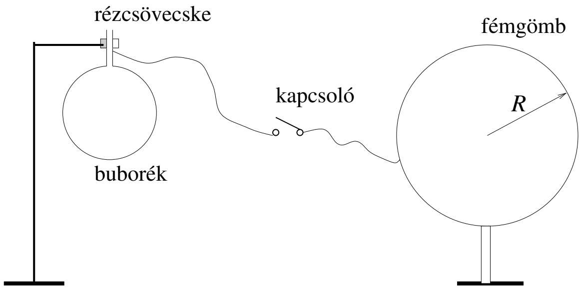
Beszámoló a 32. Nemzetközi Fizikai Diákolimpiáról

Az idei Nemzetközi Fizikai Diákolimpiát július 18–27. között Törökországban, Antalya városának közelében rendezték meg. 65 országból összesen 307 versenyző és majd kétszáz csapatkísérő, megfigyelő érkezett, nem kis szervezési, technikai és pénzügyi gondok elé állítva a vendéglátókat. A rangos eseményen a magyar csapat idén is nagyon jól szerepelt: mindegyik versenyzőnk érmes lett, három ezüst és két bronzéremmel térhettünk haza. Az országok nem-hivatalos pontversenyében (a rendelkezésre bocsátott korlátozott információ szerint) a 9. helyen végeztünk, Európából csak a hagyományosan igen jól szereplő volt szovjet tagköztársaságok előztek meg bennünket.

A felkészülést már tavaly októberben megkezdődött, és a tanév során folyamatosan folyt. Debrecenben, Szegeden, Pécsett, Békéscsabán és Budapesten működtek olimpiai szakkörök, BME Fizikai Intézetében pedig a tanév első félévében központi „gyakorlati szakkörön” a méréstechnika alapjaival és igényes, korszerű mérési eljárásokkal ismerkedhettek a jelentkezők. Mindezeket a Kömal elméleti és mérési pontversenye, valamint a „levelezős olimpiai felkészítés” egészítette ki. Tanulásra, felkészülésre tehát bőven volt lehetősége mindazoknak, akik elég szorgalommal, kitartással (és idővel) rendelkeztek.

Az első válogatóversenyt, a Fényes Imre emlékversenyt, amelyre a korábbi verseny-eredmények és a szakköri munka alapján mintegy 20 tanuló kapott meghívót, május elején Sopronban rendezték meg. Ízelítőül az egyik elméleti feladat:

❄



Egy elektromosan szigetelt állványhoz függőleges helyzetben rögzített vékony, rövid rézcsövön keresztül r_0 sugarú szappanbuborékot fújunk. A mosószeres oldat felületi feszültsége α. A buborék lefele lóg a cső alján. A buborék mellett (de nem a közvetlenül a közelében) szigetelő állványon egy R sugarú fémgömb található, melyet egy van de Graaff-generátor segítségével U feszültségre töltöttünk fel.

Adatok: $R = 10$ cm, $r_0 = 5$ cm, $\alpha = 5\cdot 10^{-2}$ N/m, $U = 100\,000$ V, *a vákuum dielektromos állandója:* $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ As/(Vm).

A fémgömböt lekapcsoljuk a generátorról, majd egy vezeték segítségével összekötjük a szappanbuborék rézcsövével.

a) Mekkora q_0 töltés kerül a buborékra, amikor a rézcső felső vége még zárt?

b) Mekkora lesz a buborék sugara akkor, ha a rézcső felső végét megnyitjuk, és elegendő ideig várunk? Add meg a buborék mostani r sugarát meghatározó egyenletet (a feladat többi paraméterét tartalmazó alakban)!

c) Határozd meg r-t numerikusan is!

d) Mekkora q töltés lesz a buborékon az egyensúlyi állapotban?

KöMaL – 2001/6 FIZ0106 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:49 (1. lap)

e) *Mekkora Q_1 hő fejlődik a fémgömb és a buborék zárt végű rézcsövének összekapcsolásakor?*

f) *Mekkora Q_2 energia szabadul fel (és melegíti a szoba levegőjét) a rézcső felső végének kinyitása után? (A hőmérséklet állandónak tekinthető.)*

(Károlyházy Frigyes feladata nyomán)

❄

Ezen az első akadályon a jelöltek fele jutott át, ők vehettek részt egy kétnapos budapesti versenyen, mely az ELTE Atomfizikai Tanszékén tartott elméleti részből és a BME Fizikai Intézetében lebonyolított kísérleti fordulóból állt. Így alakult ki végül az 5 fős olimpiai csapat:

Béky Bence (Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimn. 11. o., tanára: *Horváth Gábor*),

Nagy Ádám (Budapest, Szent István Gimn. 12. o., tanára: *Moór Ágnes*),

Pozsgay Balázs (Pécs, Magyar-Német Nyelvű Iskolaközpont. 12. o., tanára: *dr. Kotek László*),

Siroki László (Debrecen, Fazekas Mihály 11. o., tanárai: *Simon Gyula* és *dr. Szegedi Ervin*),

Varjú Péter (Szeged, Radnóti Miklós Gimn. 12. o., tanárai: *Dudás Zoltánné* és *dr. Hilbert Margit*).

A végső felkészítésnek fontos részét képezte az immár hagyományos „Román–Magyar Előolimpia”, melyet idén Olténia központjában, Craiovában rendeztek meg. Ezen az igen színvonalas megmérettetésen a résztvevők megismerkedhettek a nemzetközi versenyek hangulatával, a hőség és az utazás fáradalmai pedig ugyancsak hozzátartoztak a törökországi nagy verseny főpróbájához. (A 20 romániai és 5 hazai versenyző közül Pozsgay Balázs szerepelt a legjobban.)

Június elején egy három napos felkészítésen vettek részt a diákok Budapesten, a BME Fizikai Intézetében, az ELTE Atomfizikai Tanszékén és Általános Fizika Tanszékén.

A csapat (a diákok és a két kísérő tanár: Gnädig Péter és Vankó Péter) június 28-án délután repülővel utazott Isztambul érintésével a török Riviéra egyik neves üdülőközpontjába, Antalyába. A diákok többsége életében először ült repülőn, így újdonságnak számított az első, már Ferihegyen feladott (versenyen kívüli) mérési feladat: határozzuk meg a kifutópályán elinduló repülőgép legnagyobb gyorsulását. (Kb. 0,3 g-nek adódott!) A verseny helyszínére éjfél után érkeztünk. A regisztráció és a csomagok elhelyezése után a diákok éjjel 2 óra körül egy kellemesen hűsítő tengeri fürdéssel kezdték a versenyre való végső pszichológiai felkészülést. A körülmények igen jók voltak, a szállást és a versenyt is 5 csillagos tengerparti szállodákban oldották meg a vendéglátók. A tanárok és a versenyzők más-más helyen, egymástól 15 km-re laktak, így a nyitó- és záróünnepély között nem is láthatták egymást.

A verseny a mérési fordulóval kezdődött: egy folyadékot tartalmazó forgatható edényben „parabolatükröt” kellett előállítani, majd ennek optikai tulajdonságait vizsgálták egy lézer segítségével a versenyzők. A két nappal később sorra kerülő elméleti forduló feladatai elég vegyesek voltak, szinte minden témakör előfordult bennük. A feladatok többsége nem volt nehéz, de volt 2 részfeladat (az egyik a relativisztikus sebesség-összetevésre, a másik pedig a gravitációs vöröseltolódásra vonatkozott), amit csak nagyon kevesen tudtak megoldani. A pontszámok közötti különbségek apró részleteken, számolási, illetve mérési pontosságon múltak, nem pedig alapvető fizikai kérdések meg- vagy meg nem értésén. A verseny szakmai előkészítése – sajnos – nem volt kifogástalan, a szervezők több olyan feladatot (vagy részfeladatot, méréskiértékelési eljárást) is javasoltak, amely elvileg hibás volt! Ezeket a hibákat a verseny előtti tanácskozáson csak igen éles viták után sikerült korrigálni.

Az összes versenyző közül legjobban az orosz *Danijar Nurgaliev* szerepelt, az elvben elérhető 50 pontból 47,55 pontot szerzett. Az aranyéremhez legalább 42 pontra volt szükség, ezt 22-en érték el. Ezüstéremből 40-et, bronzból 53-at osztottak ki, dicséretben pedig 47 versenyző részesült.

A magyar csapat tagjainak eredménye:

Siroki László (41,35 pont) ezüstérem,

Pozsgay Balázs (40,35 pont) ezüstérem,

Varjú Péter (38,15 pont) ezüstérem,

Béky Bence (33,75 pont) bronzérem,

Nagy Ádám (31,95 pont) bronzérem,

Az országok nem-hivatalos összesített pontversenye és éremtáblázata a mellékelt táblázat szerint alakult.

A következő országok 1-1 versenyzője dicséretet kapott: Belgium, Brazília, Dánia, Horvátország, Moldávia, Pakisztán és Türkmenisztán. Nem volt helyezett vagy dicséretes versenyzője Albánia, Azerbajdzsán, Bolívia, Bosznia-Hercegovina, Ciprus, Izland, Kenya, Kolumbia, Kuba, Kuvait, Liechtenstein, Macedónia, Mexikó, Mongólia, Norvégia, Spanyolország, Svédország és Svájc csapatának.

A versenynapok és az eredményhirdetés közötti időben a diákok néhány szervezett kiránduláson is részt vehettek. Rengeteg ókori épület-töredéket láttunk, néhol az úttest és a járda között méterenként követték egymást a márványoszlop-maradványok. Láttunk szinte teljesen ép állapotban megmaradt görög-római színházat is, ahol még ma is tartanak előadásokat. A tengerparti szállodasoron, ahol mi is laktunk, egymást követték az úszómedencék, csúszdák, vízisport-lehetőségek, focipályák, szabadtéri színpadok és a diszkók. Diákjaink a mai magyar focit megszégyenítve minden csapatot megvertek, akikkel csak játszottak. A versenyek után majdnem minden magyar fiú kipróbált valamilyen egzotikus víziszerkezetet, például a „parasailing”-et, vagy a „jet ski”-t.

Az eredményhirdetés és a záróbankett után alvásra már nem maradt idő (csak egy éjszakai búcsú-fürdésre a tengerben), mert hajnali 3-kor indultunk a repülőtérre. Elég fáradtan, de sok-sok élménnyel, ismerettel és éremmel gazdagodva értünk haza Magyarországra.

A magyar olimpiai csapat

ÉREMTÁBLÁZAT

ország (összpont)	arany	ezüst	bronz	dicséret
Kína (218,2)	4	1	–	–
Oroszország (216,9)	3	2	–	–
USA (214,1)	3	2	–	–
India (213,6)	3	2	–	–
Irán (198,8)	1	3	1	–
Tajvan (196,0)	2	1	2	–
Ukrajna (190,5)	1	3	1	–
Belorusszia (189,4)	1	1	3	–
Magyarország (185,5)	–	3	2	–
Törökország (182,9)	–	2	3	
Németország (180,9)	–	3	2	–
Indonézia (178,4)	–	2	3	–
Dél-Korea (175,7)	–	2	3	–
Lengyelország (171,5)	1	1	1	2
Csehország (169,5)	–	1	4	–
Vietnam (160,5)	1	–	2	2
Hollandia (157,9)	–	–	4	1
Szingapúr (157,2)	1	–	2	2
Románia (147,2)	–	–	2	3
Kazahsztán	1	–	–	1
Ausztrália	–	2	2	–
Bulgária	–	2	2	–
Kanada	–	1	3	–
Észtország	–	1	2	–
Nagy-Britannia	–	1	2	–
Szlovénia	–	1	1	2
Litvánia	–	1	1	1
Ausztria	–	1	–	1
Portugália	–	1	–	–
Thaiföld	–	–	1	3
Argentína	–	–	1	2
Izrael	–	–	1	2
Lettország	–	–	1	2
Olaszország	–	–	1	1
Szlovákia	–	–	–	4
Jugoszlávia	–	–	–	3
Finnország	–	–	–	3
Grúzia	–	–	–	2
Örményország	–	–	–	2

Olimpiai előkészítő szakkörök és olimpiai levelezés

A jövő évi Nemzetközi Fizikai Diákolimpiát 2002. július 14 – 23. között Indonéziában, Bandung városában rendezik meg. A versenyre való felkészülést 5 vidéki és a budapesti olimpiai szakkör segíti. Ezeken *bárki* részt vehet, jelentkezni a következő tanároknál lehet:

Hilbert Margit (**Szegedi** Tudományegyetem, Dóm tér 9. I. em. Budó Ágoston terem; első alkalommal szeptember 28-án 14 órakor),

Kotek László (**Pécsi** Tudományegyetem Fizikai Intézet, Ifjúság útja 6.),

Szegedi Ervin (**Debreceni** Egyetem Kossuth L. Gyak. Gimn. Kossuth u. 35.),

Varga István (**Békéscsaba**, Tevan A. Gimn. és Szki., Gyulai út 57.; minden hétfőn 16–18 óráig, első alkalommal október 1-én),

Honyek Gyula (**Budapest**, Radnóti M. Gimn. Bp., XIV. Cházár A. u. 10. II. emeleti fizika előadó; minden hétfőn 15–17 óráig, első alkalommal október 1-én).

Ebben a tanévben is folytatjuk – elsősorban az olimpiai szakkörök helyszíneitől távolabb lakókra gondolva – a *levelező olimpiai felkészítést.* Ezen *bárki* részt vehet, ha elektronikus levélben beküldi a havonta kitűzött 1 – 1 nehezebb, tanulságos feladat megoldását a `gnadig @ komal.elte.hu` címre (subject: olimpiai feladat). Lehetőleg bonyolult képletek és ábrák nélküli megoldás-vázlatot, esetleg csak végeredményt várunk. Az első feladat:

OLI. 1. *Határozzuk meg egy m tömegű, a, b, c oldalélű háromszög alakú homogén lemez tehetetlenségi nyomatékát a síkjára merőleges (és a tömegközéppontján átmenő) tengelyre vonatkoztatva.*

Útmutatás: A probléma – a háromszög alkalmas feldarabolásával – elemi úton (integrálszámítás alkalmazása nélkül) is megoldható.

A megoldások a következő (a KöMaL-ban is megjelenő) feladat kitűzéséig küldhetők be. Minden levélíró 1 – 2 napon belül névre szóló választ kap, melyből megtudhatja, hogy jó-e a megoldása, vagy ha nem, hol hibázott és hogyan léphetne tovább.

A kötött helyszínű szakkörök (lásd még külön hirdetésünket is a BME gyakorlati foglalkozásairól) és/vagy a levelező felkészítés mellett elsősorban önálló munkával, a KöMaL elméleti és mérési feladatainak rendszeres megoldásával lehet készülni a jövő évi Fizikai Diákolimpiára.

Az első válogatóversenyen, a jövő tavasszal Budapesten megrendezendő Kunfalvi Rezső emlékversenyen 3 elméleti feladatért 300 pontot, a kísérlet(ek)ért 200 pontot lehet szerezni. A korábbi évek gyakorlatához hasonlóan a legutóbbi *fizika OKTV* első 5 helyezettje és az *Eötvös verseny* első 3 helyezettje, valamint a Nemzetközi Fizikai Diákolimpia érmesei 100 – 100 jutalompontot kapnak (korábbi év fizika OKTV, illetve a matematika OKTV nyertesei 50 – 50 pontot, további helyezettek arányosan kevesebb pontot szerezhetnek). A KöMaL *mérési* pontversenyének (pillanatnyi) eredményét is beszámítjuk a válogatóverseny pontjaiba: az első 3 helyezett ugyancsak 100 – 75 – 50 (esetleg halmozódó) jutalomponttal növelheti a csapatba való bekerülés esélyét.

Eredményes felkészülést kívánunk!

Gnädig Péter – Honyek Gyula – Vankó Péter

KöMaL – 2001/6 FIZ0106 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:49 (5. lap)

Eötvös-verseny

Az idei Eötvös-versenyt

2001. október 19-én,

pénteken délután 15^{h}-tól 20^{h}-ig rendezi meg az Eötvös Loránd Fizikai Társulat.

Részt vehetnek rajta mindenekelőtt az idén (2001-ben) érettségizett diákok, valamint mindazok, akik jelenleg is középiskolai tanulók. Nemcsak magyar állampolgárságú versenyzők indulhatnak, hanem Magyarországon tanuló külföldi diákok, valamint külföldön tanuló, de magyarul értő és beszélő diákok is, ha 2001-ben érettségiztek, vagy jelenleg is középiskolai tanulók.

A megoldásokat magyar nyelven kell elkészíteni; a rendelkezésre álló idő 300 perc, minden segédeszköz használható.

Előzetesen jelentkezni nem kell, elegendő egy személyazonosság igazolására szolgáló okmánnyal (személyi igazolvány, fényképes diákigazolvány vagy útlevél) pontosan megjelenni az alábbi helyszínek valamelyikén:

Budapest: Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar, XI. ker. Pázmány P. sétány 1/A. földszinti előadóterem

Debrecen: Debreceni Egyetem Kossuth Lajos Gyakorló Gimnáziuma, Csengő u. 40.

Szeged: Szegedi Tudományegyetem Természettudományi Kar, Dóm tér 9., I. em. Kísérleti Fizika Tanszék, Budó Ágoston tanterem.

Pécs: Pécsi Tudományegyetem Fizika Tanszék, Ifjúság útja 6., A/408 tanterem.

Miskolc: Miskolci Egyetem, Egyetemváros, A/4 épület, III. előadó.

Veszprém: Veszprémi Egyetem, Egyetem u. 10., A épület A1 tanterem.

Eger: Eszterházy Károly Tanárképző Főiskola Fizika Tanszék, Leányka u. 4., 118. sz. előadó terem.

Nyíregyháza: Bessenyei György Tanárképző Főiskola Fizika Tanszék, Sóstói út 31/b, 309. sz. tanterem.

Győr: MTESZ Székház, Szent István u. 5.

Békéscsaba: Széchenyi István Szakközépiskola, Andrássy út 1.

Nagykanizsa: Batthyány Lajos Gimnázium, Rozgonyi út 23.

Szekszárd: Garay János Gimnázium, Mártírok tere 7–9.

Sopron: Széchenyi Gimnázium, Templom u. 2.

Székesfehérvár: Bugát Pál Egészségügyi Szakközépiskola, Gyümölcs u. 15.

Szombathely: Szent-Györgyi Albert Középiskola, Paragvári út 4.

VERSENYBIZOTTSÁG

Felhívás!

Tehetséggondozás a Budapesti Műszaki Egyetem Fizikai Intézetében

A fizika iránt érdeklődő, tehetséges középiskolás diákok számára Intézetünk gyakorlati foglalkozásokat tart. A foglalkozásokon lehetőséget kívánunk biztosítani arra, hogy a tanulók fizikai kísérleteket végezhessenek. A foglalkozásokra várhatóan kéthetente kedden 15.00-tól 18.00-ig kerül sor, összesen mintegy nyolc alkalommal, a BME Fizikai Intézetében.

Az érdeklődők levélben jelentkezhetnek **2001. szeptember 26-ig** az alábbi címen:

BME Fizikai Intézet, Kísérleti Fizika Tanszék 1111 Budapest, Budafoki út 8.

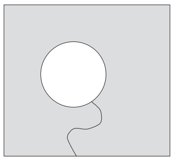
Elsősorban a gimnáziumok utolsó két évfolyamára járók jelentkezését várjuk. A jelentkezők írjanak pár sort magukról, ismertessék a fizika és a matematikai tanulmányaik során elért eredményeiket (tanulmányi- és versenyeredmények, KöMaL szereplés stb), továbbtanulási elképzeléseiket, és csatolják fizika tanáruk támogató levelét. További információk elektronikus levélben is kérhetők Vankó Pétertől (vanko@goliat.eik.bme.hu).

A foglalkozások ingyenesek!

Tekintettel arra, hogy csak 2×20 diák részére tudunk megfelelő munkakörülményeket biztosítani, a jelentkezők közül válogatni fogunk. A felvetteket írásban értesítjük.

Vannay László

Fizika feladatok megoldása



P. 3399. *Az* ábrán *látható kerethez nyújthatatlan cérnából kötött hurkot erősítünk és a keretnél fogva szappanoldatba mártjuk. Ha a hurokban levő hártyát kiszúrjuk, a hurok körré feszül ki. Mekkora erő ébred a cérnában, ha a kör sugara* 1 cm*, az oldat felületi feszültsége* 0,03 N/m*?*

(*4 pont*) Közli: *Sári Péter,* Budapest

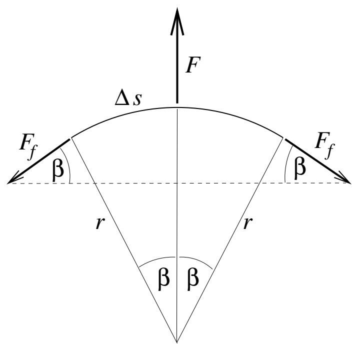
I. megoldás. Bontsuk fel a cérnahurkot gondolatban kicsiny Δs hosszúságú darabkákra! Egy ilyen (majdnem egyenes) fonáldarabkára az *1. ábrán* látható erők hatnak, és ezek hatására a fonál egyensúlyban van:

$$F=2\alpha\Delta s=2F_f\sin\beta,$$

ahol α a folyadék felületi feszültsége. Az ábráról leolvasható, hogy $\Delta s=r\cdot 2\beta$, és mivel

β kicsiny szög, $\sin\beta \approx \beta$. Ezek szerint a fonalat feszítő erő

$$F_f = 2\alpha r \frac{\beta}{\sin\beta} \approx 2\alpha r = 6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{N}.$$



1. ábra

Vigh Máté (Pécs, PTE. Babits M. Gyak. Gimn., 9. o.t.)

II. megoldás. A rendszer energiája (jelen esetben ez a folyadékhártya felületével arányos felületi energia) a lehető legkisebb. Ismeretes, hogy az adott kerületű síkidomok közül a körnek a legnagyobb a területe, emiatt a cérnahurok (melynek belsejéből *hiányzik* a hártya) kör alakú kell legyen.

Tételezzük fel, hogy az egyensúlyban r sugarú kör alakú cérnaszál egy kicsit megnyúlik, és emiatt a kör sugara r'-re módosul. A hártya felülete (mindkét oldalát figyelembe véve) összesen $2(r'^2 - r^2)\pi$ értékkel csökken, a felületi energia változása tehát

$$\Delta E_1 = -2\alpha(r'^2 - r^2)\pi,$$

ahol α a felületi feszültség (egységnyi felületű darabka energiája).

Másrészt viszont a sugár elképzelt megváltozása miatt a hurok $\ell = 2\pi r$ kerülete $\Delta\ell = 2\pi(r' - r)$ értékkel megnő, emiatt a megfeszített fonálban tárolt rugalmas energia is megváltozik

$$\Delta E_2 = F_f \Delta\ell = F_f \cdot 2\pi(r' - r)$$

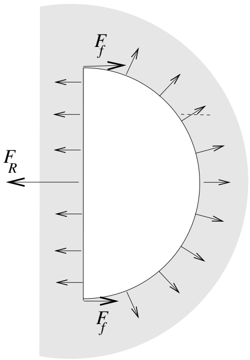
értékkel.

Ha ΔE_2 kisebb lenne, mint $-\Delta E_1$, akkor az elképzelt változás ténylegesen végbemenne, és a rendszer összenergiája lecsökkenne. Ha ΔE_2 nagyobb lenne, mint $-\Delta E_1$, akkor a sugár csökkenésével nyerhetnénk energiát, de a valóságban ez sem következik be, hiszen a hurok egyensúlyban van. Fenn kell álljon tehát, hogy $\Delta E_2 = -\Delta E_1$, azaz

$$F_f = \frac{r'^2 - r^2}{r' - r}\alpha \approx 2\alpha r = 0{,}6\,\mathrm{mN}.$$

(Kihasználtuk, hogy $r' \approx r = 1$ cm.)

Horváth Szabolcs (Sepsiszentgyörgy, Székely Mikó Koll., 11. o.t.) dolgozata alapján



2. ábra

III. megoldás. Ha a cérnaszál egyik átmérőjéhez (képzeletben) egy súlytalan, merev pálcát rögzítenénk, a rendszer továbbra is egyensúlyban maradna. Akkor is megmaradna az egyensúly, ha a két félkör egyikét eltávolítanánk, s csak a *2. ábrán* látható alakzat maradna. A rendszer, s azon belül a pálca egyensúlyban lenne, a pálcára ható eredő erő tehát nulla kellene legyen. A $2r$ hosszú egyenes pálcára a folyadékhártya két oldala összesen $4\alpha r$ erőt fejt ki, ezzel az erővel a két fonálvég által kifejtett $2F_f$ erő tart egyensúlyt:

$$2F_f = 4\alpha r,$$

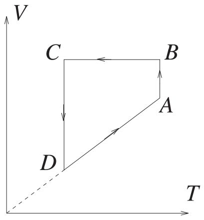
ahonnan

$$F_f = 2\alpha r = 6\cdot 10^{-4}\,\mathrm{N}.$$

Siroki László (Debrecen, Fazekas M. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. Sokan azt a hibát követték el, hogy a Függvénytáblázatban található $F = 2\alpha\ell$ képletben ℓ helyére a cérnahurok kerületét helyettesítették be. Az idézett formula csak egyenes vonaldarabra ható erő kiszámításánál alkalmazható!

143 dolgozat érkezett. Helyes 46 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 20, hiányos (1 pont) 3, hibás 68, nem versenyszerű 6 dolgozat.



P. 3400. *Acetilén gázzal ($c_p/c_v = \varkappa = 1{,}25$) az* ábra *szerinti $ABCDA$ körfolyamatot végezzük. Határozzuk meg, hogy a körfolyamat izochor szakaszában a gáz által a környezetnek leadott energia hányszorosa a körfolyamat izobár szakaszán végzett tágulási munkának?*

(*4 pont*) Közli: *Légrádi Imre,* Sopron

Megoldás. A BC szakasz izochor, a leadott hő $mc_v\Delta T$, ahol

$$\Delta T = T_B - T_C = T_A - T_D.$$

A DA izobár szakaszon felvett hő $Q = mc_p\Delta T$, ebből a tágulási munka Q és a belső energia változásának különbsége: $m(c_p - c_v)\Delta T$. A kérdéses hányados tehát

$$\frac{mc_v\Delta T}{m(c_p - c_v)\Delta T} = \frac{c_v}{c_p - c_v} = \frac{1}{\varkappa - 1} = 4.$$

Halbrucker Tamás (Szekszárd, Garay J. Gimn., 9. o.t.)

194 dolgozat érkezett. Helyes 143 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 24, hiányos (1–2 pont) 22, hibás 3, nem versenyszerű 2 dolgozat.

P. 3403. *Egy űreszközt szeretnénk a Földről a Marsra eljuttatni úgy, hogy a lehető legkevesebb energiát kelljen befektetnünk. A Földhöz képest mekkora sebességgel kell kilőnünk ezt az eszközt, és a kilövéskor mekkorának kell lennie a Föld–Nap–Mars szögnek? (A Föld és a Mars gravitációs vonzását az objektum pályájának módosításában ne vegyük figyelembe!)*

(*6 pont*) Közli: *Nagy Ádám,* Budapest, Szent István Gimn.

Megoldás. A legkisebb energiát igénylő pálya megkeresésekor két szempontot is figyelembe kell vegyünk:

(i) A Mars elérésekor a szondának feltehetően marad még mozgási energiája, ez annál nagyobb, minél „kerekebb” a pálya.

(ii) Az űrszondát a Földhöz képest kell felgyorsítani, így a Föld sebessége segítheti, de nehezítheti is a pályára állást.

Az optimális átszállópálya nyilván olyan, hogy a Mars pályáját csak érinti, azaz a sebességnek ott csak érintőleges komponense van. A vizsgálandó pályákat jól jellemezhetjük a szonda N perdületével (impulzusmomentumával), ami a szonda tömegének, a Marsnál mérhető (de az állócsillagokhoz viszonyított) sebességnek és a Mars pályasugarának a szorzata! (Az N a pályára jellemző állandó, míg a szonda sebessége a pálya mentén pillanatról pillanatra változik!) A szonda energiája kifejezhető a perdülettel és a Mars R pályasugarával:

$$E(N)=-f\,\frac{Mm}{R}+\frac{N^2}{2mR^2}.$$

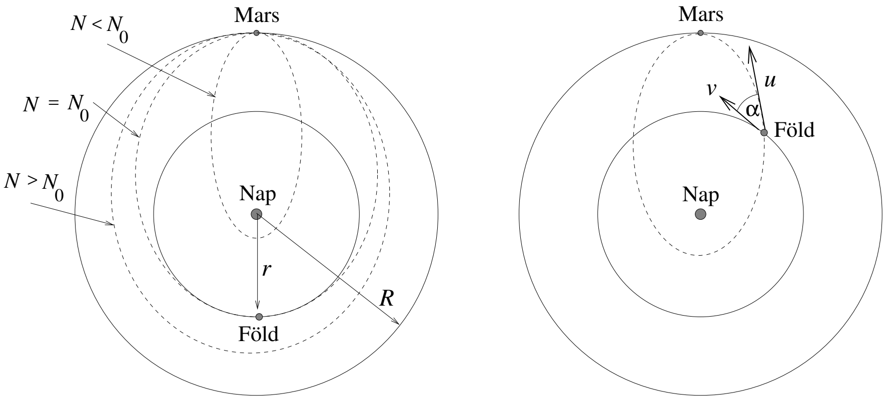
Itt M a Nap tömege, m az űrszonda tömege, f pedig a Newton-féle gravitációs állandó. $E(N)$ kifejezhető a pálya a fél-nagytengelyével is:

$$E(N)=-\frac{fMm}{2a},$$

így összefüggést kapunk az N és a között. Eszerint amíg

$$N<\sqrt{\frac{2fMm^2rR}{R+r}}=N_0$$

(ahol r a Föld pályasugara), addig $a<(R+r)/2$, azaz az N-nel jellemzett pálya metszi a Földét, míg az N_0-hoz tartozó pálya éppen érinti azt (*1. ábra*), az $N>N_0$ esettel pedig egyáltalán nem kell foglalkoznunk, mert ilyen pályára a Földről nem indíthatunk űrszondát.



1. ábra *2. ábra*

Legyen a Föld pályájának és az „átszálló pályának” metszéspontjában a Föld sebességének nagysága v, az űrszondáé u, a pályák érintői által bezárt szög pedig α (*2. ábra*).

A szonda Földhöz képest (!) mérhető sebességének a Föld sebességével párhuzamos és arra merőleges komponensei rendre $u_1 = u\cos\alpha - v$ és $u_2 = u\sin\alpha$. Ennek megfelelően az energiaszükséglet

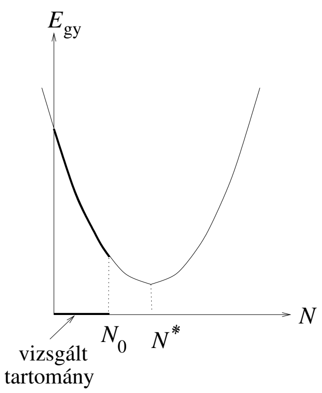
$$E_{gy} = \frac{1}{2}m\left[u_1^2 + u_2^2\right] = \frac{1}{2}m\left[(u\cos\alpha - v)^2 + (u\sin\alpha)^2\right] = \frac{1}{2}m\left(u^2 + v^2 - 2vu\cos\alpha\right).$$

A szonda impulzusmomentuma segítségével u^2 is és $u\cos\alpha$ is megadható:

$$\frac{1}{2}mu^2 = f\,\frac{Mm(R-r)}{Rr} + \frac{N^2}{2mR^2}, \qquad \text{illetve} \qquad mu\cos\alpha = \frac{N}{r},$$

így a minimalizálandó energia

$$E_{gy}(N) = f\,\frac{Mm(R-r)}{Rr} + \frac{N^2}{2mR^2} - \frac{vN}{r} + \frac{1}{2}mv^2 =$$
$$= \frac{1}{2mR^2}\left(N - \frac{mvR^2}{r}\right)^2 + f\,\frac{Mm(R-r)}{Rr} - \frac{mv^2R^2}{2r^2}.$$



3. ábra

Ez a kifejezés N-nek kvadratikus függvénye, melynek

$$N^* = \frac{mvR^2}{r}$$

értéknél van minimuma, így az az $N < N^*$ értékekre monoton csökkenő. Mivel $N_0 < N^*$ a $0 < N \le N_0$ pályák közül az $N = N_0$ pálya az optimális (*3. ábra*). Ezt a pályát *Hohmann-ellipszisnek* is nevezik.

$N = N_0$ mellett a pálya nagytengelye éppen $R + r$, azaz az átszállópálya nemcsak a Mars pályáját, de a Földét is érinti, és a két érintési pont a szonda pályaellipszis nagytengelyének két átellenes végpontja. N_0 értékét behelyettesítve némi átalakítások után

$$E_{gy} = f\,\frac{Mm}{r}\left(\sqrt{\frac{R}{R+r}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2,$$

amiből a szükséges kezdősebesség

$$v_{rel} = \sqrt{2E_{gy}/m} = 2{,}9\ \mathrm{km/s}.$$

Ekkora sebességgel kell rendelkezzék a szonda a Földhöz képest „a Föld gravitációs terének elhagyása” (vagyis a Földtől való számottevő eltávolodása) után. Az űreszköz sebessége a Föld felszínének közelében természetesen ennél nagyobb kell legyen, hiszen a számolás során a Föld gravitációs terét nem vettük figyelembe; ez a tény azonban a fenti megfontolásokat, az optimális pálya meghatározását nem érinti.

Hátra van még annak meghatározása, hogy milyen helyzetben kell legyen a Mars az űreszköz indításakor. Jelöljük a szonda keringési idejét T-vel, a Marsét pedig T_M-mel. A szonda éppen $T/2$ ideig repül, ennyivel kell a kilövéskor a Marsnak a találkozási ponthoz (A Földdel átellenes ponthoz) képest lemaradni. Eszerint a kilövéskor a Föld–Nap–Mars szög

$$\pi\left(1-\frac{T}{T_M}\right)=\pi\left[1-\left(\frac{R+r}{2R}\right)^{3/2}\right]=0{,}774\ \mathrm{rad}=44{,}3^\circ.$$

Geresdi Attila (Pécs, Árpád Fejedelem Gimn., 11. o.t.) és
Mics Zoltán (Ipolyság, Magyar Tanítási Nyelvű Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján

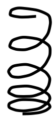
Megjegyzés. A Hohmann-ellipszis a Földről indítható és a Mars pályáját elérő űrszondapályák közül a *legnagyobb (!)* energiájú, viszont ebben az esetben lehet a legjobban kihasználni a Föld sebességét a szonda pályára állításakor.

(W. F.)

15 dolgozat érkezett. Helyes Geresdi Attila és Mics Zoltán megoldása. Hiányos (1–4 pont) 10, hibás 3 dolgozat.

P. 3405. *A robogók rugózását gyakran az* ábrán *látható változó menetemelkedésű csavarrugóval oldják meg. Mi az előnye ennek a rugónak?*

(*4 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Budapest



Megoldás. A változó menetemelkedésű rugó összenyomásakor a kisebb menetemelkedésű részen egyre több menet ér össze, egyre hosszabb szakaszon „fekszenek fel” egymáson a rugó menetei. Emiatt a rugó nem követi a Hooke-törvényt, hanem a terhelés növekedtével egyre inkább „felkeményedik”. Ez azzal az előnnyel jár, hogy a kis gödrökön a robogó lágyan, puhán rugózik, a nagyobb úthibákra viszont a rugó keményebben reagál.

Solecki Gergely (Győr, Evangélikus Iskolaközpont, 8. o.t.)

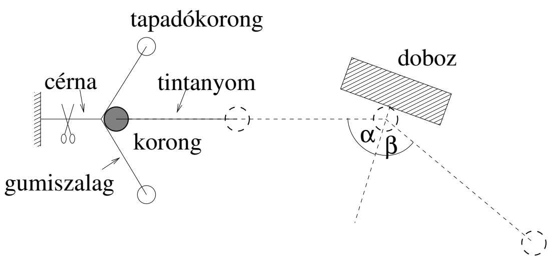
127 dolgozat érkezett. Helyes 5 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 4, hiányos (1–2 pont) 51, hibás 63, nem versenyszerű 4 dolgozat.

Mérési feladatok megoldása

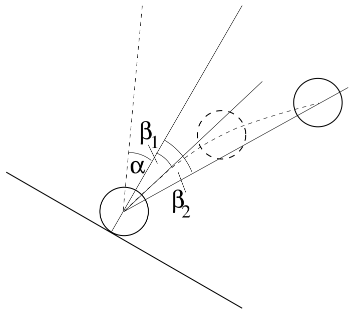
M. 222. *A palánkról visszapattanó jégkorong visszaverődési szöge általában nem egyezik meg a beesési szöggel. (A jégkorong mozgását modellezhetjük falról visszapattanó befőttesüveg-tető mozgásával.) Hogyan függ a visszaverődés szöge a falhoz csapódó korong (tető) sebességétől és a beesési szögtől?*

(*6 pont*) Közli: *Varga István,* Békéscsaba

Megoldás. A mérés gondos elvégzéséhez olyan „korongkilövő szerkezetre” volt szükség, amellyel többször is (a mérési hibán belül) ugyanakkora kezdősebességgel lehetett indítani a korongot. Ezt a technikai feladatot legtöbben valamilyen rugós vagy gumis „parittyával” oldották meg. *Biró István* (Marosvásárhely, Bolyai Farkas Líceum 10. o.t.) ügyes szerkezetet konstruált, amely a kilövés körülményeinek reprodukálhatósága mellett a korong pályájának kirajzolását is megoldotta (*1. ábra*). A korong közepébe lyukat fúrt, melybe egy cérnával körbetekert fogpiszkálót helyezett. A cérnaszálat tintával itatta át, így a sima üveglapot éppen érintő tintás cérnaszálvég kirajzolta a korong tömegközéppontjának pályáját.

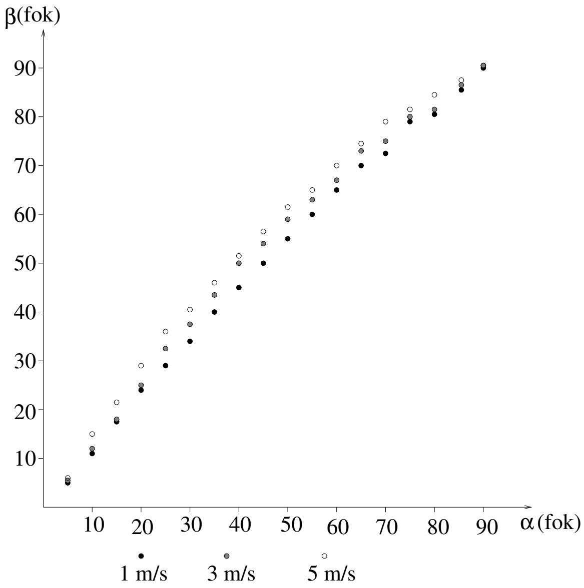


1. ábra



2. ábra

Ketten – *Nagy Ádám* (Budapest, Szent István Gimn., 12. o.t.) és Biró István – észrevették, hogy a visszapattanó korong pályája nem egyenes, hanem „elferdül”, ezt a megfigyelést azonban a visszapattanási szög megállapításakor nem használták ki. Valamennyi versenyző a már megállt korong helyzetéből számította ki a β_2 visszaverődési szöget, ez azonban egy kicsit eltér az ütközésre jobban jellemző, jóllehet nehezebben mérhető β_1 szögtől (*2. ábra*).

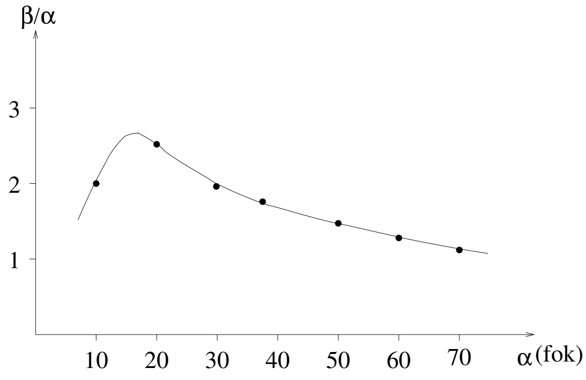


3. ábra

A mérés kivitelezésének egyik lényeges pontja a megfelelő csúszófelület kiválasztása. Legtöbben valamilyen sima felületet választottak, amelyen a sebesség mérésénél figyelembe kellett venniük a súrlódást is. *Jurányi Zsófia* (Pécs, Leöwey Klára Gimn. 12. o.t.) étolajjal bekent bútorlapon végezte méréseit. Állítása szerint ezen a lapon a súrlódás elhanyagolhatóan kicsi. *Geresdi Attila* (Pécs, Árpád Fejedelem Gimn. 11. o.t.) egy 1 m^2-es felületű légpárnás asztalon kísérletezett. A szögek mérését általában vonalzó és szögmérő segítségével oldották meg a versenyzők, de más megoldás is előfordult: *Sükösd Zsuzsanna* (Budapest, Orsolya Rendi

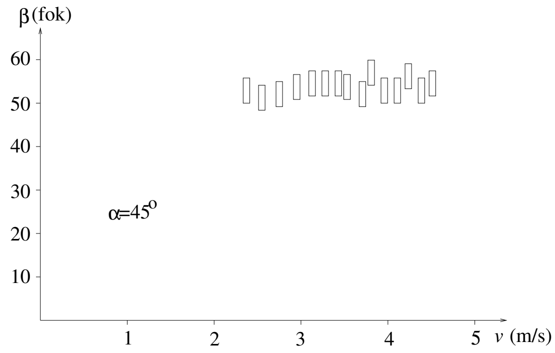
Szent Angéla Gimn. és Ált. Isk. 7. o.t.) például a „kockás” konyhakövezet koordinátarendszerét használta fel a korong helyének és mozgásának meghatározására.

Csaknem minden versenyző azt az eredményt kapta, hogy a visszaverődési szög nagyobb, mint a beesési szög, az eltérés azonban kicsi, illetve a merőlegeshez közeli értékeknél egyre kisebbé válik. Ezt szemlélteti *Szilágyi Péter* (Debrecen, Kossuth L. Gyak. Gimn. 9. o.t.) 3 különböző sebességre utaló mérési eredményeinek grafikus ábrázolása (*3. ábra*). Nagy Ádám a visszaverődési és a beesési szög *arányát* ábrázolta a beesési szög függvényében (*4. ábra*).



4. ábra

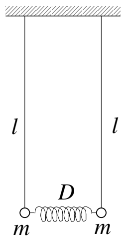
A szögek mérésénél nehezebb a sebességfüggés kísérleti vizsgálata. Különböző magasságú lejtőkről indított korongok sebessége közötti eltérés nem olyan nagy, hogy – a számottevő mérési hibák mellett – egyértelmű kapcsolatot lehetne találni a szögek és a sebességek között. (Parittyás kilövőszerkezetnél az ütközés sebessége nagyobb lehet, viszont a sebesség mérése válik bizonytalanabbá.) Az *5. ábra* Jurányi Zsófia mérési adatait mutatja. A β visszaverődési szöget ábrázolta (a mérési pontosságot is feltüntetve a rajzon) különböző v ütközési sebességek esetén, a beesési szög $\alpha = 45^\circ$ rögzített értéke mellett. Látható, hogy a vizsgált tartományban (az adott mérési pontosság mellett) β nem függ v-től.



5. ábra

24 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Jurányi Zsófia és Nagy Ádám megoldása, 5 pontos Biró István, Bogdán Péter, Geresdi Attila, Demeter Zoltán, Márton Zoltán Csaba, Orosz Gergő, Szilágyi Péter és Vigh Máté dolgozata. Hiányos (1–4 pont) 14 dolgozat.

M. 223. *Készítsük el az* ábrán *látható (gyenge rugóval csatolt) kettős ingát, s vizsgáljuk a rendszer olyan mozgásait, amelyek az ábra síkjában történnek. Mérjük meg a lebegés frekvenciáját mint l és m függvényét!*



(*6 pont*) Közli: *Varga István,* Békéscsaba

Megoldás. A mérési berendezés összeállítása meglehetősen nehéznek bizonyult. Találomra választott testek és rugók esetén a lengő test általában kitér a megadott síkból, a légellenállás számottevő, emiatt hosszabb idejű mérést nem lehet végezni. Ha a rugó „nem elég gyenge”, akkor a két test csatolása olyan erős lesz, hogy a lebegés jelensége egyáltalán nem figyelhető meg; ha pedig „túl gyenge” a rugó, akkor könnyen maradandó alakváltozást szenved, vagy az általa kifejtett erő nem a Hooke-törvénynek megfelelően változik.

Biró István (Marosvásárhely, Bolyai F. Líceum 10. o.t.) viszonylag nagy tömegű és áramvonalas testeket keresett: két diszkoszból készítette el a kettős ingát. A diszkoszok billegését és a kívánatos lengési síkból való kitérülésüket úgy kerülte el, hogy mindkettő testet 2-2 fonallal függesztette fel, s a fonalak felső végét egymástól távol levő párhuzamos tartósínekhez erősítette. A gyári rugók mindegyikét túlságosnak erősnek találta, emiatt maga tekercselt egy kellően lágy rugót.

A mérést úgy végezte el, hogy az egyik diszkoszt meglökte, a másiknak nem adott kezdősebességet, és stopperral mérte, hogy mennyi idő alatt jön mozgásba, majd „áll meg” ismét a kezdetben mozdulatlan korong. Ez az idő a lebegés periódusideje, a lebegés frekvenciájának reciproka. Mérési adatai szerint a lebegés frekvenciája l növelésével növekszik, m-et növelve viszont csökken. A paramétereket – az említett technikai nehézségek miatt – nem tudta olyan tág tartományban változtatni, hogy a mért adatokból a függvényszerű kapcsolatra következtethessen.

Szilágyi Péter (Debrecen, Kossuth L. Gyak. Gimn. 9. o.t.) ugyancsak kettős felfüggesztést alkalmazott, tartószerkezetként négy mikrofonállványt használt. A két – még csatolatlan – test (konkrétan: 100 g-os szappandarab, 50 g-os WC-illatosító, illetve 500 g-os margarin) lengésidejét úgy állította be egyformára, hogy addig változtatta a felfüggesztő fonalak hosszát, míg azt nem tapasztalta, hogy az egyszerre indított ingák „szinkronmozgást” végeznek. A csatolást egy nem túl gyenge rugóval valósította meg, emiatt a lebegés periódusideje csak néhány $(4-5)$ lengésidőnek felelt meg. Mérési eredményeiből ő is megállapította, hogy a lebegés frekvenciája l-nek monoton növekvő, m-nek pedig monoton csökkenő függvénye. A mérés hibájának becslésekor az időmérés hibáját $0{,}2-0{,}3$ s-nak, a lebegési periódus határának eltalálását ugyanilyen pontatlannak vélte. A lebegési frekvencia relatív mérési hibáját kb. 10 százalékra becsülte.

Megjegyzés. Elméleti számítások eredménye szerint gyengén csatolt kettősinga lebegési frekvenciája (adott erősségű rugó esetén) $\sqrt{l}/m$-mel arányos; ennek levezetése azonban *nem* tartozott hozzá a mérési feladathoz.

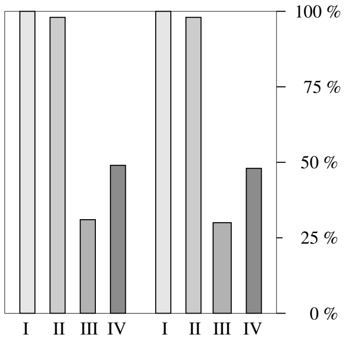
19 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Biró István és Szilágyi Péter, 5 pontos Coc Károly, Csog Árpád, Nagy Ádám és Orosz Gergő megoldása. Hiányos (1–4 pont) 13 dolgozat.

M. 224. *Csepegtetéssel vagy más módszerrel határozzuk meg, hogy a kölnivíz (illetve a húsvéti locsolásra használt bármilyen illatszer) felületi feszültsége hány százaléka a víz felületi feszültségének!*

(*6 pont*) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

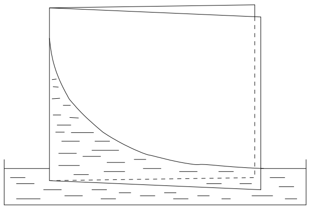
Megoldás. A legtöbben a „csepegtetéses” módszert választották, így mérték meg különböző márkájú és összetételű kölnivizek, arcvizek és egyéb alkoholtartalmú folyadékok relatív (a vízhez viszonyított) felületi feszültségét. A mérés során – különböző csepegtetőket (pipettát, bürettát, szemcseppentőt) használva – megmérték az azonos folyadékmennyiségből képződő folyadékcseppek számát, vagy az azonos (igen nagy) számú csepp térfogatát, és ezek (valamint a sűrűségek) arányából következtettek a felületi feszültségek arányára.

Kiss Imre (Pécs, PTE Babits M. Gyak. Gimn., 9. o.t.) desztillált vizet (I), csapvizet (II), denaturált szeszt (III) és arcvizet (IV) csepegtetett egy szilikoncsapos bürettából, és minden alkalommal 1000 csepp térfogatát mérte. Az arcvíz sűrűségét tömeg- és térfogatméréssel, a csapvízét pedig areométerrel határozta meg. Mérési eredményeit az *1. ábrán* látható oszlopgrafikon bal oldali 4 oszlopa mutatja; a jobb oldali 4 oszlop adatai más módszerrel (kapilláris szintemelkedéssel) meghatározott értékeket ábrázolja. A kétféle mérés eredményei összhangban állnak egymással.

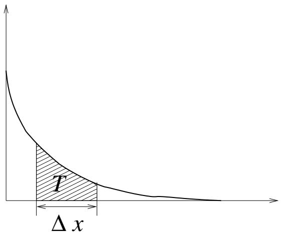


1. ábra

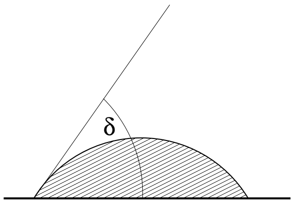
Többen is alkalmaztak (a csepegtetés mellett vagy helyett) más módszert. *Biró István* (Marosvásárhely, Bolyai Farkas Líceum 10. o.t.) egyik módszere (a csepegtetés mellett) az volt, hogy ék alakban összeillesztett üveglapok között mérte a folyadékszint emelkedését (*2. ábra*). Az üveglapra (majd arról egy papírlapra) rárajzolta a folyadék szintvonalát, és ebből (egy adott Δx szélességű rész feletti T területek arányából) következtetett a felületi feszültségek arányára (*3. ábra*). Ez a módszer kb. 30 %-ra pontos, míg a csepegtetéses módszerrel 7 %-os pontosság is elérhető.



2. ábra



3. ábra



4. ábra

Soós Gábor (Kiskunhalas, Bibó I. Gimn., 10. o.t.) kicsiny, vékony alumíniumkorongokat helyezett a folyadék felületére, és a bemerülési mélységből következtetett a felületi feszültségre. *Vető Dániel* (Érd, Vörösmarty M. Gimn., 10. o.t.) azt tanulmányozta, hogy a folyadék felszínén „úszó” borotvapenge mekkora súlyú drótdarabkák hatására süllyed el, *Soós Péter* (Kiskunhalas, Bibó I. Gimn., 11. o.t.) pedig két párhuzamos üveglap közötti vékony „folyadékpogácsa” szétszakításához szükséges erőt mérte.

Többen mérték a kapilláris emelkedést is. *Vigh Máté* (Pécs, PTE Babits M. Gyak. Gimn., 9. o.t.) megvizsgálta a folyadék–üveg illeszkedési szöget (*3. ábra*). Üveglapra kis mennyiségű folyadékot cseppentett, és nagyítóval figyelte a csepp alakját. Azt tapasztalta, hogy ez csapvíz és kölnivíz esetében nem különbözik észrevehetően.

A mért adatok szerint a kölnivíz, arcvíz felületi feszültsége a vízének mintegy 30 – 50%-a, a nagyobb alkoholtartalmú folyadékoké pedig jócskán meghaladja a víz felületi feszültségének 50 %-át. A különböző mérési módszerek közül a csepegtetéses bizonyult a legpontosabbnak, a hibája néhány (legfeljebb tíz) százalékosra tehető.

31 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Biró István, Jurányi Zsófia, Kiss Imre, Nagy Ádám, Orosz Gergő, Szilágyi Péter és Vigh Máté dolgozata. Kicsit hiányos (5 pont) 7, hiányos (1–4 pont) 17 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 226. Készítsünk rajztáblából egy változtatható hajlásszögű lejtőt! Illesszük a rajztábla alját az asztal széléhez úgy, hogy a lejtőn lecsúszó test ütközés nélkül hagyja el a lejtőt és essen a talajra.

Mérjük meg, hogy mekkora hajlásszög esetén esik le legtávolabbra a rajztábla tetejéről lecsúszó pénzérme! Függ-e az eredmény a rajztábla hosszától, illetve az asztal magasságától, valamint a pénzérmétől?

(*6 pont*) A *Bay Zoltán fizikaverseny* (Sarkad) kísérleti feladata alapján

P. 3445. Julcsi és Pisti ugyanabban az utcában lakik, Julcsi 300 méterre, Pisti 800 méterre az iskolától. Reggel egyszerre indulnak el az iskolába, Pisti kerékpárral 10 m/s, Julcsi gyalog 2 m/s sebességgel. Amikor találkoznak, Pisti leszáll a kerékpárjáról, és együtt mennek tovább, beszélgetve 1 m/s sebességgel. Odaérnek-e becsengetésre, ha 8 óra előtt 3 perccel indultak el otthonról?

(*3 pont*) *Newton-kupa,* Keszthely

P. 3446. Egy liftben álló emberre 800 N nehézségi erő hat. Az ember által a liftre kifejtett erő (az ember súlya) 820 N. Mekkora és milyen irányú a lift gyorsulása? Mit mondhatunk a lift sebességéről?

(*3 pont*) *Tarján Imre emlékverseny,* Szolnok

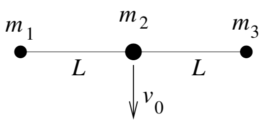
P. 3447. Ugyanazon térfogatú léggömböt egyszer hidrogénnel, másszor héliummal töltünk meg. Melyik esetben és hány százalékkal nagyobb a léggömb teherbírása? (Az adott feltételek mellett a gázok sűrűsége kg/m^3-ben: a hidrogéné 0,08, a héliumé 0,16, a levegőé pedig 1,162.) A léggömb anyagának tömegét a teher mellett, valamint a teher térfogatát a léggömb térfogata mellett elhanyagolhatjuk.

(*3 pont*) *Mikola-verseny* döntő, Gyöngyös

P. 3448. Egy 10 kg tömegű ládát lassan feltolunk egy lejtőn. A végzett munka ekkor 400 J. Ugyanezt a ládát 250 J munka árán tudjuk lehúzni a lejtőn. (A toló-, illetve húzóerő iránya egyaránt párhuzamos a lejtővel.) Milyen magas a lejtő?

(*4 pont*) *Károly Ireneusz verseny,* Szombathely

P. 3449. Három rugalmas korongot, melyek tömege $m_1 = m_3 = 0{,}15$ kg, $m_2 = 0{,}2$ kg, két ugyanolyan hosszúságú, elhanyagolható tömegű fonál köt össze egy vízszintes, légpárnás asztalon. Kezdetben a három korong egy egyenesen helyezkedik el (az *ábra* szerint) és nyugalomban van. Ekkor a középső korongot a fonalakra merőlegesen $v_0 = 6$ m/s vízszintes sebességgel elindítjuk.



a) Határozzuk meg a szélső korongok sebességét abban a pillanatban, amikor e korongok rugalmas ütközése után az m_2 tömegű korong éppen megáll!

b) Állapítsuk meg ebben a helyzetben a két fonál által bezárt szöget!

(*6 pont*) *Párkányi László verseny,* Pécs

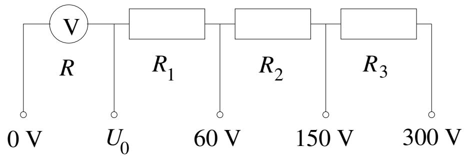
P. 3450. Az Egyenlítő mentén egy hajó halad kelet felé 45 km/h sebességgel. Mennyit késik 3 óra alatt a hajón levő ingaóra, amely a Földhöz képest nyugvó hajón pontosan jár?

(*5 pont*) *Jedlik Ányos verseny,* Győr

P. 3451. Egy 50 cm^3 térfogatú, 20 °C hőmérsékletű tömör fémdarabot 135 J munkával lehetne 100 m magasra felemelni. Hány °C-ra változna ugyanennek a testnek a hőmérséklete, ha az emelési munkával egyenlő nagyságú hőt közölnénk vele?

(*4 pont*) *„Keresd a megoldást” verseny,* Szeged

P. 3452. Egy $R=1$ kΩ ellenállású hagyományos voltmérő méréshatárát 60 V-ra, 150 V-ra, illetve 300 V-ra lehet kiterjeszteni az *ábrán* látható módon. A három előtétellenállás összege 9 kΩ. Mekkorák az ellenállások külön-külön? Mennyi az alapműszer U_0 méréshatára?



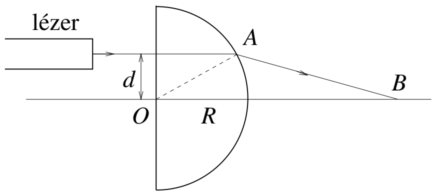
(*4 pont*) *Tornyai Sándor verseny,* Hódmezővásárhely

P. 3453. Egy átlátszó műanyagból készült félhenger optikai törésmutatója $n=1{,}41$, sugara $R=5$ cm. A félhenger sík oldalára merőlegesen, a szimmetriatengelytől d távolságban keskeny lézernyaláb esik.

a) Legfeljebb mekkora lehet d értéke, hogy a félhenger másik oldalán kilépjen a lézernyaláb?

b) Hogyan lehet meghatározni a törésmutatót d_{max} és R ismeretében?

c) Ha a d távolság változtatható, milyen határok között változik az *ábrán* látható OB távolság?



(*4 pont*) *Vermes Miklós verseny,* Sopron

P. 3454. Hevesy György 1923-ban egy urántartalmú kőzet életkorát annak alapján határozta meg, hogy a benne lévő ^{238}U és ^{206}Pb atomok aránya 3 : 2 volt. Hány évesnek találta ezt a kőzetet?

(*4 pont*) *Szilárd Leó nukleáris verseny,* Paks

P. 3455. A Nap $3{,}86 \cdot 10^{26}$ W teljesítménnyel bocsát ki elektromágneses sugárzást.

a) Mennyi energia érkezik a Föld légkörének felső határához másodpercenként egy olyan 1 m^2-es felületre, amely merőleges a Napból érkező sugárzásra?

b) Mekkora lendülete van az 1 m^2 felületre másodpercenként érkező fénynek?

c) Mekkora az elnyelt fény nyomása, ha a fény útjába egy mindenféle fényt tökéletesen elnyelő merőleges felületet helyezünk?

(*4 pont*) *Nagy László fizikaverseny,* Kazincbarcika

❄

A feladatok megoldásai a következő címre küldendők:
KöMaL Szerkesztőség, Budapest 112, Pf. 32. 1518
A beküldési határidő: **2001. október 11.**

❄

MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS
(Volume 51. No. 6. September 2001)

Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition C (see page 357): **C. 635.** In an arithmetic class, pupils are asked how many legs a hen, six dogs and seven palpigradis have in total. ("Palpigradi" is the Latin name of a certain animal). Alex says 46, Ben says 52, Cecilia says 66, Dora says 78, and Edith says 82. Who is right? (*Based on a problem of a Zrínyi Competition*) **C. 636.** In the Cartesian coordinate system, represent the set of points whose coordinates x and y satisfy $-2 \le \le x \le 2$, $-3 \le y \le 3$, $\{x\} \le \{y\}$ ($\{z\}$ denotes the difference between the number z and the greatest integer less than or equal to z.) **C. 637.** Find the positive integer that has two digits both in base 10 and in base 8, and for which the sum of the digits is fourteen in both number systems. **C. 638.** How many different square prisms are possible in which the lengths of the edges in cm are integers and the measure of the surface area in cm^2 equals the measure of the volume in cm^3? **C. 639.** How many pairs $(a;b)$ of positive integers are there with $1 \le a \le 2001$, $1 \le b \le 2001$, where the lowest common multiple of a and b is 2001?

New exercises – competition B (see page 358): **B. 3472.** How many time instants are there between 6 a.m. and 6 p.m. when it is not possible to tell the time if we cannot distinguish the long and short hands of the clock? (*3 points*) (*Kvant*) **B. 3473.** The area of parallelogram $ABCD$ is 2 units. The line parallel to AD intersects the boundary of the parallelogram at P and R, and the line parallel to AB intersects it at S and Q, as shown in the figure (see page 358). What is the total area of the triangles AQR, BSR, DPQ and CSP? (*3 points*) **B. 3474.** What is the seventy-third digit from the back in the number $(\underbrace{111\ldots1}_{112})^2$? (*4 points*) **B. 3475.** The angles of a triangle with sides a, b, c are α, β, γ. Prove that if $3\alpha+2\beta=180^\circ$, then $a^2+bc-c^2=0$. (*4 points*) (*International Hungarian Mathematics Competition,* 2001) **B. 3476.** An interior point of a regular decagon is connected to each vertex to form 10 triangles. The triangles are coloured red and blue alternately. Prove that the total blue area equals the total red area. (*4 points*) **B. 3477.** What is the maximum possible value of the sine of 2^n degrees if n is a positive integer? (*4 points*) **B. 3478.** The centres of the exscribed circles of triangle ABC are O_1, O_2, O_3. Prove that the area of triangle $O_1O_2O_3$ is at least four times the area of triangle ABC. (*4 points*) (Proposed by *Á. Besenyei,* Budapest) **B. 3479.** Find the minimum value of the expression $6t^2+3s^2-4st-8t+6s+5$. (*4 points*) **B. 3480.** Given are the points A, B, C and D in this order on the line e. What is the locus of those points P in the plane for which the angles APB and CPD are equal? (*5 points*) (*Gillis–Turán Mathematics Competition*) **B. 3481.** Let $f_1(x)=-\frac{2x+7}{x+3}$, $f_{n+1}(x)=f_1(f_n(x))$. Evaluate $f_{2001}(2002)$. (*4 points*)

New problems – competition A (see page 359): **A. 269.** A round hole is to be completely covered with two square boards. The sides of the squares are 1 metre. In what interval may the diameter of the hole vary? **A. 270.** Prove that if a, b, c, d are positive numbers then $\sqrt[3]{\frac{abc+abd+acd+bcd}{4}}\le\sqrt{\frac{ab+ac+ad+bc+bd+cd}{6}}$. **A. 271.** Prove that for any prime, $p\ge 5$, the number $\sum_{0<k<\frac{2p}{3}}\binom{p}{k}$ is divisible by p^2. (*Vojtech Jarnik Mathematics Competition,* Ostrava, 2001)

Problems in Information Technology

Sz. 1. We learned from an article of József Bölcsföldi and Géza Balázs (KöMaL Homapage Dec. 2000) that "already the Pythagoreans knew about numbers that form a *friendly pair*—which is a pair (a,b) of natural numbers with both numbers being equal to the sum of the proper divisors (i.e. including 1 but excluding the number itself) of the other. Clearly, one number in a friendly pair has many divisors (typed in bold below), while the other one has only few of them. Some friendly pairs include (**220**, 284), (**1184**, 1210), (**2620**, 2924), (**5020**, 5564), (**6232**, 6368), (**10744**, 10856), ..." Write a program which asks for two natural numbers ($N<M<10^6$), then prints all the friendly pairs (a,b) with $N<a$, $b<M$. (*10 points*)

Sz. 2. In most programming languages an ellipse can be displayed by a single command, however this ellipse must have axes parallel to the edges of the screen. Write a program that enables us to draw the ellipse in any position. The parameters are the length of the axes and the angle between the major axis and the upper edge of the screen in degrees. (*10 points*)

Sz. 3. We deposit our savings for N years ($1\le N\le 10$) according to the following: 1. Throughout N years, at the beginning of every month we place A Forints into the bank, and lock it up for one year at a rate of interest X percent ($X>0$ a real number). 2. When the lockup is over, at the beginning of the next month we get the yearly interest, which is put back and locked up again for one year together with our savings so far. Make a sheet (named PENZ.XLS) which the numbers N, A and X can be entered into, then our bank balance is calculated throughout N years. The sheet should contain exactly N rows, that is unnecessary rows should not be visible even if N is changed.Example (with $N=3$, $A=1000$, $X=10$)

1st year:	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	12000
2nd year:	13100	14200	15300	16400	17500	18600	19700	20800	21900	23000	24100	25200
3rd year:	26410	27620	28830	30040	31250	32460	33670	34880	36090	37300	38510	39720

(*10 pont*)

Problems in Physics

M. 226. Use a drawing board to make a slope with a variable angle. Fit the bottom of the drawing board to the edge of the table so that a sliding body could leave the slope without collision and fall freely on the floor. Take measurements to find out what sloping angle a coin sliding from the top of the drawing board falls furthest. Does the result depend on the length of the drawing board, on the height of the table or on the coin itself?

P. 3445. Julie and Steve live in the same street, Julie in a 300 m and Steve in a 800 m distance from the school. In the morning they leave for school at the same time. Steve goes by bike at a speed of 10 m/s and Julie goes on foot at a speed of 2 m/s. When they meet, Steve gets off his bike and they walk on together talking to each other at a speed of 1 m/s. Will they reach the school before the school bell rings if they started from home 3 minutes before the ring? **P. 3446.** There is a force of 800 N exerted on a man standing in a lift due to gravitation. The force exerted on the lift by the man (his weight) is 820 N. At what rate does the lift accelerate and in which direction? What can we say of the velocity of the lift? **P. 3447.** Let's fill an air-balloon to the same volume once with hydrogen and once with helium. In which case is the lifting capacity greater and by what percentage? (In the given conditions the gas densities in kg/m^3 units are: hydrogen – 0.08, helium – 0.16, air – 1.162). The mass of the balloon's material is negligible compared to the mass of the burden and the volume of the burden is negligible compared to the volume of the balloon. **P. 3448.** Let's push up a crate of a mass of 10 kg slowly on a slope. The work needed to achieve this is 400 J. By pulling the same crate down the slope we use work of 250 J. (The force of both pushing and pulling is parallel to the direction of the slope.) What is the height of the slope? **P. 3449.** There are three elastic disks with masses $m_1 = m_3 = 0.15$ kg, $m_2 = 0.2$ kg connected with two equal length strings of negligible mass, on a horizontal air-cushioned table. At the beginning the three disks are in rest and reside in one line (according to the *figure*). Then we make the middle disk move horizontally and perpendicular to the strings with a velocity of $v_0 = 6$ m/s. $a)$ What is the velocity of the side disks right at the moment when the disk of mass m_2 stops after the elastic collision of the two disks in question? What is the angle formed by the two strings in this position? $b)$ What is the angle formed by the two strings in this position? **P. 3450.** There is a ship sailing east along the Equator with a speed of 45 km/h. How much time does a pendulum-clock on board lose in 3 hours if it keeps good time when the ship rests relative to the Earth. **P. 3451.** A solid piece of metal with a volume of 50 cm^3 and a temperature of 20 °C can be lifted to a height of 100 m by using 135 J of work. What would be the temperature of the same object if we transmitted to it an amount of heat equivalent to the work used in lifting. **P. 3452.** The measuring limit of a standard voltage meter with the resistance of $R = 1$ kΩ can be extended to 60 V, 150 V and 300 V as can be seen in the *figure*. The sum of the three additional resistances is 9 kΩ. What are the separate resistance values, and how much is the measuring limit of the basic instrument U_0? **P. 3453.** A semicylinder made of a transparent plastic has a refraction index of $n = 1.41$ and a radius of $R = 5$ cm. There is a narrow incident laser beam perpendicular to the flat side of the semicylinder at d distance from the axis of symmetry. $a)$ What can the maximum value of d be so that the laser beam can still leave the other side of the semicylinder? $b)$ How can the refraction index be determined if we know $d_{\max}$ and R? $c)$ By varying distance d, in which interval will distance OB shown in the *figure* vary? **P. 3454.** In 1923 George Hevesy determined the age of a rock sample with some uranium content based on the finding that the ratio of the number of ^{238}U atoms to the number of ^{206}Pb atoms present in the sample was 3 : 2. What was the age he determined? **P. 3455.** The Sun emits electromagnetic radiation with the power of 3.86×10^{26} W. $a)$ How much energy arrives per second at the top of the Earth's atmosphere on a 1 m^2 surface perpendicular to the radiation coming from the Sun? $b)$ How much is the impulse of the light incident on a surface of 1 m^2 in one second? $c)$ What is the pressure exerted by the incoming light on a surface that is perpendicular to the radiation and absorbs every kind of light?

KöMaL – 2001/6 FIZ0106 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:49 (21. lap)