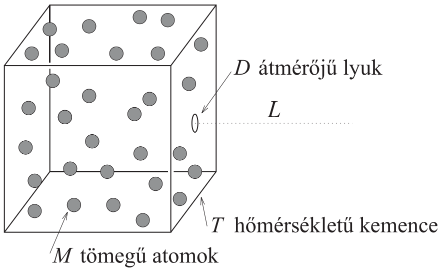


6. ábra.

f) Kapsz a korábbi eszközök mellé még egy változtatható kimenetű egyenáramú feszültségforrást is. Tervezz meg és rajzolj le egy olyan új áramkört, mellyel a *6. ábrán* látható feszültség-jelalakot állíthatod elő! *(1 pont)*

1.D. Atomsugár

Egy atomsugarat úgy lehet előállítani, hogy bizonyos számú atomból álló gázt T hőmérsékletre hevítünk, és lehetővé tesszük, hogy az atomok a kemence falán lévő igen kicsiny (az atomok méretével összemérhető) D átmérőjű lyukon vízszintes irányban kilépjenek (*7. ábra*).



7. ábra.

Becsüld meg, mekkorára nő a sugár átmérője L hosszúságú vízszintes út megtétele után! Az atomok tömege M. *(2,5 pont)*

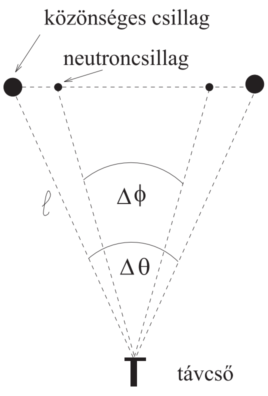
2. feladat. *Kettőscsillag*

a) Jól ismert, hogy a legtöbb csillag kettőscsillag-rendszernek része. A kettőscsillagok egyik típusa egy m_0 tömegű és R sugarú közönséges csillagból, valamint egy kisméretű, de sokkal nagyobb tömegű (M tömegű) neutroncsillagból áll, és ezek egymás körül keringenek. A Föld mozgását a továbbiakban mindenhol figyelmen kívül hagyhatod! Egy ilyen kettőscsillagról távcsöves megfigyelésekkel a következő információkat nyerhetjük:

– A csillag legnagyobb szögelmozdulása $\Delta\theta$, míg a neutroncsillag legnagyobb szögelmozdulása $\Delta\phi$ (*8. ábra*).

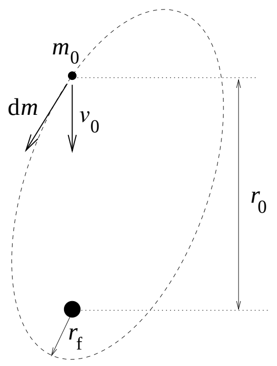
– A legnagyobb szögelmozduláshoz szükséges idő τ.

– A közönséges csillagra jellemző sugárzás vizsgálata azt mutatja, hogy a csillag felszíni hőmérséklete T, és róla a Föld felszínére felületegységenként és időegységenként P sugárzási energia érkezik.



8. ábra.

– Ebben a sugárzásban a kalcium színképvonalának hullámhossza $\Delta\lambda$ értékkel különbözik a földi körülmények között szokásos λ_0 hullámhossztól. Az eltérést a közönséges csillag gravitációs terének hatása okozza. (A számítás során a fotont $h/(c\lambda)$ effektív tömegű részecskének tekintheted.)



9. ábra.

Vezess le egy olyan kifejezést, amely a távcsöves megfigyelési adatok és univerzális állandók felhasználásával megadja a Föld és a kettőscsillag ℓ távolságát. *(7 pont)*

b) Tegyük fel, hogy $M \gg m_0$, és így a közönséges csillag lényegében a neutroncsillag körül kering egy r_0 sugarú körpályán. Feltesszük továbbá, hogy a közönséges csillag gázt bocsát ki magából, s ezt a gázt saját magához képest v_0 relatív sebességgel a neutroncsillag felé lövelli (*9. ábra*). Tudva azt, hogy a feladatban a neutroncsillag gravitációs erőtere a meghatározó, és elhanyagolva a közönséges csillag pályájának megváltozását, határozd meg azt az r_f távolságot, amennyire a gáz megközelíti a neutroncsillagot. *(3 pont)*

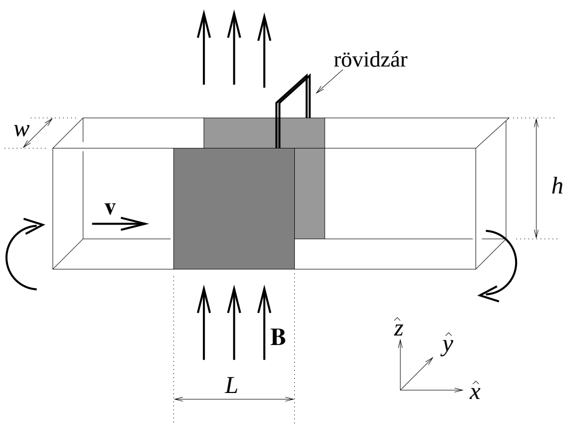
3. feladat. *Magnetohidrodinamikai (MHD) generátor*

Egy téglalap keresztmetszetű, vízszintes műanyag cső szélessége w, magassága h. Az önmagába záródó csőben ϱ fajlagos ellenállású higany található. A higanyt egy P túlnyomást biztosító szivattyú állandó v_0 sebességgel hajtja körbe. A cső két szemközti függőleges falának L hosszúságú szakaszát rézlemezek borítják (*10. ábra*).

Egy folyadék valóságos mozgása nagyon bonyolult, összetett jelenség. A helyzet egyszerűsítése érdekében tegyük fel a következőket:

- Jóllehet a folyadék viszkózus, a sebességet tekintsük a cső teljes keresztmetszetében ugyanakkorának!
- A folyadék sebessége mindig arányos a folyadékra ható eredő külső erővel.
- A folyadék összenyomhatatlan.

KöMaL – 2001/7 FIZ0107 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:49 (8. lap)



10. ábra.

A rézlapokat a folyadékon kívül rövidre zárjuk, majd folyadék rézlapokkal határolt szakaszán függőlegesen felfelé mutató, homogén **B** mágneses teret kapcsolunk be. Az elrendezést a *10. ábra* mutatja, a megoldás során használandó $\hat{x}$, $\hat{y}$ és $\hat{z}$ egységvektorokkal.

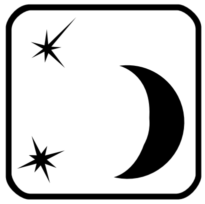
a) Határozd meg a mágneses tér által a folyadékra kifejtett erőt (L, B, h, w, ϱ és a megváltozott v sebesség függvényében)! *(2 pont)*

b) Vezess le egy olyan formulát, amely megadja a folyadék megváltozott v sebességét (v_0, P, L, B és ϱ függvényében) a mágneses tér bekapcsolása után! *(3 pont)*

c) Vezesd le azt a képletet, amely megadja, hogy mekkora többletteljesítményre van szüksége a szivattyúnak ahhoz, hogy az áramlás sebességét az eredeti v_0 értékre állítsa vissza! *(2 pont)*

d) A mágneses teret most kikapcsoljuk, és a higanyt v_0 sebességgel folyó vízzel helyettesítjük. Egy adott frekvenciájú elektromágneses hullámot küldünk végig az L hosszúságú szakaszon, az áramlással azonos irányban. A víz törésmutatója n, $v_0 \ll c$. Vezesd le azt a kifejezést, amely megadja, hogy mekkora a folyadék mozgásának járuléka a hullám L hosszúságú szakaszra eső fáziskülönbségéhez! *(3 pont)*

Az Északi Hajnal



Katona Mihály református prédikátor már nem élhette meg, hogy második nagy műve, a *„Közönséges természeti földleírás”* 1824-ben Pesten megjelenjen. Első nagyobb munkája, a *„Föld mathematica leírása a világ alkotmányával együtt”* nagy sikert aratott mind a „felsőbb oskolabeli tanulók”, mind az *„alsóbb oskolabeli tanítók”*, mind az *„effélékben gyönyörködők”* körében, amit mi sem bizonyít fényesebben, mint az a magas példányszám, amelyben a könyv elfogyott.

A *Közönséges természeti földleírás*, az első átfogó magyar nyelvű természetföldrajzi munka. Ebben izgalmas összefoglalást találhatunk a sarki fény mibenlétére vonatkozó egykorú elméletekből.

Ma már tudjuk, hogy a sarki fény jelenségét a Napból érkező elektromosan töltött részecskék okozzák. Ezeket a részecskéket a Föld mágneses erővonalai a mágneses pólusok felé terelik. A Föld légkörébe a sarkok körüli behatoló elektromos töltésű részecskék ionizálják a légkör atomjait, s sugárzásra kényszerítik azokat. Az ilyen módon létrejött fényjelenség a sarki fény, amelynek egyik szép „példányát" láthatjuk a hátsó belső borítón (a Sky & Telescope nyomán).

1824-ben meglehetősen kevés olyan ismeret állt a tudósok rendelkezésére, amely a maihoz hasonló magyarázathoz segítette volna őket. Aki megfigyel egy látványos jelenséget, és valóban hivatásának tekinti a természet titkainak kifürkészését, az magyarázatot keres mindarra, amit tapasztal még akkor is, ha nem lehet biztos abban, hogy elképzelése kiállja az idő próbáját. Vajon mi vitte előrébb a világot? A jelenségekre adott szabatos és megfellebbezhetetlen magyarázatok sora, vagy inkább az, a már-már költői hevület, amellyel a *megértésre* törtek természetfilozófus őseink?

„Néha éjjel, észak felé, valami fényes világosságot lehet észrevenni az Égen, akkor is, amikor már a nap oly mélyen van a Láthatár alatt, hogy azt a világosságot rendes Hajnalnak éppen nem tarthatjuk. Ezt szokták nevezni Északi Hajnalnak. Ezt láthatni az esztendőnek minden részében, de leginkább Ősszel és Télen, és rendszerint az Északi láthatárnál, valamely karikaszelet formájú homályos felhőnek felsőbb kerületéből emelkedik fel."

De vajon mi okozza a sarki fény, az *Északi Hajnal* jelenségét? Az 1800-as években erről sokan, sokféleképpen vélekedtek. Nézzük meg, hogy Katona Mihály uram mely elméleteket gyűjtötte csokorba.

Halley *mágnesi matériának tartja azt (a fénylő anyagot), a mely az Északi Póluson ki foly, az Aeqator (Egyenlítő) felé elszéled, az után ismét öszve szedi magát és a Déli Pólusán a földnek be foly. Úgy vélekedik, hogy tán valamely foszforos matéria is van a föld gyomrában, a mely időről időre esmeretlen útakon a Pólusokon kiüti magát, és a levegő legfölsőbb részébe veszi magát.*

Maiván *a Nap és föld Athmospherainak öszve elegyedéséből magyarázza, mely által valamely gyulladás történne.*

Hell (Hell Miksa) *a Nap és Hold vissza térített sugarainak tulajdonítja, azon jég táblátskákról, a mellyekkel tellyes a levegő a hideg földövön.*

Eggyügyübb és leghihetőbb **Franklin** *vélekedése, a meg fordító karikák* (térítő körök) *közt felemelkedő meleg levegő szüntelen foly a pólusok felé, és a Tengerekből sok vízgőzöket visz magával; a mellyek rendszerént az útban esővé és menykővé válnak, részerént pedig a Pólus hideg környékére el jutnak; a hol részekre válván hóformában leesnek. Minthogy már a gőzökkel egybe kötve volt menykő matéria, a Pólus mellyéki Tartományok jéggel bé vont színén, mint igen rossz tenyésztetően* (vezetőn), *nem oszolhat el a földbe: meg gyűl a gőzkörnyékben; a honnan felfelé veszi magát a levegő környék felett való ürességbe; a hol látható fénnyel folydogál, és a mérséklett Földövek levegőjén, mint jobb tenyésztetőn vevén az útját, ottan ismét a földben el szélded. E szerént hát az Északifény az menykő matéria helyre állott egyarányúságának következése volna a Pólus mellyéki és mérséklett földövi levegő közt.*

Horányi Gábor

Pályázat kísérleti fizikából

A Szegedi Tudományegyetem **Kísérleti Fizikai Tanszéke** pályázatot hirdet középiskolás diákok (9–12. évfolyam) számára.

A 2000/2001-es tanévben az alábbi témában lehet pályázatot benyújtani:

Kísérletek az elektrodinamika (elektromágnesség) témaköréből

A pályázat kétfordulós. Az első fordulóban a kísérlet lényegét leíró dolgozattal lehet részt venni. A beadott munkában (amely tartalmazhat fotókat, rajzokat, táblázatokat, grafikonokat stb.) vázolni kell a nem, vagy kevéssé ismert kísérletek elvégzésének menetét, az alkalmazott módszereket. A pályamunkában fel kell tüntetni a felhasznált forrásmunkákat is. A pályázatok értékelését szakmai zsűri végzi. A legjobb dolgozatot készítők jutnak a második fordulóba, ahol a kísérleteket „élőben” is be kell mutatni a zsűri előtt. A pályázatok végső sorrendjét e bemutatás után állapítja meg a zsűri.

Pályázni lehet: egyénileg vagy 2 fős „csapattal”.

A pályázat díjai:

I. díj:	20 000 Ft;
II. díj:	10 000 Ft;
III. díj:	5000 Ft.

A helyezettek munkáját oklevéllel is elismerjük. A konzultáló, illetve felkészítő tanár a díjazott diák(ok)kal megegyező értékű jutalomban részesül.

A dolgozatot két példányban kell benyújtani, a maximális terjedelem 10 oldal lehet. A pályázat jeligés, ezért a dolgozaton csak a jeligét szabad feltüntetni. A pályázó(k) adatait zárt, a dolgozat jeligéjével ellátott borítékban mellékelni kell:

1. a pályázó(k) neve, lakcíme, telefonszáma,

2. a pályázó(k) iskolájának neve, címe, telefonszáma,

3. a felkészítő tanár neve.

A pályázatot az alábbi címre kérjük küldeni *„Pályázat kísérleti fizikából”* **megjelöléssel:**

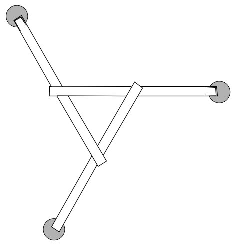
dr. Szatmári Sándor *tanszékvezető egyetemi tanár,*
SZTE Kísérleti Fizikai Tanszék, 6720 SZEGED, Dóm tér 9.

Beküldési határidő: **2002. január 15.**

(A 2. forduló megtartására ezt követően kb. 1 hónap múlva kerül sor.)

A pályázattal kapcsolatos további kérdésekre **válasz kérhető dr. Molnár Miklós egyetemi docenstől (tel.: 62/544-358, e-mail:** `mmiklos@physx.u-szeged.hu`**).**

Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása



P. 3407. *Az* ábrán *felülnézetben látható elrendezésben egymásra tettünk három ugyanolyan méretű, de különböző tömegű, homogén tömegeloszlású rudat. A rudak egyik vége egy-egy oszlopra, másik vége mindig egy másik rúd közepére támaszkodik. Az oszlopok egyforma magasak. Mekkora erővel nyomják a rudakat? (Legyen* $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $m_3 = 3$ kg.*) Változik-e az eredmény, ha két rudat felcserélünk?*

(*5 pont*) Közli: *Sári Péter,* Budapest

Megoldás. Tételezzük fel, hogy az m_1 tömegű rúd az m_2-re támaszkodik, az pedig az m_3-ra, és végül az m_3-as az m_1-re. Ha a 3-as számú rúd x nagyságú erővel „terheli" az 1-es rúd közepét, akkor az 1-es rúd a végénél levő oszlopot is és a 2-es rúd közepét is

$$\frac{m_1 g + x}{2}$$

erővel nyomja függőlegesen lefelé. A 2-es rúd ezek szerint

$$\frac{m_2 g + \dfrac{m_1 g + x}{2}}{2}$$

erővel terheli a saját oszlopát, és ugyanekkora erőt fejt ki a 3-as rúdra. Tovább folytatva ezt a gondolatmenetet: a 3-as rúd az 1-esre

$$\frac{m_3 g + \dfrac{m_2 g + \dfrac{m_1 g + x}{2}}{2}}{2}$$

erőt fejt ki, ami viszont a kezdeti feltételezésünk szerint éppen x. Az egyenletet megoldva és a tömegeket behelyettesítve

$$x = \frac{17}{7}\ \mathrm{kg} \cdot g = 23{,}8\ \mathrm{N}$$

adódik, az oszlopokra ható erők pedig rendre 16,8 N, 18,2 N és 23,8 N.

Ha két rudat felcserélünk, az eredmény – első pillanatra meglepő módon – megváltozik. Az oszlopokra ható erők ilyenkor: 15,4 N, 21,0 N és 22,4 N. A három erő összege természetesen mindkét esetben ugyanakkora, a három rúd súlyának összegével egyezik meg.

Varga Áron (Wissen, Kopernikus-Gymnasium, 11. o.t.)

156 dolgozat érkezett. Helyes 70 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 34, hiányos (1–3 pont) 41, hibás 1, nem versenyszerű 10 dolgozat.

P. 3412. *Keresztezett állású polárszűrőkön nem jut át a fény. Ha közéjük becsúsztatunk egy harmadik polárszűrőt, valamennyi fény átjuthat. A bejövő fénynek legfeljebb hányad része juthat át?*

(*5 pont*) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Megoldás. Egy polárszűrőn átmenő fény intenzitása

$$I_{\text{át}} = \cos^2\varphi \cdot I_{\text{be}},$$

ahol φ a beeső fény polarizációs síkjának és a szűrő által kijelölt polarizációs síknak a szöge, I_{be} pedig a beeső fény intenzitása. (Ez a Malus-törvényként ismert összefüggés a fény elektromágneses elméletéből könnyen megkapható. A beeső fény felbontható a szűrő „átengedő” irányába eső és arra merőleges polarizációjú komponensekre. A szűrő csak az egyik összetevőt engedi át, és mivel a fény intenzitása az amplitúdó négyzetével arányos, az átmenő fény erőssége – ideális szűrő esetén – éppen a fenti képletnek megfelelő.)

Ha a beeső fény polarizációs síkja az első szűrőével α, az első és a középső szűrő polarizációs síkja pedig egymással β szöget szöget zár be, akkor az átmenő fény intenzitása

$$I_{\text{át}} = \cos^2\alpha\,\cos^2\beta\,\sin^2\beta \cdot I_{\text{be}} = \frac{1}{4}\cos^2\alpha\,\sin^2 2\beta \cdot I_{\text{be}}.$$

Ez a kifejezés nyilván akkor a legnagyobb, ha $\alpha = 0$ és $\beta = 45^\circ$. Ilyenkor $I_{\text{át}} = \frac{1}{4} I_{\text{be}}$.

Több dolgozat alapján

Megjegyzés. Ha a bejövő fény polarizálatlan (vagyis két egymásra merőlegesen polarizált fénysugár időben gyorsan, de véletlenszerűen váltakozó keveréke), akkor már az első polárszűrő – bárhogy is forgatjuk azt – felére csökkenti a fény erősségét, a három szűrőn tehát az eredeti fény energiájának legfeljebb csak a nyolcadrésze juthat át.

27 dolgozat érkezett. Helyes Geresdi Attila, Bartha Szabolcs Mihály, Börzsönyi Ádám, Hajna Zsófia, Hegyi Márta, Pápai Tivadar, Siroki László és Varjú Péter megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 15, hibás 1 dolgozat.

P. 3416. *A Föld mely részén és hogyan tölthető el két vasárnap egy szombat és a rákövetkező hétfő között?*

(*3 pont*) *Takács Gábor,* Budapest

Megoldás. A Földön az Északi-sarktól a Déli-sarkig nagyjából a 180.-os hosszúsági kör mentén húzódik a dátumválasztó vonal. Ennek nyugati oldalán a naptári dátum eggyel nagyobb, mint a keleti oldalon. Ha a dátumválasztó vonal nyugati oldalán eltöltünk egy vasárnapot, majd hétfőre virradóan pontban éjfélkor átmegyünk a keleti oldalra, ott 24 óra hosszan ismét élvezhetjük a vasárnap örömeit.

A dátumválasztó vonal nem követi pontosan a 180. hosszúsági kört, hanem a csendes-óceáni szigeteket szándékosan elkerülve majdnem mindenhol a tengeren halad.

Emiatt a leírt „trükköt” csak az Antarktiszon, esetleg egy álló (vagy éppen a dátumválasztó vonal mentén haladó) hajón hajthatjuk végre.

Apáthy Molnár Sándor (Budapest, Szent István Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. A vasárnapokat kedvelő, játékos kedvű emberek egymást követő két hétfő között nemcsak 2, de *akárhány* vasárnapot átélhetnek! Ha ugyanis a második vasárnap elteltével (a hétfőre virradó éjszakán pontosan éjfélkor) a dátumválasztó vonal keleti oldaláról átlépünk a nyugati oldalra, ott nem a hétfő, hanem kedd kezdődik! Ezen az oldalon kivárva a vasárnapot, majd a éjfélkor a keleti oldalra lépve újabb 2 vasárnapot nyertünk, anélkül, hogy közben hétfő lett volna (ott, ahol éppen tartózkodtunk). Mivel ezt a „mutatványt” elvben akárhányszor megismételhetjük, a hétfőmentes vasárnapok számát korlátlanul növelhetjük!

Tóth Szilveszter (Tata, Eötvös J. Gimn., 12. o.t.)

195 dolgozat érkezett. Helyes 126 megoldás. Hiányos (1–2 pont) 64, hibás 5 dolgozat.

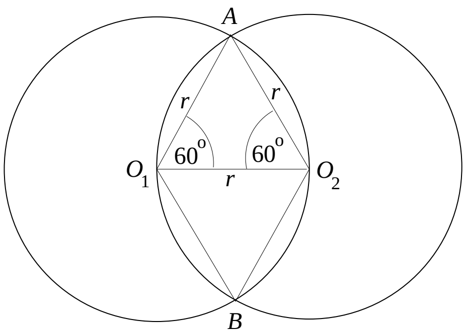
P. 3418. *Két egyenlő sugarú,* 30 Ω *ellenállású, rézből készült körvezetőt úgy forrasztunk össze, hogy egymás középpontjain átmennek. A forrasztási pontokra* 12 V*-os akkumulátort kapcsolunk.*

a) Mekkora az egyik kisebb íven átfolyó áram erőssége?

b) Mekkora az akkumulátor által leadott teljesítmény?

(*3 pont*) Közli: *Farkas László* (Newton-Kupa feladat), Keszthely

Megoldás. Az *ábrán* látható AO_1O_2 háromszög szabályos, mert mindegyik oldala a körök sugarával egyenlő nagyságú. Így az $AO_1O_2\sphericalangle$ 60°-os, és ugyanekkora a $BO_1O_2\sphericalangle$ is. A két kör tehát 1 : 2 arányban osztja egymást, és mivel a homogén vezető ellenállása a hosszával arányos, a rövidebb körívek ellenállása 10 Ω, a hosszabbaké pedig 20 Ω.



A kisebb ívek mindegyikén

$$I = \frac{U}{R_{\text{kisebb}}} = \frac{12\ \text{V}}{10\ \Omega} = 1{,}2\ \text{A}$$

áram folyik, a nagyobbakon pedig ennek fele, 0,6 A. Az akkumulátor teljes árama

$$I = 2\cdot 1{,}2\ \text{A} + 2\cdot 0{,}6\ \text{A} = 3{,}6\ \text{A},$$

a leadott teljesítmény pedig

$$P = UI = 12\ \text{V}\cdot 3{,}6\ \text{A} = 43{,}2\ \text{W}.$$

Seffer Klára (Kalocsa, Szent István Gimn., 10. o.t.)

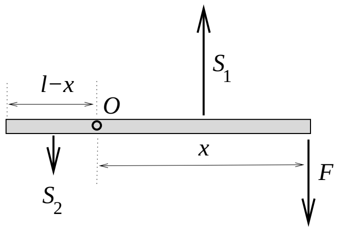
238 dolgozat érkezett. Helyes 201 megoldás. Hiányos (1–2 pont) 24, hibás 13 dolgozat.

P. 3420. *Egy hosszú, egyenes vonalzó fekszik a vízszintes asztalon. A vonalzót az egyik végéhez kötött fonal segítségével vízszintesen húzzuk. Ha a fonal a vonalzó hossztengelyével párhuzamos, akkor F_0 erő szükséges a test megmozdításához. Mekkora erővel lehet a vonalzót megmozdítani, ha a fonal merőleges a hossztengelyre? (A vonalzó egyenletesen nyomja az asztalt.)*

(*4 pont*) Közli: *Brájer László,* Budapest

Megoldás. Ha a fonál párhuzamos a vonalzó hossztengelyével, akkor $F_0 = mg\mu$ erővel lehet megmozdítani, hiszen az egyes darabkáira ható súrlódási erők párhuzamosak egymással, tehát a teljes súrlódási erő egyszerűen a vonalzót az asztalhoz szorító mg erő μ-szöröse.

Bonyolultabb a helyzet akkor, amikor a fonal merőleges az l hosszúságú vonalzó hossztengelyére, mert ilyenkor a vonalzó egyes részei ellentétes irányban mozdulnak el, tehát a súrlódási erők összegzése nem nyilvánvaló.



A rúdra merőleges F erő hatására a rúd egy, a húzott végétől bizonyos (egyelőre ismeretlen) x távolságra eső O pontja körül elfordul. Mivel a vonalzó tömegközéppontjának gyorsulása is és a vonalzó szöggyorsulása is nagyon kicsiny (határesetben nulla), az éppen csak megmozduló vonalzónál a rá ható erők összege, illetve a forgatónyomatékok összege is nulla kell legyen. (Könnyen belátható, hogy O nem eshet a vonalzón kívülre. Ilyen esetben ugyanis a súrlódási erők eredőjének lenne a fonálra merőleges összetevője is, ez pedig – egyéb ilyen irányú erő híján – lehetetlen.)

Az x hosszúságú vonalzódarabra a vonalzó egyenletes felfekvése miatt

$$S_1 = \mu mg\frac{x}{l} = F_0\frac{x}{l},$$

a maradék $l - x$ hosszú darabra pedig

$$S_2 = \mu mg\frac{l-x}{l} = F_0\frac{l-x}{l}$$

nagyságú súrlódási erő hat. Ez a két erő egymással ellentétes irányú, támadáspontjuk pedig a szimmetria miatt a megfelelő vonalzódarabok közepére esik.

Az erők egyensúlyának feltétele:

$$F = S_1 - S_2, \qquad \text{azaz} \qquad F = F_0\frac{2x-l}{l},$$

a forgatónyomatékok O pontra vonatkoztatott egyensúlya pedig

$$F\cdot x = S_1\cdot\frac{x}{2} + S_2\cdot\frac{l-x}{2}, \qquad \text{vagyis} \qquad F\cdot x = F_0\frac{2x^2-2xl+l^2}{2l}.$$

Ebből a két egyenletből

$$x = \frac{l}{\sqrt{2}} \approx 0{,}71\,l \qquad \text{és} \qquad F = F_0\,(\sqrt{2}-1) \approx 0{,}41\,F_0$$

adódik.

Több megoldás alapján

Megjegyzés. Ha a vonalzó – akár az asztal, akár pedig maga a vonalzó görbesége miatt – nem egyenletesen nyomja az asztalt, akkor az eredmény lényegesen megváltozik. Ha például a vonalzó középen „púpos” (és emiatt csak a végeinél támaszkodik az asztalra), akkor a kérdéses erő $F = F_0/2$; ha pedig az ellenkező irányban görbült a vonalzó (tehát csak a közepénél ér az asztalhoz), akkor gyakorlatilag tetszőlegesen kicsiny erővel megmozdítható.

93 dolgozat érkezett. Helyes 21 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 9, hiányos (1–2 pont) 36, hibás 21, nem versenyszerű 6 dolgozat.

A mérési feladat megoldása

M. 225. *Ejtsünk tiszta vízbe egy csepp olajat! Mérjük meg, hogyan függ a „behatolási mélység” az ejtés magasságától és a csepp méretétől!*

(*6 pont*) Közli: *Bodrogi Péter,* Budapest

Megoldás. A mérés legkritikusabb pontjának a bemerülési mélység megfigyelése és megmérése bizonyult, mert az olajcsepp csak kis mélységig merült a vízbe s igen hamar feljött a felszínre. A minél pontosabb megfigyelés érdekében a mérést végzők a legkülönbözőbb megoldásokhoz folyamodtak. *Demeter Zoltán* és *Coc Károly* (Marosvásárhely, Bolyai F. Líceum) videófelvételt készített a jelenségről, *Flender Gyöngyi* (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn.) diavetítőt, *Vigh Máté* (Pécs, Babits M. Gimn.) lencsés kivetítést, *Biró István* (Marosvásárhely, Bolyai F. Líceum) pedig egy oldalára fordított írásvetítőt használt. Többen szabad szemmel végzett megfigyelésekkel is elég pontos mérési eredményekhez jutottak.

Soós Péter (Kiskunhalas, Bibó I. Gimn.) egy másodpercenként 12-szer felvillanó lámpa segítségével stroboszkopikus felvételeket készített. Az olajba nagyon finom alumíniumport kevert, amely jól visszaverte a fényt, de az olaj tulajdonságait lényegesen nem módosította. Szobahőmérsékletű vízzel kísérletezve azt tapasztalta, hogy az olajcseppek vagy teljesen „visszapattantak” a víz felszínéről, vagy sok apró cseppre szakadtak szét a becsapódáskor. Ezért – a felületi feszültség csökkentése érdekében – merülőforralóval melegíteni kezdte a vizet. A legnagyobb behatolási mélységet a forráspont közelében tapasztalta, további méréseit forró (80–90 °C-os) vízzel végezte.

A méréshez általában normál étolajat és desztillált vizet (esetleg csapvizet) használtak a versenyzők, és különböző csepegtető eszközök (orvosi fecskendő, pipetta, különböző átmérőjű csövek) segítségével próbáltak meghatározott méretű cseppeket előállítani. Igen ötletes Vigh Máté megoldása: egy műszerolajat tartalmazó műanyagflakon (olajozó) fokozatosan elvékonyodó (csonka kúp alakú) csepegtetőjéből sorra kis darabokat vagdosott le, így sokféle cseppmérettel tudott kísérletezni. *Nagy Ádám* (Budapest, Szent István Gimn.) egy orvosi fecskendő végét celofánnal fedte el, erre kis lyukat szúrt, majd a lyukat egyre jobban tágítva változtatni tudta az olajcseppek méretét.

A mérési eredmények sokfélék, erősen függtek attól, hogy mekkora cseppekkel és milyen ejtési magasság-tartományban végezték el a kísérletet. Általános tapasztalat, hogy a bemerülési mélység az ejtési magasság növelésével nő, és adott magasságból ejtve a nagyobb cseppek mélyebbre merülnek.

A mérés elvégzése során néhány érdekes megfigyelés is született. *Jurányi Zsófia* (Pécs, Leöwey K. Gimn.) azt tapasztalta, hogy csak az egészen magasról indított és elég nagy cseppek képesek teljesen behatolni a vízbe, a többiek csak részben, azután gyorsan szétterülnek a víz felszínén. Többen megfigyelték, hogy az egyre nagyobb cseppek behatolási mélysége nem a méretükkel arányosan nő (akár a térfogatukkal, akár pedig az átmérőjükkel jellemezzük a „méretet”), hanem bonyolultabb kapcsolat lehet ezen két mennyiség között. (Ezt a kapcsolatot azonban a mérési adatok nagy szórása és a mérethatárok viszonylag szűk tartománya miatt nem lehetett meggyőző módon meghatározni.) Sokan megemlítették, hogy az elég magasról indított és nagyobb méretű olajcseppek a vízfelszín elérésekor, vagy azt követően több apró cseppre szakadnak, s ilyenkor a behatolási mélység fogalma is kérdésessé válik.

A mérési hiba elsősorban a mélységmérés bizonytalanságából adódott, a relatív hiba nagyságrendje $10-40\,\%$-ra becsülhető.

17 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Biró István, Flender Gyöngyi, Jurányi Zsófia, Nagy Ádám és Soós Péter megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) 7, hiányos (3–4 pont) 5 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 227. Egy „szögre akasztott” karika többféle lengést végezhet. Válasszunk ki ezek közül két jellegzeteset: azt, amikor a karika a saját síkjában leng, és azt, amikor erre merőlegesen. Mérjük meg a kétféle lengésidőt, és számítsuk ki ebből a két lengésidő arányát! Becsüljük meg a kapott eredmény hibáját!

(*6 pont*) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

P. 3456. Egymással párhuzamosan fut egy vasúti sínpár, egy autópálya és egy kerékpárút. A középen levő autópályától 600 m távolságra van a vasút és 800 m-re a kerékpárút. A vonat sebessége 90 km/h, az autóé 60 km/h. Mindhárom jármű azonos irányban halad állandó sebességgel úgy, hogy az egyik pillanatban egy egyenesre illeszkednek. Mekkora a kerékpáros sebessége, ha ez az állapot fennmarad?

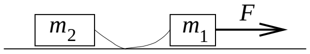
(*4 pont*) Közli: *Simon Péter,* Pécs

P. 3457. Egy edény színültig van víznél nagyobb sűrűségű, vízzel nem elegyedő, 0 C°-os folyadékkal, benne úszik egy 0 C°-os jégdarab. A hőmérsékletet 0 C°-on tartva, a jégdarabot infravörös fénnyel megvilágítva elolvasztjuk. Kicsordul-e a víz a pohárból?

(*3 pont*) Közli: *Varga István,* Békéscsaba

P. 3458. Mi a magyarázata annak, hogy ha egy farönkre nehéz teherrel súlyosbított balta élét illesztjük, alig-alig sérül meg a rönk, viszont ha a teher nélküli baltát felemeljük, és úgy sújtunk a rönkre, az széthasad?

Arisztotelész feladata nyomán
(*3 pont*) (*„Gondolatébresztő feladat”* a Sulineten)



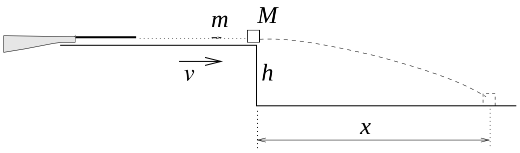
P. 3459. Vízszintes felületen lévő $m_1 = 0{,}6$ kg tömegű és $m_2 = 0{,}4$ kg tömegű hasábokat könnyű, laza fonál köt össze. Az m_1 tömegű testet $F = 3$ N nagyságú vízszintes erővel kezdjük húzni, és figyeljük a testek gyorsulását. A kísérletet több, különböző súrlódású felületen elvégezzük. A csúszási és a tapadási súrlódási együtthatót azonosnak tekintve μ nullától 0,9-ig mindenféle értéket felvehet.

a) Adjuk meg és ábrázoljuk a testek gyorsulását μ függvényében!

b) Határozzuk meg és ábrázoljuk a fonálban fellépő erőnek a súrlódási tényezőtől való függését!

(*5 pont*) Közli: *Kotek László,* Pécs

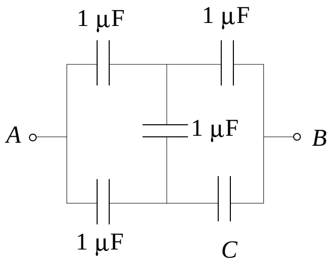
P. 3460. Egy lövedék sebességének meghatározására a $h = 0{,}8$ m magas asztal szélére $M = 1{,}2$ kg tömegű fakockát helyezünk, amelybe vízszintes irányból $m = 20$ g tömegű



lövedéket lövünk. (A lövedék benne marad a fakockában.) Az ütközés hatására a kocka lerepül az asztalról, és $x = 3$ m távolságban ér talajt. Mekkora volt a lövedék sebessége?

(*4 pont*) Közli: *Holics László,* Budapest

P. 3461. Az *ábrán* vázolt kapcsolásban C helyére tetszőleges nagyságú kondenzátort tehetünk. Milyen határok között változtatható ezáltal az A és B pontok közötti kapacitás?



(*5 pont*) Közli: *Légrádi Imre,* Sopron

P. 3462. Ugyanakkora elektromotoros erejű és egyaránt 3 Ω belső ellenállású telepeket kapcsoltunk először párhuzamosan, majd sorosan egy 129 Ω-os fogyasztóra. Azt tapasztaltuk, hogy a soros kapcsolásnál egy-egy telep kapocsfeszültsége 10 %-kal kisebb, mint párhuzamos kapcsolás esetén.

a) Hány telepet használtunk?

b) Melyik esetben volt nagyobb a fogyasztón a teljesítmény?

(*4 pont*) Közli: *Sütt Dezső,* Budapest

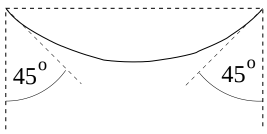
P. 3463. Egyatomos ideális gázt térfogatának hetedrészére nyomunk össze, miközben nyomása hétszeresére nő egy olyan folyamatban, amelynek képe a p–V diagramon egy egyenes szakasz. A folyamat mely szakaszán vesz fel és mely szakaszán ad le hőt a gáz? Mennyi e két szakasz hosszának aránya a p–V diagramon?

(*5 pont*) Közli: *Fári Jánosné,* Szigetvár

P. 3464. Ha egy gázt melegítünk, előbb-utóbb világítani fog. Miért?

(*4 pont*) Közli: *Kovács Gyula,* Gyömrő

P. 3465. Egy hosszú, keskeny csavarrugó annyira gyenge, hogy még saját súlya alatt is számottevően megnyúlik. Ezt a rugót egyszer az egyik végénél fogva függőlegesen lógatjuk, másszor mindkét végét tartjuk olyan távolságban, hogy a rugó az *ábrán* látható alakot vegye fel. Melyik esetben hosszabb a megnyúlt rugó?



(*6 pont*) Közli: *Károlyházy Frigyes,* Budapest

❄

A feladatok megoldásai a következő címre küldendők:
KöMaL Szerkesztőség, Budapest 112, Pf. 32. 1518
A beküldési határidő: **2001. november 11.**

KöMaL – 2001/7 FIZ0107 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:49 (19. lap)

Olimpiai levelezés

OLI. 2. *A „SLINKY-rugó" egy olyan rugó, melynek nyújtatlan hossza elhanyagolhatóan kicsi, jó közelítéssel követi a Hooke-törvényt, és már a saját súlya hatására is számottevően megnyúlik.*

*a) Milyen alakot vesz fel egy ilyen rugó, ha a végeit azonos magasságban, egymástól bizonyos távolságban rögzítjük?**

b) Milyen alakú a rugó, ha azt egy űrállomáson (a súlytalanság állapotában) ugrókötélként használjuk?

Útmutatás: A rugó alakja mindkét esetben egy egyszerű, a középiskolai matematika és fizika órákon is gyakran emlegetett görbével írható le.

A feladat vázlatos megoldása vagy végeredménye 1 hónapon belül elektronikus (esetleg hagyományos) levélben küldhető be a `gnadig@komal.elte.hu` címre (illetve a Szerkesztőségbe). Minden levélíró néhány napon belül névre szóló választ kap, melyből megtudhatja, hogy jó-e a megoldása, vagy ha nem, hol hibázott és hogyan léphetne tovább.

MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS

(Volume 51. No. 7. October 2001)

Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition C (see page 423): **C. 640.** In the Gregorian calendar, there are 97 leaping days on 29 February during the course of 400 consecutive years. In how many years will the difference between the Gregorian calendar and the "true" calendar amount to 1 day if the exact length of the solar year is 365 days 5 hours 48 minutes and 46 seconds? **C. 641.** A rectangular sheet of paper is folded along its diagonal. The parts sticking out over the edge of the overlapping area are cut off, and the sheet is unfolded. Now it has the shape of a rhombus. The rhombus is then folded along a line through the midpoints of two opposite sides, and the overhanging pieces are cut off again. What should the original rectangle be like so that the result is a regular hexagon? **C. 642.** Find all the natural numbers with the following property: If the last two digits of the square of the number are interchanged, the result is the square of the next natural number. (Proposed by *E. Fried,* Budapest) **C. 643.** The area of triangle ABC is t, its perimeter is k, the radius of the circumscribed circle is R. Prove that $4tR \leqslant \left(\frac{k}{3}\right)^3$. **C. 644.** The angles of a triangle are α, β és γ. Prove that $\frac{\cos\alpha}{\sin\beta\sin\gamma}+\frac{\cos\beta}{\sin\alpha\sin\gamma}+\frac{\cos\gamma}{\sin\alpha\sin\beta}=2$. (Proposed by *J. L. Díaz,* Barcelona)

New exercises – competition B (see page 423): **B. 3482.** Four good friends notice that if each of them divides the number of the books he has by the sum of the digits of that number, they all get the same integer: 13. Prove that at least two of them have the same number of books. (*4 points*) (Proposed by *L. Gerőcs,* Budapest) **B. 3483.** The midpoint of side AB of a rectangle $ABCD$ is F. P is a point on the angle bisector from C. The orthogonal projection of P on the line BC is Q. Prove that if line PF is perpendicular to line DQ then $AP=BC$. (*3 points*) **B. 3484.** The angles of a triangle are α, β, γ. $\cot\frac{\alpha}{2}$, $\cot\frac{\beta}{2}$, $\cot\frac{\gamma}{2}$ are consecutive integers. Find the largest angle

* Lásd lapunk hátsó belső borítójának egyik fényképét!

of the triangle. (*3 points*) **B. 3485.** The elements of the set A are positive integers. If $x,\ y\in A$, $x>y$ then $x-y\geq\frac{xy}{25}$. How many elements can the set A have at most? (*4 points*) (*Vojtech Jarnik mathematics competition,* Ostrava, 2001) **B. 3486.** Given 2001 points and a circle of unit radius in the plane, prove that there exists a point on the circumference of the circle such that the sum of its distances from the given points is at least 2001. (*4 points*) (*International Hungarian Mathematics Competition,* 2001) **B. 3487.** $f(x)$ is a function defined on positive real numbers, and $f(x)+2\cdot\cdot f(1/x)=3x+6$ everywhere in the domain. Find all such functions $f(x)$. (*3 points*) **B. 3488.** The lengths of the sides of a rectangular billiards table $ABCD$ are $AB=150$ cm and $BC=205$ cm. There are four holes, one in each corner. At corner A, a ball is struck in a direction enclosing an angle of 45° with the side of the table, and it is moving away from the hole. Whenever the ball hits the edge of the table, it rebounds elastically. What will happen to the ball? (*4 points*) **B. 3489.** Prove that $2^n\mid\binom{2n}{0}+\binom{2n}{2}3+\ldots+\binom{2n}{2i}3^i+\ldots+\binom{2n}{2n}3^n$. (*5 points*) **B. 3490.** The benches of the Great Hall of the Parliament of Neverenough are arranged in a rectangle of 10 rows of 10 seats each. All the 100 MPs have different salaries. Each of them asks all his neighbours (sitting next to, in front of, or behind him, as well as those four seated diagonally in front of or behind him, i.e. 8 members at most) how much they earn. They feel a lot of envy towards each other: an MP is content with his salary only if he has at most one neighbour who earns more than himself. What is the maximum possible number of MPs who are satisfied with their salaries? (*4 points*) (*Kvant*) **B. 3491.** Is the following statement true or false? "Given n red points in the space, it is always possible to place $3n$ blue points in the space such that there is at least one blue point in the interior of each tetrahedron determined by the red points." (*5 points*) (*from the idea of Z. Füredi*)

New problems – competition A (see page 425): **A. 272.** The benches of the Great Hall of the Parliament of Neverenough are arranged in a rectangle of 10 rows of 10 seats each. All the 100 MPs have different salaries. Each of them asks all his neighbours (sitting next to, in front of, or behind him, i.e. 4 members at most) how much they earn. They feel a lot of envy towards each other: an MP is content with his salary only if he has at most one neighbour who earns more than himself. What is the maximum possible number of MPs who are satisfied with their salaries? (*Adapted from Kvant*) **A. 273.** The inscribed circle of triangle ABC touches the sides AB, BC, CA at the points C_1, A_1, B_1 respectively. Given vertex A, line A_1B_1, and the line joining the midpoint of segment B_1C_1 to vertex B, construct the triangle ABC with ruler and compasses. (Proposed by *T. Kálmán,* Budapest) **A. 274.** Let a, b, c be positive integers for which $ac=b^2+b+1$. Prove that the equation $ax^2-(2b+1)xy+cy^2=1$ has an integer solution. (Polish competition problem)

Problems in Informatics

I. 4. A prime number is called *very prime*, if all of its initial slices are also prime numbers. 239 for example, is a very prime number, because 2, 23 and 239 are all primes. The prime number 241 on the other hand, is not a very prime number, because—although 2 is prime—24 is not. Write a program that displays all very prime numbers having N digits ($1\leq N\leq 8$) and all of their initial slices. Correct solutions are ranked according to their speed. (*10 points*) Example ($N=3$): 2, 23, 233   2, 23, 239   2, 29, 293   3, 31, 311...

I. 5. Write a program which displays a unit cube, firstly as a wire frame object and secondly with invisible hidden parts. The centre of the cube should be the origin and it is to be viewed from the direction of the z-axis from a given distance. The program should be able to rotate the cube around an arbitrary co-ordinate axis. (*10 points*)

I. 6. We want to simulate the oscillations of a spring using the following model. By carefully hanging a body with mass M on the "ideal" spring (i.e. its mass is neglected), the spring expands until it keeps its balance. Now we stretch the spring with the body to have length L, and let it oscillate. This motion is to be simulated by choosing an appropriately short time interval (Δt) and computing the instant elongation, the resulting force (which comes from the weight of the body with mass M and the elongation of the spring), the acceleration and the velocity. Write an Excel spreadsheet (RUGO.XLS) to simulate this phenomenon. *a)* Give the quantities F (resulting force), a (acceleration), v (velocity) and l (elongation) in the first 200 timesteps. *b)* Plot the change of the elongation. *c)* The parameters of the model (the spring constant D, the constant of friction KE, the initial elongation L, the mass M of the body and the time interval Δt) should be indicated in the upper left corner of your sheet (and they are possibly modifiable). *d)* How does the simulation change if friction is also taken into account? (*10 points*)

Problems in Physics

M. 227. A ring hanging on a nail can swing in several ways. Take among these two characteristic ones: the one when the ring swings in its own plane, and the one perpendicular to it. Measure the two swing periods, and calculate the ratio of the periods. Give an estimation of the error of this result.

P. 3456. There is a motorway a railway track and a cycling path running parallel with each other. The railway track is in a 600 m, and the cycling path is in a 800 m distance of the middle positioned motorway. The velocity of the train is 90 km/h and the velocity of the car is 60 km/h. All the three vehicles are going in the same direction at a constant speed,in a way that at a given moment they fit on one line. What is the velocity of the bicycle if this situation maintains? **P. 3457.** A vessel is completely full of a liquid of a temperature of 0 C° and of greater density than that of water. There is a piece of ice of a temperature of 0 C° floating in it. The temperature is kept constant and the piece of ice is melted by an infrared laser beam. Does the water spill over the brim? **P. 3458.** What is the correct explanation of the phenomenon that if we put the sharp edge of an axe on a wooden clog even with an additional weight put on top of it, the surface of the clog is hardly scratched, but if we lift the axe and strike down, the clog cleaves asunder? **P. 3459.** There are two blocks with masses of $m_1 = 0{,}6$ kg and $m_2 = 0{,}4$ kg lying on a horizontal surface, connected loosely by a string. We begin to pull the block of mass m_1 with a $F = 3$ N force and observe the acceleration of the bodies. We execute the experiment on surfaces of different friction coefficient. The static and kinetic friction coefficients are considered the same and μ can vary from zero to 0,9. a) Calculate and plot the acceleration of the bodies as a function of μ. b) Determine and plot the dependence of the force acting in the string on the friction coefficient. **P. 3460.** To determine the velocity of a bullet we put a wooden cube of mass $M = 1{,}2$ kg on the edge of a table of a height of $h = 0{,}8$ m and we shoot a bullet of mass $m = 20$ g into it from a horizontal direction. (The bullet remains in the wooden cube.) As the effect of the collision the cube is thrown off the table and reaches the ground at $x = 3$ m distance. What was the velocity of the bullet? **P. 3461.** In the arrangement seen in the *figure* C can be replaced by an arbitrary capacitor. In what interval can the capacity change between points A and B due to changes in C? **P. 3462.** Batteries of the same electromotive force and internal resistance were connected first in parallel then in series with a consumer of the resistance of 129 Ω. In the serial arrangement the output voltage of one battery was found 10 % less than in the parallel arrangement. a) How many batteries were used? b) In which case was the power of the consumer greater? **P. 3463.** A monatomic ideal gas is compressed to one seventh of its volume while its pressure increases to seven times its original value in a process of which the image on the $p-V$ diagram is a line segment. In which part does the gas absorb and in which part does it dissipate heat. What is the ratio of the lengths of the corresponding two intervals on the $p-V$ diagram? **P. 3464.** If a gas is heated, sooner or later it will emit light. Why? **P. 3465.** A long narrow cylindrical spring is so week that it stretches considerably even under its own weight. In one case the spring is held by one of its ends and hung vertically, in another both ends are held in a distance so that the spring takes the shape shown in the *figure*. In which case is the spring stretched longer?

KöMaL – 2001/7 FIZ0107 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:49 (22. lap)