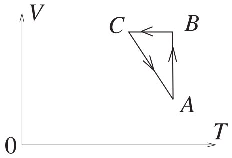
Az 1999/2000. tanévben megrendezett fizika OKTV II. fordulójának feladatmegoldásai

A fizika I. kategória (szakközépiskolások) feladatai



1. ábra

1. feladat. *Ideális gázzal végezzük az* 1. ábra *szerinti* $ABCA$ *körfolyamatot, amelynek grafikonja a* $(V;T)$ *térfogat – hőmérséklet síkon derékszögű háromszög, a* V *és* T *tengelyekkel párhuzamos befogókkal. A gáz az* A *ponttal jellemzett állapotában* 373 K *hőmérsékletű, térfogata* 5 dm^3; *a* C *ponttal jellemzett állapotában* 273 K *hőmérsékletű és térfogata* 12 dm^3. *Határozzuk meg, hogy a körfolyamat* $C \to A$ *szakaszában mely térfogatnál lesz a gáz nyomása éppen akkora, mint a* B *ponttal jellemzett állapotában volt!*

(Légrádi Imre)

Megoldás. Gay-Lussac I. törvénye szerint a B-vel jelzett állapottal azonos nyomású állapotokra fennáll

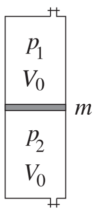
$$T = \frac{T_B}{V_B}\,V. \tag{1}$$

A keresett állapotot jellemző pont rajta van az AC egyenesen, vagyis kielégíti a

$$V - V_C = \frac{V_A - V_B}{T_A - T_B}\cdot(T - T_C) \tag{2}$$

egyenletet. Az (1) és (2) egyenletrendszert V-re megoldva a keresett térfogatot kapjuk:

$$V = V_C\,\frac{V_A T_C - V_C T_A}{V_A T_A - 2V_C T_A + V_C T_C} \approx 9{,}8\ \text{dm}^3.$$



2. ábra

2. feladat. *Egy hőszigetelő falú, elhanyagolható hőkapacitású hengerben* $A = 100$ cm^2 *keresztmetszetű,* $m = 0{,}5$ kg *tömegű,* $c = 210$ J/(kg°C) *fajhőjű anyagból készült dugattyú mozoghat függőleges irányban súrlódásmentesen. A* $t_0 = 100$°C *hőmérsékletű, súlyos dugattyú fölé* $n_1 = 0{,}05$ *mólnyi* $t_1 = -90$°C*-os nemesgázt, a dugattyú alá pedig* $n_2 = 0{,}03$ *mólnyi* $t_2 = 46$°C*-os levegőt juttatunk. Ekkor a két rész térfogata éppen megegyezik.*

a) *Mennyi lesz a dugattyú végső hőmérséklete?*

b) *Mennyit mozdul el a dugattyú?*

(Jurisits József)

Megoldás. a) A kezdeti nyomások és a térfogat kiszámíthatók az állapotegyenletek és a nyomások közötti kapcsolat felhasználásával:

$$p_1V_0 = n_1RT_1,\quad p_2V_0 = n_2RT_2,\quad p_2 = p_1 + \frac{mg}{A}. \tag{3}$$

Ezekből a két rész nyomása meghatározható:

$$p_1 = \frac{mg}{A}\cdot\frac{n_1T_1}{n_2T_2 - n_1T_1} = 10{,}69\ \text{kPa},$$

az alul levő gáz nyomása pedig:

$$p_2 = p_1 + \frac{mg}{A} = 11{,}18\ \text{kPa}.$$

A két gázmennyiség azonos kezdeti térfogata a (3) egyenletből:

$$V_0 = \frac{n_1RT_1}{p_1} = \frac{A}{mg}R\,(n_2T_2 - n_1T_1) = 7{,}12\ \text{dm}^3.$$

A végső állapot T hőmérsékletének és a dugattyú (lefelé történő) x elmozdulásának kiszámításához felhasználhatjuk az állapotegyenleteket és az energia megmaradásának törvényét. Az állapotegyenlet a felső és az alsó gáz kezdeti és végállapota között:

$$\frac{p_1V_0}{T_1} = \frac{p\,(V_0 + xA)}{T}, \tag{4}$$

$$\frac{p_2V_0}{T_2} = \frac{\left(p + \frac{mg}{A}\right)\,(V_0 - xA)}{T}. \tag{5}$$

Az energia megmaradásának törvénye a teljes folyamatra a hőszigetelő edényben:

$$\frac{f_1}{2}n_1R\,(T - T_1) + \frac{f_2}{2}n_2R\,(T - T_2) + cm\,(T - T_0) - mgx = 0. \tag{6}$$

A fenti három egyenlet egyértelműen meghatározza a T, p és x ismeretleneket. Az egyenletrendszer megoldása akkor egyszerű, ha észrevesszük, hogy a dugattyú súlyából származó nyomás nagyságrendekkel kisebb, mint a gázok nyomása, így az elhanyagolgató. (Míg a felső térrészben ható nyomás 10,7 kPa, az alsóban 11,2 kPa, addig a dugattyú nyomása 0,5 kPa, ami a gáznyomások 5 %-át sem éri el!) Ebben a közelítésben (5) így írható:

$$\frac{p_2V_0}{T_2} = \frac{p\,(V_0 - xA)}{T}. \tag{5$'$}$$

(4)-t (5′)-vel osztva mind p, mind T kiesik. (Ez nem azt jelenti, hogy az eredmény független a hőmérsékletváltozástól és a nyomásváltozástól, mert a pontos összefüggésben még mg/A is szerepel!)

$$\frac{p_1T_2}{p_2T_1} = \frac{V_0 + xA}{V_0 - xA},$$

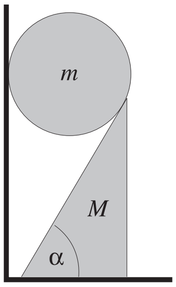
ahonnan a dugattyú elmozdulása:

$$x=\frac{p_1T_2-p_2T_1}{p_1T_2+p_2T_1}\,\frac{V_0}{A}\approx 18\text{ cm.}$$

A (6) energiaegyenletből (a $-mgx$ tag elhanyagolásával) kifejezhetjük a kialakuló közös egyensúlyi hőmérsékletet:

$$T=\frac{(f_1n_1T_1+f_2n_2T_2)\,R+(2cT_0-2gx)\,m}{(f_1n_1+f_2n_2)\,R+2mc}\approx\frac{(f_1n_1T_1+f_2n_2T_2)\,R+2cT_0m}{(f_1n_1+f_2n_2)\,R+2mc}=371{,}6\text{ K.}$$

Megjegyzés. Amennyiben a (6) egyenletből indulunk ki (ott viszonylag kisebb elhanyagolás az x-et tartalmazó tag elhagyása), a kiszámított T hőmérsékletet a (4) és (5) állapotegyenletekbe írva a dugattyú elmozdulására egy másodfokú egyenletet kapunk, melynek megoldása: 18,7 cm. Ez az előzőnél pontosabb érték, de mind a két számítás elfogadható.



3. ábra

3. feladat. *Egy függőleges fal és egy vízszintes síkon álló* α *hajlásszögű,* M *tömegű derékszögű ék közé* m *tömegű golyót helyezünk úgy, hogy az ék lapja a legfelső pontjában éppen érintse a golyót a* 3. ábra *szerint. Az ék és a golyó is súrlódásmentesen csúszhat.*

a) *Hogyan kell megválasztanunk az* M/m *tömegarányt és az* α *hajlásszöget, hogy a golyó elengedése után a lejtő ne billenjen meg?*

b) *Mekkora sebességet ér el a golyó, miközben az éknek* $l=$ $=20$ cm *hosszú szakaszán csúszik végig, ha* $\alpha=60^\circ$ *és* $M/m=12$*?*

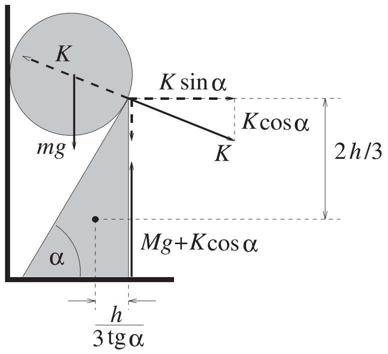
(Jurisits József)

Megoldás. Írjuk fel a golyó és a lejtő mozgásegyenletét, valamint a gyorsulások kapcsolatát. Jelöljük a golyó adatait kis, az ék adatait nagy betűkkel! A *4. ábra* alapján:

(7) $$mg-K\cos\alpha=ma,$$

(8) $$K\sin\alpha=MA,$$

(9) $$a=A\operatorname{tg}\alpha.$$



4. ábra

Az utóbbi összefüggés abból a kényszerfeltételből adódik, hogy a golyó mindvégig érinti az ék lapját. A golyó és az ék útja t idő alatt:

$$\Delta s=\frac{a}{2}t^2,\qquad\text{illetve}\qquad\Delta S=\frac{A}{2}t^2,$$

ugyanis az erők és így a gyorsulások is állandók. Az *5. ábráról* leolvasható, hogy

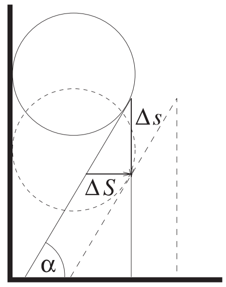
$$\Delta s=\Delta S\cdot\operatorname{tg}\alpha,$$

vagyis

$$\frac{a}{2}t^2=\frac{A}{2}t^2\cdot\operatorname{tg}\alpha,$$

ahonnan $t^2/2$-vel osztva (9) adódik.

A (7)–(9) egyenletrendszert megoldva



5. ábra

$$a = \frac{\mathrm{tg}^2\alpha}{(M/m) + \mathrm{tg}^2\alpha}\, g, \tag{10}$$

$$K = \frac{1}{(M/m) + \mathrm{tg}^2\alpha} \cdot \frac{Mg}{\cos\alpha}, \tag{11}$$

$$A = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{(M/m) + \mathrm{tg}^2\alpha}\, g. \tag{12}$$

Annak a feltétele, hogy az ék ne billenjen meg az ék tömegközéppontjára felírható forgatónyomaték-tétellel kifejezve a *4. ábra* alapján:

$$\frac{2}{3}Kh\sin\alpha + K\cos\alpha\,\frac{h}{3\mathrm{tg}\,\alpha} \le (Mg + K\cos\alpha)\,\frac{h}{3\mathrm{tg}\,\alpha}. \tag{13}$$

(Felhasználtuk, hogy határesetben a talaj által az ékre kifejtett kényszererő hatásvonala az ék jobb szélére tolódik el.)

A (13) egyenlőtlenségből (11) felhasználásával a tömegarányra a

$$\frac{M}{m} \ge \mathrm{tg}^2\alpha$$

megszorítást, a golyó gyorsulására pedig az

$$a \le \frac{g}{2}$$

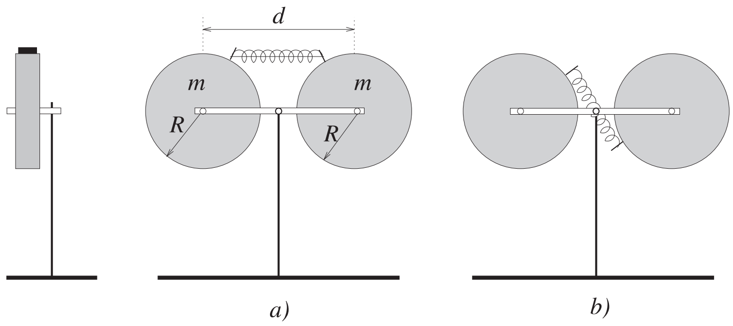
felső korlátot kapjuk.

b) Ha $\alpha = 60°$, akkor $M/m \ge \mathrm{tg}^2 60° = 3$ szükséges, tehát a megadott $M/m = 12$ esetén nem billen az ék. A mechanikai energia megmaradásának tétele szerint:

$$mgl\sin\alpha = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2. \tag{14}$$

A sebességek kapcsolata (hasonlóan a gyorsulások kényszerkapcsolatához): $V = v/\mathrm{tg}\,\alpha$, melyet (14)-be helyettesítve a golyó sebességére (l lejtőmenti szakasz befutása után) a következő adódik:

$$v = \sqrt{\frac{2gl\sin\alpha}{1 + \frac{M}{m\mathrm{tg}^2\alpha}}} \approx 0{,}82\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$



6. ábra

A fizika II. és III. kategória (valamennyi gimnazista) feladatai

1. feladat. *Elhanyagolható tömegű, közepén tengelyezett, könnyen forgó rúd két végén szimmetrikusan egy-egy* $R=10$ cm *sugarú,* $m=4$ kg *tömegű homogén tömör korong van vízszintes tengelyhez erősítve a* 6. ábra *szerint. A korongok tengelyei egymástól* $d=25$ cm*-re vannak. A korongok palástján elhanyagolható tömegű pöckök közé* $D=1800$ N/m *direkciós erejű rugó van elhelyezve* $\Delta l=5$ cm*-rel összenyomott állapotban. Mekkora lesz a korongok szögsebessége, miután a rugót feszesen tartó fonalat elégetjük, ha a pöckök eredetileg a* 6.a, *illetve a* 6.b ábra *szerint helyezkednek el? (A rugók teljes megnyúlásig érintkeznek a pöckökkel, s ezután leesnek.)*

(Holics László)

Megoldás. a) eset. Mivel a külső forgatónyomatékok összege nulla, a perdület megmarad. A rugó kitágulása után a két egyforma korong egymással ellentétes irányban, azonos nagyságú szögsebességgel kezd forogni. A rugó teljes energiája a két korong forgási energiájába alakul át:

$$\frac{1}{2}D\,(\Delta l)^2=2\cdot\frac{1}{2}\Theta\,\omega_a^2.$$

Felhasználva, hogy a korongok tehetetlenségi nyomatéka $\Theta=\frac{1}{2}mR^2$, a keresett szögsebesség:

$$\omega_a=\frac{\Delta l}{R}\sqrt{\frac{D}{m}}=10{,}6\ \frac{1}{\mathrm{s}}.$$

b) eset. A két korong most azonos irányban kezd el forogni, de mivel a külső forgatónyomatékok összege most is nulla, a rendszer teljes perdületének meg kell maradnia. Ez csak úgy lehetséges, hogy a két korongot tartó (elhanyagolható tömegű) rúd elfordul a korongokkal, azok szögsebességével ellentétes irányban. Így a korongok – azonos irányú – sajátperdülete, és a rendszer forgása miatt keletkező – a sajátperdülettel ellentétes irányú – pályaperdülete egyenlő abszolút értékű. Az energia megmaradása:

$$\frac{1}{2}D\,(\Delta l)^2=2\cdot\frac{1}{2}\Theta\,\omega_b^2+2\cdot\frac{1}{2}mv^2, \tag{15}$$

a perdület megmaradása:

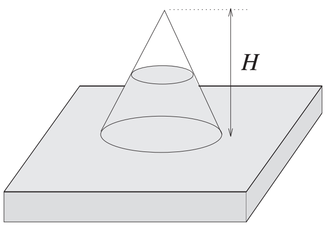
$$2 \cdot \Theta\omega_b - 2 \cdot mv\,\frac{d}{2} = 0, \tag{16}$$

ahol v a korongok tömegközéppontjának sebessége. (16)-ból v-t kifejezve és (15) egyenletbe helyettesítve megkapjuk a korongok szögsebességét:

$$\omega_b = \frac{\Delta l}{R}\,\frac{d}{\sqrt{d^2+2R^2}}\sqrt{\frac{D}{m}} = 9{,}23\ \frac{1}{\mathrm{s}}. \tag{17}$$

2. feladat. *Egyenes körkúp alakú, vékonyfalú üvegedény alsó, nyitott vége higannyal telt kádba merül. Az üvegkúp csúcsa* $H=76$ cm *magasan van a kádbeli higanyszint felett. Az üvegedényt részben higany tölti ki. A higany feletti zárt térrészben* $n=0{,}01$ mol *levegő van. A külső légköri nyomás* $H=76$ cm *magasságú higanyoszlop hidrosztatikai nyomásával egyenlő. Mennyi hőt vesz fel az elzárt levegő, ha hőmérséklete lassan* $\Delta T=10\ ^\circ\mathrm{C}$*-kal emelkedik? (A kádbeli higanyszint változása elhanyagolható, a kúpbeli higanyszint nem süllyed a kádbeli higanyszint alá.)*

(Szegedi Ervin)



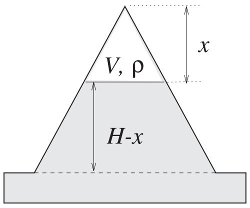
7. ábra

Megoldás. Határozzuk meg, hogyan függ a kúpba bezárt gáz nyomása a gázkúp magasságától! Mivel a külső légnyomás H magasságú higany hidrosztatikai nyomásával tart egyensúlyt, a kúpba zárt higany magassága pedig $H-x$ (*8. ábra*), a bezárt levegő nyomása a hiányzó x magasságú higany nyomását kell, hogy pótolja, vagyis $p=\varrho g x$, azaz a bezárt gáz nyomása egyenlő az általa alkotott kúp magasságával azonos magasságú higany hidrosztatikai nyomásával. Tudjuk viszont, hogy a külső nyomás

$$p_{\mathrm{k}} = \varrho g H, \tag{18}$$

a kádbeli higany felületénél pedig a nyomás mindenhol (tehát a kúpon kívül és azon belül is) ugyanakkora:

$$p_{\mathrm{k}} = p + \varrho g(H-x). \tag{19}$$



8. ábra

(18) és (19) alapján valóban igaz

$$p = \varrho g x. \tag{20}$$

Számítsuk ki (a hőtan a I. főtételének alkalmazásával) a gáz hőfelvételét:

$$Q = \Delta E + W_{\text{gáz}}.$$

Az energiaváltozást a hőmérsékletváltozás egyértelműen megadja. Az ekvipartíció tétele alapján:

$$\Delta E = \frac{f}{2}Nk\Delta T = \frac{f}{2}nN_A k\Delta T = \frac{f}{2}nR\Delta T.$$

A gáz által felvett hő tehát (mivel levegőre $f = 5$):

(21) $$Q = \frac{5}{2} nR\Delta T + W_{\text{gáz}}.$$

Határozzuk meg a gáz által végzett munkát! (Ez okozza az igazi nehézséget a megoldás során.) Mivel a gáz nyomása a térfogat függvényében *nem lineárisan* változik, ezért az elemi munkák összegezése csak integrálással tehető meg. Keressünk *más* megoldást!

Alkalmazzuk a munkatételt a kádbeli és kúpbeli higany rendszerére a kezdeti és végállapot között! A higanyon a kitáguló kúpbeli levegő, a nehézségi erő és a külső levegő végez munkát. (A kádbeli higany ugyan elhanyagolható mértékben emelkedik, de nagy felületen, ezért az általa kiszorított levegő térfogata nem elhanyagolható!) A bezárt gáz és a nehézségi erő munkája pozitív, a külső levegőé pedig negatív. Mivel a higany mozgási energiája nem változik, ezért az összes munkák összege zérus:

$$W_{\text{gáz}} + W_{\text{nehézségi}} + W_{\text{külső}} = 0.$$

Tekintve, hogy a nehézségi erő munkája a helyzeti energia megváltozásának ellentettjével egyenlő, a bezárt gáz munkájára a következő összefüggést kapjuk:

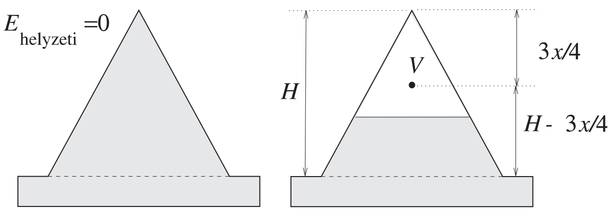
$$W_{\text{gáz}} = \Delta E_{\text{helyzeti}} - W_{\text{külső}} = 0.$$

A külső, állandó nyomású levegő munkavégzése könnyen kapható, hiszen térfogatváltozása az elzárt levegő térfogatváltozásának ellentettje:

$$W_{\text{külső}} = p_{\text{k}}\Delta V = -p_{\text{k}}\,(V_2 - V_1)\,.$$

Az elzárt gáz munkája tehát ezzel így írható:

(22) $$W_{\text{gáz}} = \Delta E_{\text{helyzeti}} - p_{\text{k}}\,(V_2 - V_1)\,.$$



9. ábra

Hátra van még a higany helyzeti („magassági”) energiája megváltozásának meghatározása. E célból első lépésként írjuk fel ezt az energiát általános helyzetben! Válasszuk a helyzeti energia nullszintjét úgy, hogy akkor legyen nulla a helyzeti energia, amikor a higany teljesen kitölti az üvegkúpot!

A vizsgált helyzetben (*9. ábra*) a higany helyzeti energiája a nulla energiánál

$$\varrho V g\left(H - \frac{3}{4}x\right)$$

értékkel kevesebb, hiszen a V térfogatú részt kezdetben kitöltő higany tömegközéppontja $\Delta h = \left(H - \frac{3}{4}x\right)$ értékkel mélyebbre került (mintha a kúp csúcsában levő higanymennyiség került volna ki az üvegből és terült volna szét a nagy felületű kádban), a többi higany energiája nem változott. (Felhasználtuk a Függvénytáblázatból is kiolvasható ismeretet, hogy a homogén anyaggal kitöltött x magasságú egyenes körkúp tömegközéppontja az alaplap felett $x/4$ magasságban van. Az x magasságú higanykúp helyzeti energiája tehát:

$$E_{\text{helyzeti}} = -\varrho V g \left(H - \frac{3}{4} x \right),$$

vagy (18) és (19) szerint:

$$E_{\text{helyzeti}} = \frac{3}{4} \varrho g x V - \varrho V g H = \frac{3}{4} p V - p_{\text{k}} V. \tag{23}$$

A vizsgált folyamatban a higany helyzeti energiájának megváltozása tehát (22) szerint:

$$E_{\text{helyzeti}} = \frac{3}{4} \left(p_2 V_2 - p_1 V_1 \right) - p_{\text{k}} \left(V_2 - V_1 \right). \tag{24}$$

A gáz munkája tehát (22) alapján, (24) felhasználásával:

$$W_{\text{gáz}} = \Delta E_{\text{helyzeti}} - p_{\text{k}} \left(V_2 - V_1 \right) = \frac{3}{4} \left(p_2 V_2 - p_1 V_1 \right),$$

ami a $pV = nRT$ állapotegyenlet szerint

$$W_{\text{gáz}} = \frac{3}{4} n R \Delta T \tag{25}$$

alakba írható.

A folyamatban felvett hő (21) és (25) alapján tehát:

$$Q = \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4} \right) n R \Delta T = \frac{13}{4} n R \Delta T = 2{,}70 \text{ J}.$$

Megjegyzés. A gáz munkája integrálással is kiszámítható. Határozzuk meg a gáz állapotváltozásának $p(V)$ függvényét! A gázkúp térfogata $V = \pi r^2 x/3$, ahol r a kúp alapkörének sugara, amely a kúp fél nyílásszögével és magasságával is kifejezhető: $r = x \operatorname{tg} \alpha$. Ezek szerint

$$V = \frac{\pi}{3} x^3 \operatorname{tg}^3 \alpha,$$

ahonnan a gázkúp magassága térfogatával kifejezve:

$$x = \sqrt[3]{\frac{3}{\pi \operatorname{tg}^2 \alpha}} \cdot V^{\frac{1}{3}}. \tag{26}$$

(20) és (26) alapján:

$$p = \varrho g \sqrt[3]{\frac{3}{\pi \operatorname{tg}^2 \alpha}} \cdot V^{\frac{1}{3}},$$

azaz

$$p = \beta V^{\frac{1}{3}}, \tag{27}$$

ahol

$$\beta = \varrho g \sqrt[3]{\frac{3}{\pi \operatorname{tg}^2 \alpha}}.$$

A gáz nyomása tehát arányos térfogatának köbgyökével.

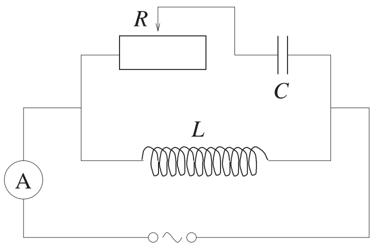
A gáz munkája a kezdeti- és végállapot között az elemi munkák összegezésével kapható:

$$W_{\text{gáz}} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \beta \int_{V_1}^{V_2} V^{\frac{1}{3}}\,dV = \frac{3}{4}\beta \left(V_2^{\frac{4}{3}} - V_1^{\frac{4}{3}} \right).$$

Az eredményt alkalmasan tagolva és (27) alapján alakítva:

$$W_{\text{gáz}} = \frac{3}{4} \left(\beta V_2^{\frac{1}{3}} V_2 - \beta V_1^{\frac{1}{3}} V_1 \right) = \frac{3}{4}\,(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{4} n R \Delta T,$$

ami megegyezik az előző gondolatmenetben adódó alakkal.



10. ábra

3. feladat. *A* 10. ábra *szerinti áramkörben a tekercs önindukciós együtthatója* $L = 10$ mH, *a kondenzátor kapacitása* $C = 0{,}2$ mF. *Az áramkörre váltakozó feszültséget kapcsolunk. Mekkora a váltakozó feszültség frekvenciája, ha azt tapasztaljuk, hogy a főágba kapcsolt ideális áramerősségmérő műszer által mutatott érték független az ohmos ellenállás nagyságától?*

(Szegedi Ervin)

Megoldás. Ha a főág áramerőssége független az ohmos ellenállás R nagyságától, akkor speciálisan a nagyon kicsiny és a nagyon nagy ellenállásoknál *ugyanakkora* értéket kell mutasson az árammérő műszer.

Rövidzárnál ($R = 0$) a tekercsre és a kondenzátorra egyaránt U (effektív) feszültség jut, a rajtuk átfolyó áram

$$I_{\text{tekercs}} = U \cdot \frac{1}{L\omega}, \qquad \text{illetve} \qquad I_{\text{kondenzátor}} = U \cdot \omega C.$$

Ez a két áram ellentétes fázisú, a főág effektív áramerőssége tehát

$$I_1 = U \cdot \left| \omega C - \frac{1}{L\omega} \right|.$$

Ha viszont az ohmos ellenállást nagyon nagy értékre állítjuk be, netán megszakítjuk az áramkört ($R \to \infty$), áram csak a tekercsen folyhat, így a műszer által mutatott érték

$$I_2 = U \cdot \frac{1}{L\omega}.$$

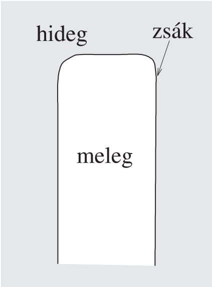
A feladatban megfogalmazott feltétel szerint $I_1 = I_2$, ami akkor teljesül, ha

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}} = 1000 \text{ Hz},$$

a frekvencia tehát $f = \omega/(2\pi) = 159{,}2$ Hz.

Megjegyzés. Forgóvektorokkal vagy komplex impedanciákkal számolva belátható, hogy a fenti frekvencia-feltétel teljesülése esetén az impedancia a teljes R tartományban független lesz az ohmos ellenállástól, nagysága: $Z = L\omega$.

4. feladat. *Tapasztalatból tudjuk, hogy ha egy nyitott szájával lefelé tartott szemeteszsákot megtöltünk meleg levegővel, akkor a zsák – a hőlégballonhoz hasonlóan – felemelkedik. Hol a hiba a következő gondolatmenetben: „A zsák szája nyitott, ezért a külső és a belső levegő nyomása egyenlő. A zsák (felül levő) zárt alját ezért a belső levegő ugyanakkora erővel nyomja felfelé, mint a külső levegő lefelé. Mivel ezek az erők kiegyenlítik egymást, azért a zsák anyagára ható nehézségi erő miatt a zsák leesik.”*



11. ábra

Megoldás. A zsák szájánál valóban azonos a meleg és a hideg levegő nyomása (p_0). A h magasságú zsák zárt alja h-val magasabban van a zsák szájánál, ezért a levegő nyomása kívül is, belül is kisebb p_0-nál. Jelölje ezt a nyomást a külső, hidegebb levegőben p_{H}, belül pedig p_{M}.

A légnyomás változása a magassággal kis szintkülönbségek esetén közelítőleg a $\Delta p = -\varrho g h$ összefüggés alapján számolható. Esetünkben a külső és belső levegő sűrűsége számottevően eltér (közel azonos a nyomásuk, de hőmérsékletük jelentősen különbözik), $\varrho_{\mathrm{H}} > \varrho_{\mathrm{M}}$. Ez azt eredményezi, hogy a belső meleg levegőben ugyanazon h távolságon kevesebbet csökken a nyomás, mint a külső, hideg levegőben, így a zsák felül levő zárt alján belül nagyobb a nyomás mint kívül: $p_{\mathrm{M}} > p_{\mathrm{H}}$, a nyomáskülönbség pedig felfelé mutató emelőerőt eredményez. Ha ez meghaladja a zsák anyagára ható nehézségi erőt, akkor a zsák felemelkedik.

A fizika I. kategória végeredménye

1. Tomon Sándor (Budapest, Puskás Tivadar Távközlési Technikum, 12. évf.), tanára: Beregszászi Zoltán;

2. Gyurcsek Tamás (Szolnok, Pálfy J. Műszerip. és Vegyip. Szakközépisk., 12. évf.), tanára: Báthori Attila;

3. Laczkó Péter (Budapest, Egressy Gábor Kéttannyelvű Műsz. Szakközépisk., 12. évf.), tanára: Berta Magdolna;

4. *Oláh Gusztáv* (Debrecen, Mechwart A. Gépip. és Informatikai Középisk., 12. évf.), tanárai: Gál Annamária, Szegedi Ervin; **5.** *Perge István* (Eger, Neumann János Közgazd. Szki. és Gimn., 11. évf.), tanára: Fátrai Éva; **6.** *Hoffer János Pál* (Kecskemét, Kandó K. Műszaki Szki., 11. évf.), tanára: Jusztin Zsuzsanna; **7.** *Magyar Máté* (Vác, Boronkay Gy. Műszaki Középisk. és Gimn., 12. évf.), tanára: Csomó József; **8.** *Tóth Árpád* (Jászberény, Liska J. Erősáramú Szki. és Gimn., 12. évf.), tanára: Máthéné Barabássy Judit.

A fizika II. kategória végeredménye

1. Horváth György (Fazekas M. Fővárosi Gyakorló Gimn., 12. évf.), tanárai: Takács Lajos, Horváth Gábor;

2. Gáspár Merse Előd (Fazekas M. Fővárosi Gyakorló Gimn., 12. évf.),
tanára: Horváth Gábor;

3. Buruzs Ádám (Szeged, Radnóti M. Kísérleti Gimn., 12. évf.),
tanárai: Mike János, Hilbert Margit;

4. *Varjú Péter* (Szeged, Radnóti M. Kísérleti Gimn., 11. évf.), tanára: Dudás Zoltánné; **5.** *Pozsgay Balázs* (Pécs, Magyar-német Nyelvű Iskolaközp. 11. évf.), tanárai: Baumgartner Annamária, Kotek László; **6.** *Nagy István* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 12. évf.), tanára: Dudics Pál; **7.** *Kiss Gergely* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.), tanára: Horváth Gábor; **8.** *Horváth Balázs* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 12. évf.), tanára: Horváth Henrietta; **9.** *Sáfár Szilveszter* (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., 12. évf.), tanára: Tóth Károly; **10.** *Jurányi Zsófia* (Pécs, Leöwey Klára Gimn. 11. évf.), tanárai: Simon Péter, Kádár Gézáné, Kotek László.

A fizika III. kategória végeredménye

1. Patay Gergely (Debrecen, Tóth Árpád Gimn., 12. évf.),
tanárai: Kovács Miklós, Szegedi Ervin;

2. Schmidt András (Budapest, Szent István Gimn., 11. évf.),
tanára: Moór Ágnes;

3. Máthé András (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyakorló Gimnáziuma 12. évf.),
tanára: Flórik György;

4. *Hegedűs Ákos* (Pécs, Cisztersi Rend Nagy Lajos Gimn. 12. évf.), tanárai: Orovica Márkné, Kotek László; **5.** *Nagy Ádám* (Budapest, Szent István Gimn., 11. évf.), tanára: Moór Ágnes; **6.** *Szilágyi Tamás* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 11. évf.), tanárai: Szegedi Ervin, Szegediné Nagy Judit; **7.** *Nagy Zsombor* (Tata, Eötvös J. Gimn. 12. évf.), tanárai: Ádám Árpád, Maknics Gyula; **8.** *Jung János* (Bonyhád, Petőfi S. Evang. Gimn., 12. évf.), tanárai: Erdélyesi Sándor, Kotek László; **9.** *Bankó Krisztián* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 12. évf.), tanára: Flórik György; **10.** *Csige Sándor* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 12. évf.), tanára: Szegedi Ervin.

Holics László

Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása

P. 3318. *L hosszúságú fonál végei azonos magasságban, egymástól D távolságra vannak rögzítve. A fonálon egy kis gyöngy csúszkálhat, súrlódás nélkül. Kis kitérések esetén mennyi lesz a gyöngy mozgásának periódusideje, ha*

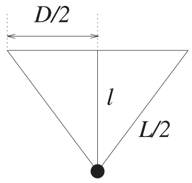
a) a kitérés a fonál síkjára merőleges;

b) a kitérés benne van a fonál síkjában?

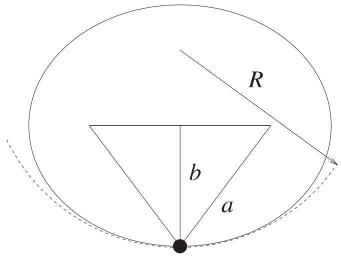
(*5 pont*) Közli: *Tichy-Rács Ádám,* Budapest

I. megoldás. *a*) A test egy l sugarú köríven leng (*1. ábra*), lengésideje

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,,\quad \text{ahol}\quad l=\frac{\sqrt{L^2-D^2}}{2}\,.$$



1. ábra



2. ábra

b) A test egy $2a=L$ nagytengelyű, $2b=2l$ kistengelyű ellipszispályán mozog. Kis kitérések esetén mozgása olyan, mint egy R hosszúságú inga lengése, ha $R=a^2/b$ az ellipszishez a legalsó pontjához tartozó simulókör sugara (*2. ábra*).

Ennek megfelelően a lengésidő:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}\,,\quad \text{ahol}\quad R=\frac{(L/2)^2}{l}=\frac{(L/2)^2}{\sqrt{(L/2)^2-(D/2)^2}}.$$

Lábó Melinda (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12.o.t.) dolgozata alapján

II. megoldás Vizsgáljuk meg, mennyit nő az m tömegű gyöngyszem gravitációs helyzeti energiája, ha a gyöngyöt az egyensúlyi helyzetéből kicsiny x távolságra kimozdítjuk. Amennyiben ez a növekedés (közelítőleg)

$$E(x)\approx\frac{1}{2}Dx^2$$

alakba írható, akkor – egy rugó végén harmonikus rezgőmozgást végző testtel való formai analógia miatt – állíthatjuk, hogy a gyöngyszem mozgásának periódusideje

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

lesz.

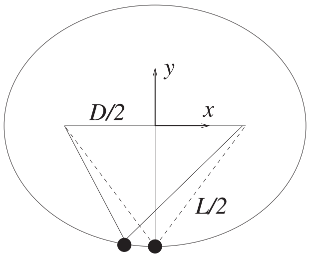
a) A fonál síkjára merőleges irányban kitérítve a gyöngyöt, az egy $l=\frac{1}{2}\sqrt{L^2-D^2}$ sugarú körív mentén mozog, függőleges irányban az emelkedése

$$l-\sqrt{l^2-x^2}\approx l-l\left(1-\frac{x^2}{2l^2}\right)=\frac{x^2}{2l},$$

a helyzeti energia változása tehát $\frac{1}{2}mgx^2/l$. Ezek szerint a „rugóállandó” $D=mg/l$, a periódusidő pedig

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{L^2-D^2}}{2g}}.$$

Kihasználtuk, hogy egy 1-hez közeli szám négyzetgyöke



3. ábra

$$\sqrt{1+\varepsilon}\approx\sqrt{1+\varepsilon+\frac{\varepsilon^2}{4}}=1+\frac{\varepsilon}{2}. \tag{1}$$

b) A fonál síkjában kitérítve a gyöngyöt az egy ellipszispályán mozog, melynek egyenlete (lásd a *3. ábrát*):

$$\frac{x^2}{(L/2)^2}+\frac{y^2}{(L/2)^2-(D/2)^2}=1,$$

azaz ismét az (1) közelítést alkalmazva:

$$y(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{(L^2-D^2)\left(1-\frac{4x^2}{L^2}\right)}\approx-\frac{1}{2}\sqrt{L^2-D^2}\left(1-\frac{2x^2}{L^2}\right).$$

Látható, hogy a gyöngyszem energiaváltozása

$$E=mg\,[y(x)-y(0)]\approx mg\frac{\sqrt{(L^2-D^2)}}{L^2}\cdot x^2,$$

a rugóállandó tehát

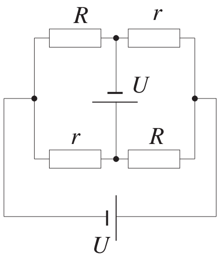
$$D=2mg\frac{\sqrt{(L^2-D^2)}}{L^2},$$

a rezgésidő pedig

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L^2}{2g\sqrt{L^2-D^2}}}.$$

Hegedűs Ákos (Pécs, Ciszterci Nagy Lajos Gimn., 12 .o.t.)

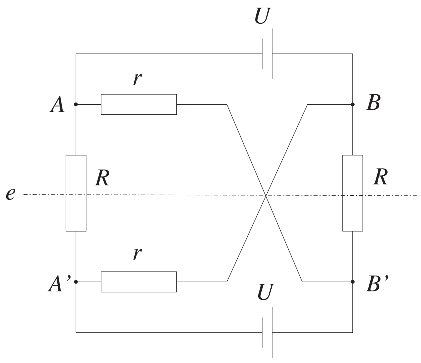
66 dolgozat érkezett. Helyes 21 megoldás, kicsit hiányos (4 pont) 9, hiányos (1–3 pont) 34, hibás 2 dolgozat.



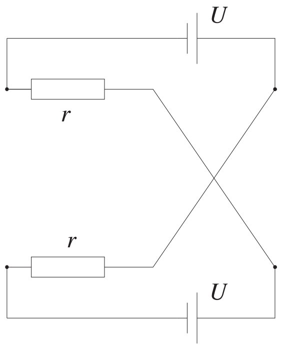
P. 3325. Két-két egyforma ellenállásból és két egyforma telepből az *ábrán* látható áramkört állítjuk össze. Mekkora áram folyik az r ellenállásokon? ($R=20\ \Omega$, $r=10\ \Omega$, $U=10$ V.)

(*4 pont*) *Károly Ireneusz verseny,* Pécs

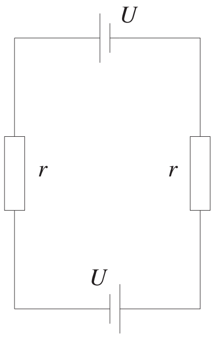
Megoldás. A megadott kapcsolás az *1. ábrán* látható módon is felrajzolható. Itt jól látható, hogy a kapcsolás szimmetrikus az e egyenesre való tükrözésre. A tükörszimmetrikus pontok – így



1. ábra



2. ábra



3. ábra

pl. az R ellenállások végpontjai, az A és A', illetve a B és B' pontok – ekvipotenciálisak. Ezek szerint az R ellenállásokat kivehetjük a kapcsolásból, hiszen úgysem folyik át rajtuk áram (*2. ábra*). Tovább alakítva (kifordítva) a hurkolt vezetéket (*3. ábra*) leolvashatjuk, hogy az áramkörben (tehát mindkét r ellenálláson)

$$I = \frac{2U}{2r} = \frac{U}{r} = 1\ \mathrm{A}$$

áram folyik.

Béky Bence (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 10. o.t.)

158 dolgozat érkezett. Helyes 97 megoldás, hiányos (1–3 pont) 25, hibás 6, nem versenyszerű 30(!) dolgozat.

P. 3363. *Legfeljebb hány fokra melegíthető fel napfény segítségével egy kicsiny, gömb alakú fekete test egy olyan vékony lencse felhasználásával, amelynek fókusztávolsága az átmérőjének kétszerese? Függ-e az eredmény a kicsiny gömb sugarától?*

(*5 pont*) *Olimpiai válogatóverseny,* Budapest

Megoldás. Legyen a Nap felszíni hőmérséklete $T_{\mathrm{Nap}} \approx 6000$ K, sugara R és a Nap-Föld távolság D, jelölje továbbá a lencse sugarát r, a fókusztávolságát pedig f. A Nap által kisugárzott teljes teljesítmény

$$4R^2\pi\sigma T_{\mathrm{Nap}}^4,$$

és ebből a lencsére jut $r^2\pi/4D^2\pi$ hányad, azaz a Nap képét

$$P = \left(\frac{R}{D}\right)^2 \pi\sigma T_{\mathrm{Nap}}^4 r^2$$

teljesítmény világítja meg. A Nap képének a sugara

$$s = \frac{R}{D} f,$$

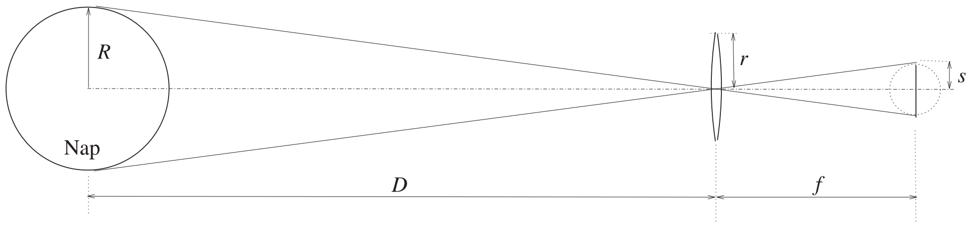
így

$$P = s^2\pi \left(\frac{r}{f}\right)^2 \sigma T_{\mathrm{Nap}}^4 \,.$$

A kép minden pontja azonos fényességű, és a kép egységnyi felületű darabjára

$$w = \left(\frac{r}{f}\right)^2 \sigma T_{\mathrm{Nap}}^4$$

teljesítmény érkezik.



A Nap képének kialakulása. A méretarányok erősen torzítottak

Egy ezzel a teljesítménnyel megvilágított tárgy addig a T hőmérsékletig melegszik, amíg a felvett teljesítmény és a test által kisugárzott $A\sigma T^4$ teljesítmény azonos nem lesz. Mivel ez utóbbi függ a test A felületétől, T függ a melegített test alakjától is. Ha pl. a test egy elhanyagolható vastagságú $\varrho \le s$ sugarú korong lenne, akkor a felvett teljesítmény $w\varrho^2\pi$, a leadott pedig $2\varrho^2\pi\sigma T^4$, így $T = (1/32)^{1/4} T_{\mathrm{Nap}}$.

Ha a test egy $\varrho = s$ sugarú gömb, a felvett teljesítmény éppen P, a leadott pedig $4s^2\pi\sigma T^4$, innen $T = (1/64)^{1/4} T_{\mathrm{Nap}} \approx 2100$ K ≈ 1800 °C.

Ha a gömb sugara kisebb, mint a Nap képének sugara ($\varrho < s$), akkor is ugyanennyire melegszik fel a gömb. Legyen pl. a gömb sugara 2-szer kisebb, mint a képé. Ekkor az időegységenként rá eső sugárzás energiája $\frac{1}{4}$-e, de mivel a gömb felszíne is negyede az s sugarú gömbének, ugyanakkora hőmérsékleten 4-szer kevesebb energiát sugároz ki.

Amennyiben a gömb sugara nagyobb, mint a Nap képének sugara, továbbá az anyaga elég jó hővezető, akkor a hőmérséklete kisebb lesz, mint a fentebb számított érték, hiszen a napfényből kapott energiát nagyobb felületen sugározza ki, mint a korábban számított esetben.

Több dolgozat alapján

Megjegyzések. 1. A kapott eredmény (az, hogy egy lencsével nem tudunk akármekkora hőmérsékletűre felmelegíteni egy piciny testet) elég meglepő. A Nap messze van ugyan tőlünk, de a mérete (látószöge) természetesen véges, emiatt a képe sem pontszerű, hanem egy kicsiny korong. Ennek a képnek a fényessége (egységnyi felületre jutó energiája) határozza meg a melegített test maximális hőmérsékletét. Ez a hőmérséklet nem lehet nagyobb, mint a Nap felszíni hőmérséklete. Ténylegesen $T < T_{\mathrm{Nap}}$, méghozzá az r/f hányadostól függő mértékben marad el a felmelegedő test hőmérséklete a Napétól. Emiatt az r/f hányados a lencse „fényerejére” jellemző mennyiség.

2. Az r/f arány elvben 1-nél nagyobb is lehet, sőt, $r \gg f$ is elképzelhető. A levezetett képlet alapján ilyenkor látszólag $T > T_{\text{Nap}}$ hőmérséklet is kialakulhatna, ez azonban ténylegesen nem igaz. A levezetés során hallgatólagosan kihasználtuk, hogy a leképezésben résztvevő sugarak az optikai tengelyhez közel haladnak. Ha ez nem teljesül (gondoljunk pl. egy nagy parabolatükörre), a számításokat elvégezve minden esetben $T < T_{\text{Nap}}$ hőmérsékletet kapunk. Bebizonyítható, hogy lineáris (a szuperpozició lehetőségét megengedő) optikai leképezőrendszerrel semmiképp nem lehetséges pusztán napenergiát használva a Nap felszíni hőmérsékletét túlszárnyalni. Ez az elvi korlát a hőtan második főtételével áll kapcsolatban.

3. Megfontolásaink során feltételeztük, hogy a Nap sugárzása akadálytalanul eljut a Föld felszínére. A valóságban a Föld légköre a sugárzás számottevő részét visszaveri, illetve elnyeli, ezen hatások figyelembe vétele még tovább csökkenti az elérhető hőmérsékletet.

4. Ha a kicsiny testet napenergiával, de nem (lineáris) optikai eszközökkel melegítjük, akkor a fenti elvi korlát érvényét veszti. Megtehetjük pl. azt, hogy napelemekkel nappal elektromos energiát nyerünk, azzal feltöltünk egy akkumulátort, majd az akkumulátort éjszaka egy elektromos ívkisülés létrehozására használjuk. Az ívkisülés nyilván nem „emlékszik” már annak a testnek (esetünkben a Napnak) a hőmérsékletére, amelyből a tárolt energia származott.

17 dolgozat érkezett. Helyes Borbély Sándor, Coc Károly, Nagy Ádám és Varjú Péter megoldása, kicsit hiányos (4 pont) Börzsönyi Ádám dolgozata. Hiányos (1–3 pont) 10, hibás 2 dolgozat.

Mérési feladatok megoldása

M. 217. Határozzuk meg egy kavics sűrűségét két egyforma mérőhenger, egy súlysorozat nélküli kétkarú mérleg és víz segítségével! Mekkora a mérés hibája? Végezzük el a mérést 2–3 másféle kődarabbal is!

(*6 pont*) *Frank János verseny,* Szeged

Megoldás. A feladat megoldását *Szilágyi Péter* (Debrecen, Kossuth L. Gyak. Gimn., 9. o.t.) dolgozata alapján ismertetjük.

1. A mérés elve. Egy test ϱ sűrűségét a test m tömegének és V térfogatának hányadosaként kapjuk meg: $\varrho = m/V$. A feladatban szereplő kavicsoknak tehát a tömegét és a térfogatát kellett megmérni. A kavics térfogatát mérőhengerrel, a kiszorított víz térfogatának megmérésével lehet meghatározni. A kavics tömegének mérését vele azonos tömegű víz térfogatának mérésére vezettem vissza. (A víz sűrűségét ismertnek vettem.)

2. A mérés leírása. A mérés során 5 különböző, a ház körül található kavics- és kődarab tömegét és térfogatát határoztam meg. Sorrendben:

I. Hagyományos, szabályos, sima, fényes felületű kavics.

II. Bramac cserépdarab.

III. Vörös tégladarab.

IV. Sárga tégladarab.

V. Tömör, szabálytalan alakú, durva felületű kődarab.

Először a kavicsok térfogatát mértem meg egy 100 cm^3-es mérőhenger és víz felhasználásával. A mérőhengert kb. 50 cm^3-ig megtöltöttem vízzel, majd a kavicsot (kődarabot) – vigyázva, hogy nehogy kifröccsenjen a víz – belehelyeztem a mérőhengerbe (természetesen úgy, hogy teljesen ellepje a víz). A vízszintemelkedés megadta a kavics (kődarab) térfogatát.

A kavicsok tömegének méréséhez 2 darab 100 cm^3-es mérőhengert és egy kétkarú mérleget használtam fel. Először gondosan vízszintesre állítottam a mérleget, majd a serpenyőkbe egy-egy üres mérőhengert tettem. Ezek nem voltak pontosan egyforma tömegűek, ezért a könnyebb oldalhoz egy szalvétára kristálycukrot adagoltam, így kiegyensúlyoztam a mérleget. Ezután az egyik serpenyőbe a megmérendő kavicsot tettem, a másikba pedig fokozatosan annyi vizet adagoltam, hogy a mérleg újra egyensúlyba kerüljön. Ekkor a kavics tömege megegyezett a felhasznált víz tömegével, melyet a leolvasott térfogatának és a víz sűrűségének ismeretében kiszámolhattunk.

3. Mérési adatok. Az öt különböző kő térfogatát és tömegét három mérési sorozatban mértem végig. Az alábbi táblázat ezeket az adatokat, valamint a belőlük számított sűrűséget tartalmazza. (A sűrűség átlagéretékét a később meghatározott mérési hiba alapján 2 jegyre kerekítettem.)

	tömeg [g]			**térfogat** [cm^3]			**sűrűség** [g/cm^3]			
kavics	1.	2.	3.	1.	2.	3.	1.	2.	3.	átlag
I.	15,5	15	16	6	6	7	2,58	2,50	2,29	2,5
II.	24	22	25	10	11	11	2,40	2,00	2,27	2,2
III.	12,5	13	13	9	9	8	1,39	1,44	1,63	1,5
IV.	10	10	11,5	6	7	6	1,67	1,43	1,92	1,7
V.	16,5	16	17,5	7	7	8	2,36	2,29	2,19	2,3

4. Mérési adatok értékelése. A kiválasztott kövek sűrűség szempontjából két csoportot alkotnak. A kétfajta (vörös és sárga) tégla sűrűsége 1,5–1,7 g/cm^3, a kavicsok és a Bramac cserépdarab sűrűsége pedig 2,2–2,5 g/cm^3 tartományba esik. A mesterséges kövek (tégla és Bramac cserép) közül a Bramac cserép sűrűsége áll a legközelebb a természetes kövekéhez, a téglák sűrűsége kisebb ezeknél. Ez utalhat az összetételben levő eltérésre és az előállítás körülményeire. A megvizsgált köveknek viszonylag kicsi lehet a fémtartalma, hiszen a magas fémtartalmú közetek (pl. a vas-szulfit) sűrűsége kb. 5–7 g/cm^3.

4. Mérés hibája. A mérés pontosságát két hibaforrás befolyásolja. Az egyik a mérőhengeren vízszintjének leolvasásakor fellépő leolvasási hiba, amely kb. 0,5 cm^3 nagyságú. Ez a mért értékek nagyságrendjének (6–11 cm^3) mintegy 4–8 %-a.

A másik hibaforrás a tömegmérés során lép fel. Problémát jelent a mérleg egyensúlyi helyzetének megállapítása, pl. akkor, amikor a serpenyők nincsenek teljesen nyugalomban. Azy tapasztaltam, hogy a víz térfogatának 0,5 cm^3-nél kisebb változtatása a mérleget nem billentette ki észrevehetően, ez a kavics tömegmérésének 3–5 %-os pontatlanságára utal. A sűrűség számított értékének hibája a fenti két relatív hiba összege, tehát kb. 10–12 %.

Megjegyzés. Az itt leírt mérési módszernél szisztematikus hibát okozhat az a tény, hogy a téglaszerű (porózus) anyagok számottevő mennyiségű vizet képesek magukba szívni.

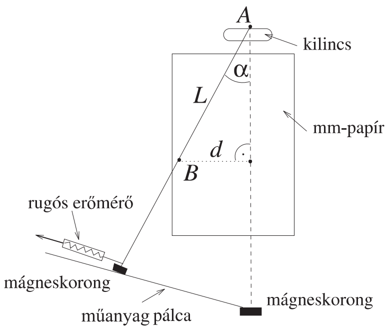
(G.P.)

98 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Bálint László, Bíró István, Coc Károly, Flender Gyöngyi, Kiss Imre, Madas Balázs Gergely, Szilágyi Péter és Vigh Máté megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) 22, hiányos (1–4 pont) 50, nem értékelhető (nem mértek, csak leírták, hogyan lehetne a mérést elvégezni) 17, nem versenyszerű (névtelen) 1 dolgozat.

M. 218. *Készítsünk mágneses ingát! Két mágneskorong egyikét rögzítsük az asztalon, a másikat függesszük fel felette úgy, hogy egyensúlyi helyzetben elég közel legyenek egymáshoz, vonzó helyzetben. Mérjük meg a kitérített ingára ható vonzóerőt a kitérítési szög függvényében!*

(*6 pont*) Közli: *Bakonyi Gábor,* Budapest

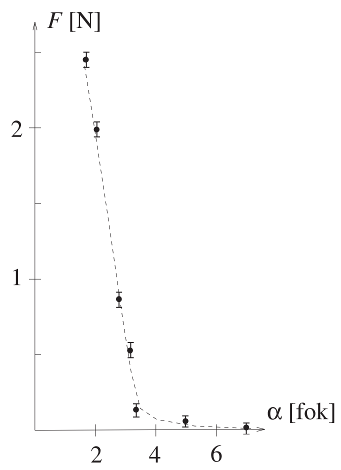
Megoldás. A legtöbben úgy végezték el a mérést, hogy az ingaszerűen felfüggesztett mágnest oldal irányú (vízszintes vagy ferde) erővel kitérítették, és meghatározták az erő nagysága és a kitérítés szöge közötti összefüggést. *Jurányi Zsófia* (Pécs, Leöwey K. Gimn., 12. o.t.) rugós erőmérőt használt (*1. ábra*), és ehhez kellően erős – kerékpárdinamóból kiszerelt – mágneseket választott. A mágneses vonzóerő rohamos csökkenése miatt csak nagyon kis szögtartományban tudott mérni. Igen nehezen sikerült beállítania az egyensúlyi helyzetet, mert a mágnesek könnyen „összerántották egymást”. A mágnesek között ható vonzóerőt az erőmérő által mutatott értékből és a felfüggesztett mágnes előzőleg megmért súlyából számította ki. Mérési adatait a *2. ábra* grafikonja mutatja. Látható, hogy az erő a kitérítés szögének (a mágnesek távolságának) növekedtével rohamosan csökken.



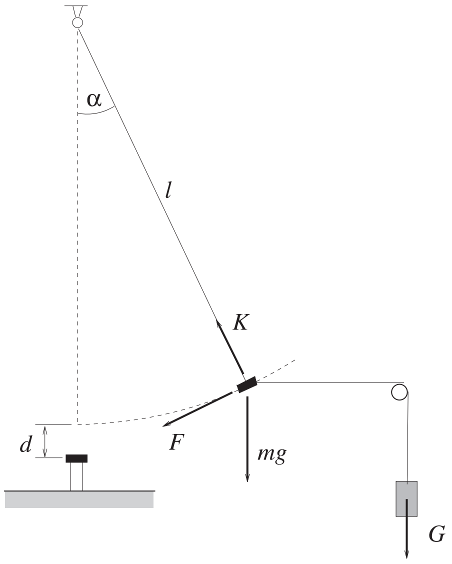
1. ábra

Nagy Ádám (Budapest, Szent István Gimn., 12. o.t.) csigán átvetett fonállal és egy súllyal vízszintes irányban húzta el a felfüggesztett mágnest (*3. ábra*). Csak kis kitéréseket hozott létre, így a LEGO-ból épített csigatartó torony magasságát nem kellett változtatnia. Az eltérítő erőt mindvégig vízszintesnek tekinthette, a mágnesek között ható erőt pedig a súlyokból számítással határozta meg. (A csigánál fellépő súrlódást nem vette figyelembe, ez szisztematikus hibát okozhatott.) Hasonló elrendezést alkalmazott *Bíró István* (Marosvásárhely, Bolyai F. Líceum 10. o.t.) is, de ő a szögmérés pontosságát egy „lézerceruza” segítségével próbálta javítani.

A sztatikus (egyensúlyi elrendezésen alapuló) mérések mellett más módszerrel is próbálkoztak a versenyzők. *Pethő Balázs* (Pécs, Babits M. Gyak. Gimn., 12. o.t.) kúpingát készített, tehát olyan mozgásba hozta a felfüggesztett mágnest, hogy annak fonala a függőlegessel közel állandó szöget zárjon be. Megmérte a kúpinga keringési idejét a kitérés szögének függvényében, majd (a mozgásegyenlet segítségével) kiszámította a két mágnes között ható erőt. A periódusidő pontosabb mérése végett a mozgó mágnest egy

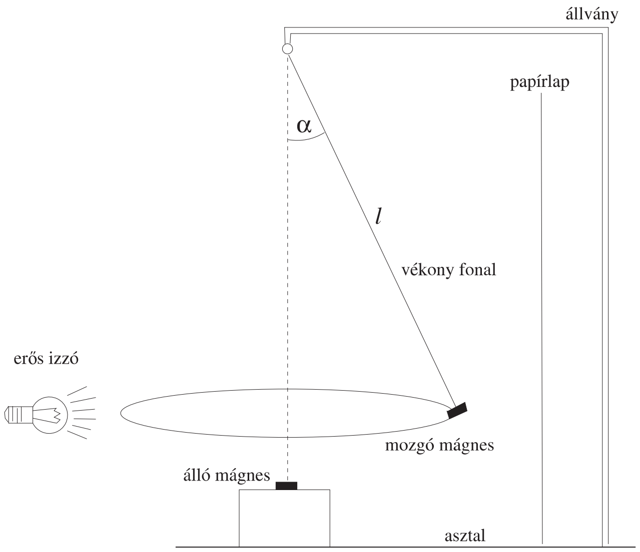


2. ábra



3. ábra

lámpával megvilágította, és az árnyékot egy papírlapon figyelte meg (*4. ábra*). Ez a mérési módszer sem volt problémamentes, mert a mozgó mágnes síkja billegett, és a pálya sem mindig „sikerült” kör alakúra.



4. ábra

Szatmári Emőke (Marosvásárhely, Bolyai F. Líceum 12. o.t.) felfigyelt arra, hogy két mágnes általában nem csupán erőt fejt ki egymásra, hanem forgatónyomatékot is. (Ennek olyan következménye is van, hogy a mágnesek közötti erő „nem centrális”, tehát általában nem esik egybe a mágnesek középét összekötő egyenessel!) A mágneseket egy-egy kifúrt és tengelyezett műanyagvonalzóhoz erősítette, az így készített „mérleget” rézdrót súlyokkal kiegyensúlyozva próbált következtetni a mágnesek közötti forgatónyomatékra és az erőkre.

A mérési feladat meglehetősen nehéz volt. A mágnesek beszerzése, felfüggesztése, a finom erőmérés megoldása, a mágnesek elfordulásának megakadályozása mindenkinek gondot okozott. Ez a mérés pontosságán is megmutatkozott, a hibát általában 20–30 százalékosra becsülték a versenyzők.

30 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Bíró István, Jurányi Zsófia és Nagy Ádám, kicsit hiányos (5 pont) Bárkai János, Coc Károly, Orosz Gergő, Pethő Balázs, Szatmári Emőke és Szilágyi Péter megoldása. Hiányos (1–4 pont) 20, nem értékelhető 1 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 221. Mérjük meg, hogy egy lengéscsillapítóval ellátott ajtót mekkora mechanikai munkával lehet teljesen kinyitni!

(*6 pont*) Közli: *Varga István,* Békéscsaba

P. 3394. Két autó indul el azonos időpontban, ugyanarról a helyről. Az egyik sebessége 60 km/h, a másik sebessége 80 km/h. Lehetséges-e, hogy az alábbi sebességgel távolodnak egymástól:

a) 140 km/h;

b) 20 km/h;

c) 100 km/h?

(*3 pont*) Közli: *Pécsi István,* Szolnok

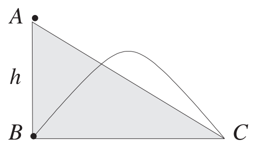
P. 3395. Egy acél repülőgép-anyahajó hossza a 0 °C-os Jeges-tengeren 600 m. Milyen hosszú lesz ugyanez a hajó a 20 °C-os Földközi-tengeren?

(*3 pont*) Közli: *Radnóti Katalin,* Budapest

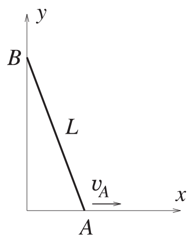
Hányszorosára változik a hajó vízbe merülő részének térfogata?

(*+ 2 pont*)

P. 3396. Az A és B pontokból egyszerre indítunk el egy-egy testet. Az A pontból induló test kezdősebesség nélkül lecsúszik a $h = 1$ m magas lejtőn, a B pontból indulót ferdén elhajítjuk. A két test egyszerre és ugyanakkora nagyságú sebességgel csapódik be a C pontban. Milyen hosszú a lejtő? (A közegellenállás és a súrlódás elhanyagolható.)



(*5 pont*) OKTV feladat nyomán



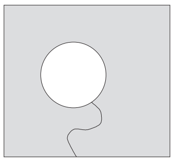
P. 3397. Az *ábrán* látható merev, $L=2$ m hosszú rúd A végpontja állandóan az x tengelyen, B végpontja pedig az y tengelyen mozog. Az A pont sebessége állandó: $v_A=1$ m/s, és $t=0$-kor a rúd függőleges.

Határozzuk meg a B pont sebességét, gyorsulását és a rúd szöggyorsulását az idő függvényében. Mekkorák ezek az értékek az alábbi időpillanatokban: $t_1=0{,}5$ s, $t_2=1{,}5$ s és $t_3=1{,}999$ s? (A feladat elemi úton is megoldható.)

(*5 pont*) Közli: *Holics László,* Budapest

P. 3398. Egy korong egyik esetben csak forgó mozgást végez függőleges tengelye körül, másik esetben csak haladó mozgást végez vízszintesen. A két mozgás energiája azonos. A korongot lapjával vízszintes asztalra helyezzük. Melyik esetben áll meg hamarabb? Hányszor hamarabb? (Feltételezhetjük, hogy a korong egyenletesen nyomja az asztalt.)

(*5 pont*) Közli: *Simon Péter,* Pécs

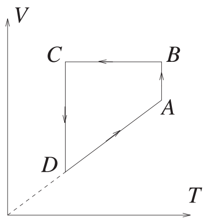


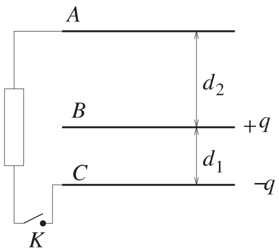
P. 3399. Az *ábrán* látható kerethez nyújthatatlan cérnából kötött hurkot erősítünk és a keretnél fogva szappanoldatba mártjuk. Ha a hurokban levő hártyát kiszúrjuk, a hurok körré feszül ki. Mekkora erő ébred a cérnában, ha a kör sugara 1 cm, az oldat felületi feszültsége 0,03 N/m?

(*4 pont*) Közli: *Sári Péter,* Budapest

P. 3400. Acetilén gázzal ($c_p/c_V=\varkappa=1{,}25$) az *ábra* szerinti $ABCDA$ körfolyamatot végezzük. Határozzuk meg, hogy a körfolyamat izochor szakaszában a gáz által a környezetnek leadott energia hányszorosa a körfolyamat izobár szakaszán végzett tágulási munkának?

(*4 pont*) Közli: *Légrádi Imre,* Sopron





P. 3401. Három azonos, T területű fémlap d_1 és d_2 távolságra helyezkedik el egymástól. Az A jelű fámlap töltetlen, a B és C fémlapok töltése $+q$ és $-q$. Egy adott pillanatban a K kapcsoló segítségével az A és C fémlapokat egy ismeretlen ellenállású fogyasztón keresztül összekapcsoljuk. Mekkora energiát ad le a fogyasztó a környezetének?

(*5 pont*) Közli: *Kotek László,* Pécs

P. 3402. Ugyanakkora erő hat-e két áramjárta vezető, illetve egy árammal átjárt vezető és egy vele párhuzamos elektronsugár között, ha a többi adat megegyezik?

(*4 pont*) Közli: *Kovács Gyula,* Gyömrő

P. 3403. Egy űreszközt szeretnénk a Földről a Marsra eljuttatni úgy, hogy a lehető legkevesebb energiát kelljen befektetnünk. A Földhöz képest mekkora sebességgel kell kilőnünk ezt az eszközt, és a kilövéskor mekkorának kell lennie a Föld–Nap–Mars szögnek? (A Föld és a Mars gravitációs vonzását az objektum pályájának módosításában ne vegyük figyelembe!)

(*6 pont*) Közli: *Nagy Ádám,* Budapest, Szent István Gimn.

A fizika feladatok megoldásai a következő címre küldendők:
Eötvös Loránd Fizikai Társulat, KöMaL feladatok
Budapest, Pf. 433. 1371
A beküldési határidő: **2001. február 11.**

Physics

M. 221. Measure how much mechanical energy it takes to completely open a door mounted with a damper.

P. 3394. Two cars start from the same place at the same time. Their respective speeds are 60 km/h and 80 km/h. Is it possible that they move away from each other at a speed of a) 140 km/h; b) 20 km/h; c) 100 km/h? **P. 3395.** The length of a steel aircraft-carrier is 600 m in the 0 °C Arctic Ocean. How long will this same ship be in the 20 °C Mediterranean Sea? How many times its original value will the immersed volume of the ship change to? **P. 3396.** A point-like body at the top of a smooth slope of height $h=1$ m, and another one thrown obliquely from point B start at the same time. They arrive at point C at the same time and speed. How long is the slope? **P. 3397.** The end point A of the rigid, $L=2$ m long rod shown in the figure moves along axis x all the time, while the end point B moves along axis y. The speed of point A is constant: $v_A=1$ m/s, and the rod is vertical at time $t=0$. Determine the speed and the acceleration of point B and the angular acceleration of the rod as a function of time. What are these values at the following moments: $t_1=0.5$ s, $t_2=1.5$ s and $t_3=1.999$ s? (The problem can be solved using elementary methods.) **P. 3398.** In one case, a disc only rotates about a vertical axis, while in another case it only travels horizontally. The energy of the two motions is identical. The disc is placed flatly onto a level table. In which case does it stop earlier? (Assume that the disc presses the table uniformly.) **P. 3399.** A loop made of non stretchable string is fastened to the frame shown in the figure and immersed into a solution of soap, holding the frame. When the film inside the loop is pierced, the loop stretches out into a circle. What force arises in the string if the radius of the circle is 1 cm and the surface tension of the solution is 0.03 N/m? **P. 3400.** Some acetylene gas ($c_p/c_V=\varkappa=1.25$) follows the cycle $ABCDA$ shown in the figure. Determine the proportion of the energy given out by the gas to its surroundings during the isochore section of the cycle to the expansion work done during the isobaric section of the cycle. **P. 3401.** Three identical metal plates of area T are at distances d_1 and d_2 from each other. Metal plate A is uncharged, while metal plates B and C have respective charges $+q$ and $-q$. Metal plates A and C are connected by switch K through a consumer of unknown resistance. What energy does the consumer give out to its surroundings? **P. 3402.** Does the same force act between two conductors with current flowing through them, and a conductor with current flowing through it and an electron beam parallel to it if the other data are identical? **P. 3403.** We would like to send some space device from the Earth to Mars using the least possible amount of energy. At what speed should the device be launched with respect to the Earth, and what should the Earth–Sun–Mars angle be at the launching? (Ignore the modifying effect of the gravitational attraction between the Earth and Mars on the trajectory of the object.)

KöMaL – 2001/1 FIZ0101 cianmagentayellowblack2002. június 18. – 20:46 (22. lap)