A 30. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatainak megoldása[1]

Kísérleti forduló

Torziós inga

a) Az összetett rendszer tömegközéppontja a forgástengelytől

$$R(x)=\frac{M_1R_1+M_2(x-l/2)}{M_1+M_2}$$

távolságra van.

b) Az ingatestet tömegközéppontjának a végétől számított $R(x)$ távolságát vízszintes helyzetben mérhetjük meg. Az alkalmas helyen alátámasztott (kiegysúlyozott) ingánál különböző x_i értékek $R(x_i)$ könnyen mérhető. A mérési adatokat milliméterpapíron ábrázolva, majd azokra egyenest illesztve leolvashatjuk az $R(x)\approx ax+b$ összefüggésnek meg felelő $a=M_2/(M_1+M_2)$ arányt, majd (a megadott M_1+M_2 ismeretében) ebből a tömegeket külön-külön is kiszámíthatjuk. Az így mért M_1 és M_2 mérési pontosságára az illesztett egyenes a meredekségének bizonytalanságából következtethetünk.

c) Az inga teljes tehetetlenségi nyomatéka az x paraméter függvényében:

$$I(x)=I_1+I_2(x)=M_2x^2-M_2lx+\left(I_1+\frac{M_2}{3}l^2\right).$$

d) A függőleges forgástengelyű inga mozgásegyenlete:

$$I(x)\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\varkappa(\theta-\theta_0).$$

A vízszintes tengelyű elrendezésnél a fenti mozgásegyenlet jobb oldalát a súlyerő forgatónyomatékának megfelelő taggal kell kiegészítenünk:

$$I(x)\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\varkappa(\theta-\theta_0)+(M_1+M_2)\,g\cdot R(x)\sin\theta.$$

e) és **f)** Az egyensúlyt jellemző θ_e szöget az inga felső végpontjának helyzetét megadó koordinátákból számíthatjuk ki. Ezek a koordináták a rendelkezésre álló háromszögvonalzó és az asztalra terített milliméterpapír segítségével jól mérhetők. Egyensúlyban fennáll a

$$-\varkappa(\theta-\theta_0)+(M_1+M_2)\,g\cdot R(x)\sin\theta=0$$

összefüggés. Különböző x_i értékek mellett mérve $\vartheta_{e,i}$ egyensúlyi szögkitérést és a mérési adatokból kiszámítva az

$$y_i=(M_1+M_2)\,g\cdot R(x_i)\sin\theta_{e,i}$$

mennyiségét, y_i és $\theta_{e,i}$ között lineáris kapcsolatot várhatunk:

$$y_i=\varkappa\theta_{e,i}-\varkappa\theta_0.$$

[1] A feladatok szövegét az októberi számunkban közöltük.

A mérési adatokra illesztett egyenes meredekségéből $\varkappa$ (és annak mérési hibája is) leolvasható.

g) A függőleges tengelyű inga lengésideje és a tehetetlenségi nyomatéka között fennáll az

$$I(x)=\frac{\varkappa T^2(x)}{4\pi^2}$$

összefüggés (lásd a megfelelő mozgásegyenletet és annak ismert megoldását). Ez az összefüggés (felhasználva $I(x)$ korábban kiszámított alakját) így is felírható:

$$\frac{\varkappa}{4\pi^2}T^2(x)-M_2x^2=-M_2lx+\left(I_1+\frac{M_2}{3}l^2\right).$$

A fenti egyenlet bal oldalán mérhető, illetve ismert mennyiségek állnak. Ezek mért értékeit x függvényében ábrázolva az illesztett egyenes meredekségéből és tengelymetszetéből a keresett l és I_1 meghatározható.

h) A vízszintes tengelyű (a függőlegeshez közeli egyensúlyi helyzetű) inga torziós lengéseinek $T(x)$ periódusidejét különböző x értékek mellett stopperral mérhetjük. A lengésidő x függvényében egyetlen (viszonylag éles) maximummal rendelkező görbével szemléltethető.

Elméleti forduló

1. feladat. *Sugárzás elnyelődése gázban.*

a) A tartályban levő gáz nyomása a folyamat során nem változik:

$$p=p_0+\frac{mg}{r^2\pi}=102{,}3\ \text{kPa}.$$

A gáztörvény szerint $pV=nRT$, ahonnan az állandó nyomáson táguló gázra

$$\Delta T=\frac{p\Delta V}{nR}=\frac{1{,}02\cdot 10^5\cdot 0{,}05^2\pi\cdot 0{,}03}{0{,}1\cdot 8{,}31}=28{,}9\ \text{K}.$$

A gáz tehát 48,9 °C-ra melegszik fel.

b) A $p=p_0+(mg/(r^2\pi)$ nyomású gáz, miközben a besugárzás hatására az üveglap Δs távolságnyit elmozdul, $W=p\Delta V=p_0\Delta V+mg\Delta s=24$ J munkát végez. Ebből a munkából 0,24 J az üveglap helyzeti energiájának növelésére, 23,8 J pedig ahhoz szükséges, hogy a dugattyú a légkört egy kicsit „megemelje”.

c) A folyamat során elnyelt sugárzási energia (hő):

$$Q=nC_V\Delta T+W=60{,}1\ \text{J}+24{,}0\ \text{J}=84{,}1\ \text{J}.$$

d) A lézer sugárzási teljesítménye (vagyis a gáz által elnyelt teljesítmény) $P=Q/\Delta t=8{,}4$ W.

A gáz által időegységenként elnyelt fotonok száma

$$\frac{P}{hf}=2{,}2\cdot 10^{19}\ \text{s}^{-1}.$$

e) Az elnyelt fényenergia

$$\eta=\frac{mg\Delta s}{Q}=0{,}0028$$

része, vagyis mindössze 0,3 %-a alakul át az üveglap mechanikai helyzeti energiájává.

f) A tartály elforgatásakor a gáz nyomása is és a hőmérséklete is megváltozik. A nyomás a külső légnyomással fog megegyezni, vagyis 102,3 kPa-ról 101,3 kPa-ra csökken. A folyamat során nem közlünk hőt a gázzal, a tágulás tehát adiabatikus, melyre fennáll a $pV^{\varkappa} =$ állandó összefüggés, ahol

$$\varkappa = \frac{C_p}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V} \approx 1{,}4.$$

Ebből és az általános gáztörvényből adódik, hogy a gáz hőmérséklete az elfordítás után

$$T_1 = 322\ \mathrm{K} \cdot \left(\frac{101{,}3}{102{,}3}\right)^{0{,}29} \approx 321\ \mathrm{K},$$

tehát mindössze 1 fokkal hűl le.

2. feladat. *V-alakú áramvezető mágneses tere.*

a) A mágneses indukcióvektor (a Biot–Savart-törvény alapján) a P pontban a papír síkjára merőlegesen, felfelé mutat.

b) A megadott formula $\alpha = \pi/2$ esetben (egyenes vezetőre) is igaz. Ekkor viszont az Ampére-törvény értelmében

$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = k \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{4},$$

ahonnan a keresett arányossági tényezőre

$$k = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}.$$

c) A P^* pontban (P-nek a csúcspontra vonatkoztatott tükörképében) a mágneses indukció a papír síkjára merőlegesen lefelé mutat. A nagyságát többféle gondolatmenettel is meg tudjuk határozni.

Érvelhetünk úgy, hogy ha α helyébe $(\pi - \alpha)$-t írunk, vagyis a V-alakú vezetéket „kifordítjuk”, akkor a P pont a vezetékhez képest éppen olyan helyzetbe kerül, mint amilyenben a P^* pont volt az eredeti vezetékhez képest. Eszerint

$$|\mathbf{B}(P^*)| = k \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) = k \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}.$$

Másfajta megfontolással, a végtelen egyenes vezető mágneses terének ismeretét felhasználva is eljuthatunk a fenti eredményhez. Egészítsük ki gondolatban a V-alakú vezetéket egy másik, ugyanakkora árammal átjárt V-alakkal úgy, hogy két egymást metsző végtelen egyenes vezetőt kapjunk. A kérdéses P^* pont mindkét vezetőtől $d \sin\alpha$ távolságra van. A két vezeték mágneses terét szuperponálhatjuk, és kihasználhatjuk, hogy a végtelen egyenes vezető mágneses terét ismerjük:

$$|\mathbf{B}(P^*)| + |\mathbf{B}(P)| = 2 \cdot \frac{\mu_0 i}{2\pi d\ \sin\alpha},$$

ahonnan

$$|\mathbf{B}(P^*)| = k \cdot \left(\frac{2}{\sin\alpha} - \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right) = k \cdot \operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}.$$

d) Ha egy μ mágneses dipólmomentumú, csapágyazott tengelyű mágnest B indukciójú mágneses térben az egyensúlyi helyzetéből kicsiny φ szöggel kitérítünk, a mágnesre

$$M(\varphi) = -\mu \cdot B \cdot \sin\varphi \approx -\mu \cdot B \cdot \varphi$$

forgatónyomaték hat. Innen (a rezgőmozgás ismert képleteivel összevetve) leolvasható, hogy a torziós lengések periódusideje

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\mu B}} \propto \frac{1}{\sqrt{B}}.$$

e) A két elméletnek a torziós lengések periódusidejére vonatkozó jóslatának aránya:

$$\frac{T_{\text{Ampère}}}{T_{\text{Biot-Savart}}} = \sqrt{\frac{B_{\text{Biot-Savart}}}{B_{\text{Ampère}}}} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi \operatorname{tg}(\alpha/2)}}.$$

Ez az arány $\alpha \to \pi/2$ szögeknél (vagyis az egyenes vezető határeseténél) 1-hez tart. A másik határesetben, nagyon kicsiny α szögeknél (nagyon „hegyes" V-alaknál) $\sqrt{4/\pi} = 1{,}13$, tehát itt sem tér el nagyon a két elmélet jóslata. A mérhetőség feltétele az, hogy a két jóslat legalább 10 százalékkal eltérjen egymástól, vagyis

$$\sqrt{\frac{2\alpha}{\pi \operatorname{tg}(\alpha/2)}} > 1{,}1$$

teljesüljön. Ezt az egyenlőtlenséget közelítőleg (pl. próbálgatással) egy zsebszámológép segítségével könnyen meg lehet oldani, s a kérdéses szögtartományra $\alpha < 0{,}77\ \text{rad} = 44^\circ$ adódik.

3. feladat. *Űrszonda a Jupiter gravitációs terében.*

a) A Jupiter keringési sebessége a Nap körül a

$$\frac{V^2}{R} = \frac{GM_S}{R^2}$$

mozgásegyenletből számítható:

$$V = \sqrt{\frac{GM_S}{R}} \approx 1{,}306 \cdot 10^4\ \text{m/s}.$$

(A feladat szövegében megadott adatok között szerepelt a Jupiter pályasugara és keringési ideje. Ebből a két számból is kiszámítható a kérdéses — egyenletes körmozgásnak megfelelő — sebesség.)

b) A Nap és a Jupiter gravitációs vonzóerejének nagysága akkor egyenlő, ha fennáll

$$\frac{GMm}{x^2} = \frac{GM_S m}{(R-x)^2},$$

ahol x a Jupitertől mért távolság, M pedig a Jupiter tömege. Innen

$$x=\frac{\sqrt{M}}{\sqrt{M_S}+\sqrt{M}}R=0{,}02997\,R=2{,}333\cdot 10^{10}\ \mathrm{m}.$$

c) A Naphoz rögzített vonatkoztatási rendszerből (ahol a szonda sebessége: $v_x=0$; $v_y=v_0$) egyszerű Galilei-transzformációval térhetünk át a Jupiter V sebességgel mozgó vonatkoztatási rendszerébe. Itt

$$v_x=V, \qquad v_y=v_0,$$

ahonnan

$$v=\sqrt{V^2+v_0^2}=1{,}65\cdot 10^4\ \mathrm{m/s} \qquad \text{és} \qquad \varphi=\operatorname{arctg}\frac{v_0}{V}=0{,}653\mathrm{rad}=37{,}4^\circ.$$

d) A Jupiter vonatkoztatási rendszerében (a Jupitertől elegendően távol, de nem „végtelen messze”) a szonda teljes E mechanikai energiája jó közelítéssel a mozgási energiájával egyenlő:

$$E\approx\frac{1}{2}mv'^2=112\ \mathrm{GJ}.$$

e) Az űrszonda pályájának polárkoordinátákkal kifejezett egyenlete a Jupiter vonatkoztatási rendszerében:

$$\frac{1}{r}=\frac{GM}{v'^2b^2}\left(1+\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}\cos\theta\right).$$

(b az hiperbola alakú pályagörbe aszimptotáinak távolsága a vonzócentrumtól, az ún. impakt paraméter.) Mivel az r vezérsugár nem lehet negatív szám, a mozgás során csak olyan θ polárszögek fordulhatnak elő, melyekre

$$\cos\theta\geqslant-\frac{1}{\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}}.$$

Az egyenlőség akkor áll fenn, ha

$$\theta=\theta_\pm=\pm\left(\pi-\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}}\right).$$

Az eltérülés szöge (lásd a feladat múlt hónapban közölt szövegénél a *9. ábrát*)

$$\Delta\theta=\left(\theta_+-\theta_-\right)-\pi=\pi-2\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\frac{2Ev'^2b^2}{G^2M^2m}}}=\pi-2\arccos\frac{1}{\sqrt{1+\frac{v'^4b^2}{G^2M^2}}}.$$

f) A szonda akkor kerül a legközelebb a Jupiterhez, amikor $\theta=0$. A legkisebb távolság a bolygótól (a pályagörbe egyenlete szerint):

$$r_{\min}=\frac{v'^2b^2}{GM}\left(1+\sqrt{1+\frac{v'^4b^2}{G^2M^2}}\right)^{-1},$$

ahonnan a kérdéses legkisebb impakt paraméter

$$b = \sqrt{r_{\min}^2 + \frac{2GM}{v'^2} r_{\min}}.$$

Ugyanez az eredmény közvetlenül is megkapható az energia- és a perdületmegmaradás törvényéből, ha azokat a szonda legtávolabbi és a legközelebbi helyzeteire alkalmazzuk.)

Feltevéseink szerint a szonda nem kerülhet közelebb a Jupiter középpontjához, mint a bolygó sugarának háromszorosa. A fenti összefüggések szerint ennek az a feltétele, hogy

$$b \geqslant b_{\min} = \sqrt{9R_B^2 + \frac{6GM}{v'^2} R_B} \approx 7{,}0\, R_B = 4{,}9 \cdot 10^8 \mathrm{m},$$

és az ennek megfelelő (legnagyobb) eltérülési szög:

$$\Delta\theta_{\max} = 1{,}256 \text{ rad} = 87{,}4^\circ.$$

g) A Jupiter vonatkoztatási rendszerében a szonda sebessége az eltérítés után is v', iránya pedig $\theta_0 + \Delta\theta$ sz]get z'r be az x tengellyel. A Nap vonatkoztatási rendszerébe egy újabb Galilei-transzformációval térhetünk vissza:

$$v_x'' = v' \cos(\theta_0 + \Delta\theta) - V,$$

$$v_y'' = v' \sin(\theta_0 + \Delta\theta).$$

Innen – algebrai átalakítások után – megkaphatjuk a szonda sebességének nagyságát a Nap koordináta-rendszerében:

$$v'' = \sqrt{v_x''^2 + v_y''^2} = \sqrt{v_0(v_0 + 2V \sin\Delta\theta) + 2V^2(1 - \cos\Delta\theta)}.$$

h) A legnagyobb megengedett értékű szögeltérülésnél a szonda végsebessége: $v'' = 2{,}62 \cdot 10^4$ m/s.

Gnädig Péter

Szilárd Leó Nukleáris Tanulmányi Verseny

Második alkalommal rendezték meg idén tavasszal a nukleáris láncreakció és az atomreaktor feltalálójáról, a 101 éve született Szilárd Leóról elnevezett országos nukleáris versenyt. A kétfordulós verseny selejtezője februárban az iskolákban zajlott. A tanárok a 9–10. osztályosoknál a 40 % fölötti, a 11–12. osztályosoknál pedig az 50 % fölötti eredményt elérők dolgozatait küldték tovább. Ízelítőül egy feladat az első forduló 10 problémája közül:

> *Ha az atommagban sok a proton, ettől $p \to n$ átalakulással szabadul meg. Ez történhet elektron-befogással vagy pozitron-kibocsátással. Vajon elektron-befogó vagy pozitron-kibocsátó izotóp van-e több?*

A döntőben, melyet májusban Pakson rendeztek meg, 10 elméleti és egy kísérleti feladat mellett számítógépes szimulációban atomreaktort is irányítottak a versenyzők. (Hogyan lehet minél kevesebb vészleállással minél több villamos energiát termelni?) A döntő egyik elméleti feladata:

> *Egy neutroncsillag tömege körülbelül akkora, mint a Napé:* $2 \cdot 10^{30}$ kg. *Sűrűsége kb akkora, mint a néhézatommagoké. Mekkora a sugara? Mekkora felszínén a nehézségi gyorsulás?*

Az 1999. évi verseny eredménye

12. osztályos tanulók: I. díj: *Tóth Bálint* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.); II. díj: *Mihajlik Gábor* (Vác, Boronkay Gy. Szki.), II. díj: *Terpai Tamás* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.); III. díj: *Németh Róbert* (Kecskemét, Bolyai J. Gimn.), *Szanyó Albert* (Pécs, Babits M. Gyak. Gimn.).

11. osztályos tanulók: IV. díj: *Cziegler István* (Budapest, Lauder Gimn.), *Dzsudzsák Gergely* (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn.).

10. osztályos tanulók: junior 1. díj: *Novák Zoltán* (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn.), *Börzsönyi Ádám* (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Gimn.), *Kocsis Zoltán* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn.); junior 2. díj: *Bálint Péter* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn.); junior 3. díj: *Bogatin György* (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn.), *Csendes Áron* (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn.).

Azonos pontszámot elért versenyzők azonos díjfokozatot kaptak. *Mihajlik Gábor* szép mérésért, *Pszota Anikó* (Vác, Madách I. Gimn.) az elméleti feladatok szép megoldásáért *Czeller Miklós* (Paks, Energetikai Szki.) pedig mint a legjobb Tolna megyei versenyző részesült különdíjban. A versenyt az Eötvös Loránd Fizikai Társulat és annak Tolna megyei csoportja szervezte, elsősorban *Csajági Sándor* (Paksi Szilárd Leó Alapítvány), *Marx György* (ELTE) és *Sükösd Csaba* (BME) közreműködésével, valamint az Oktatásügyi Minisztérium és a Paksi Atomerőmű anyagi támogatásával.

Versenyfelhívás

Az országos Szilárd Leó Nukleáris Tanulmányi Versenyt 2000 tavaszán is megrendezi az Eötvös Loránd Fizikai Társulat és annak Tolna megyei csoportja. Jelentkezni az iskolán keresztül lehet. Kérjük az iskolákat, hogy az indulók várható számát – korcsoportok szerint megadva – *január 1-ig* jelentsék be (Eötvös Loránd Fizikai Társulat, 1027 Bp., Fő u. 68.). Az iskolai válogató versenyt március elején, a paksi döntőt áprilisban rendezik meg. Részletesebb információk: a `www.eszi.hu` honlapról kiindulva.

Az 1998–99-es tanév fizika pontversenyének összesített eredménye

	FGY és FF verseny		Mérési verseny		Összesen	
	benevezett	értékelt	benevezett	értékelt	benevezett	értékelt
1–8. oszt.:	65	32	7	2	65	32
9. osztályosok:	317	177	38	15	318	179
10. osztályosok:	342	204	39	30	348	213
11. osztályosok:	342	144	30	21	350	157
12. osztályosok:	139	71	13	10	141	75
összesen:	1205	628	127	78	1222	656

Az alábbiakban azokat az iskolákat soroljuk fel, amelyeknek volt az 1999/7. számban közölt végeredményben felsorolt diákja. Az iskolanév után álló számpár(ok) a gyakorlatok és a feladatok versenyében, illetve a mérési versenyben (m) ezen tanulók számát és az általuk szerzett összpontszámot jelzik. A számok után az előbbi tanulók szaktanárainak neve olvasható (ha az a nevezési lapon szabályosan szerepelt); az esetleges névelírásokért szíves elnézést kérünk.

Aszód: *Petőfi Sándor Gimnázium és Szakközépiskola* (1,29), Gémesi Zoltán; **Baja:** *III. Béla Gimn.* (2,110), (m:1,6), Lakner Attila, Sasfalvi Ildikó, Szkladányi András; **Balassagyarmat:** *Balassi Bálint Gimnázium* (1,26), Hégely György; **Balatonfüred:** *Lóczy Lajos Gimnázium és Idegenforgalmi Szakközépiskola* (2,214), (m:1,41), Laszip Ferenc, Láng Róbert; **Barcs:** *Dráva Völgye Középiskola* (3,488), Horváth Ferenc; **Bátonyterenye:** *Váci Mihály Gimnázium* (1,71), Szórád Bernadett; **Békéscsaba:** *Evangélikus Gimn.* (2,88), (m:2,16), Tóth Szilvia; *Széchenyi István Közgazdasági és Külkereskedelmi Szakközépiskola* (1,21), Szabó János; **Bonyhád:** *Petőfi Sándor Evangélikus Gimn.* (13,908), Erdélyesi János, Hortobágyi János, Kovács Balázsné, Wiandt Péter; **Budaörs:** *Illyés Gyula Gimnázium* (4,324), (m:1,15), Árendás Péter, Faragó Zsuzsanna, Péter László; **Budapest:** *Ady Endre Gimnázium* (4,134), Magyar Tamás; *Árpád Gimn.* (4,132), (m:1,4), Vankó Péter; *Berzsenyi Dániel Gimnázium* (2,152), Istók Katalin; *Kispesti Deák Ferenc Gimn.* (1,15), Fencz Györgyné; *Deutsche Schule* (1,153); *Egressy Gábor Ipari Szakközépiskola* (2,86), Füredi András; *ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium* (28,1843), (m:1,5), Czirók Ede, Flórik György, Holics László, Kiss László, Kotek Gábor, Zsigri Ferenc; *ELTE Radnóti Miklós Gyakorló Iskola* (7,397), (m:1,31), Gulyás János, Honyek Gyula, Markovits Tibor, Rácz Mihály, Szalóki Dezső; *ELTE Trefort Ágoston Gyakorló Iskola* (2,230), (m:1,50), Szörényi Zoltán; *Eötvös József Gimnázium* (4,364), Varga Balázs; *Fasori Evangélikus Gimn.* (1,142), Mecseki Attila; *Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium* (30,2803), (m:5,126), Dvorák Cecília, Horváth Gábor, Szabó Szabolcs, Takács Lajos, Tóth László; *Hunfalvy János Közgazdasági Szakközépiskola* (1,81), (m:1,4), Angyal

Mária; *Jedlik Ányos Gimn.* (m:1,3), Elekné Becz Beatrix, Krassói Kornélia; *Kempelen Farkas Kísérleti Gimn.* (1,30), Németh Mihály; *Lauder Javne Gimnázium* (1,49), Tóth Eszter; *Móricz Zsigmond Gimnázium* (3,219), (m:1,7), Bihary Zsolt, Horányi Gábor, Részeg Anna; *Németh László Gimn.* (1,94), Kiss Margit; *Pesti Barnabás Gimnázium és Élelmiszeripari Szakközépiskola* (1,107); *Petőfi Sándor Ált. Isk., Gimn. és Szki.* (1,117), (m:1,9), Sári Györgyi; *Piarista Gimn.* (3,154), Nyeste Pál, Urbán János; *Szent István Gimn.* (11,717), Györgyné Maklári Zsuzsanna, Moór Ágnes; *Táncsics Mihály Gimnázium* (1,125), Holicsné Csejk Gabriella; *Veres Pálné Gimn.* (2,111), (m:1,4), Horváth Pálné; *Veres Péter Gimn.* (7,500), Erdősi Katalin, Székely György, Varga Mária; **Csorna:** *Hunyadi János Gimnáziunm és Pedagógiai Szakközépiskola* (1,28), (m:1,20), Kovács Ilona; **Csurgó:** *Nagyváthy János Középisk.* (4,361), Kiss Balázs; **Debrecen:** *Fazekas Mihály Gimnázium* (5,477), (m:1,8), Adorján László, Kiszely Ildikó, Lakatos Tibor, Türk Zsuzsanna; *Gábor Dénes Elektronikai Műszaki Középiskola* (22,969), (m:1,3), Gyebnárné Nagy Andrea, Hotzi Tibor, Kopcsa József; *KLTE Gyak. Gimn.* (13,1055), Egri Sándor, Dudics Pál, Szegedi Ervin, Szegediné Nagy Judit; *Tóth Árpád Gimn.* (2,265), (m:1,27), Kovács Miklós; **Dombóvár:** *Illyés Gyula Gimnázium* (1,103), Börzsönyi Péter; **Dunaújváros:** *Bánki Donát Gimn. és Szki.* (1,21), Zloch Istvánné; *Széchenyi István Gimnázium* (12,589), (m:2,14), Kispál István, Kobzos Ferenc; **Eger:** *Dobó István Gimnázium* (7,479), Fazekasné Vincze Henrietta, Homolya Lajos, Hóbor Sándor, Pecsenye Pál; *Lenkey János Általános Iskola* (2,63), (m:1,3), Szombathy Miklós; *Pásztorvölgyi Általános Isk. és Gimn.* (1,32), Hevesi Zoltán; *Sancta Maria Leánygimnázium* (2,107), Palotás László; *Szilágyi Erzsébet Gimnázium* (1,21), Flaskay Miklós; **Esztergom:** *Bottyán János Gimnázium és Műszaki Középiskola* (3,137), Erős Márton, Vachaja József; *Szakmunkásképző és Szakközépiskola* (m:1,7), Mihalovics Sándor; **Érd:** *Vörösmarty Mihály Gimnázium* (1,26), (m:2,9), Varga László. **Fonyód:** *Mátyás Király Gimn. Szki.* (6,289), Bödör Márta, Hecz Gáborné; **Győr:** *Czuczor Gergely Bencés Gimn.* (9,521), Csonka László, Szalóky Albert, Tóth Konstantin; *Kazinczy Ferenc Gimnázium* (1,54), Poócza József; *Krúdy Gyula Gimn. és Vendéglátóipari Szki.* (2,50), Várhegyi László; *Révai Miklós Gimn.* (3,123), (m:1,3), Csatóné Zsámbéky Ildikó, Somogyi Sándor; **Gyöngyös:** *Berze Nagy János Gimn.* (3,128), Komenczi Bertalanné; **Gödöllő:** *Premontrei Szt. Norbert Gimnázium* (1,129), Benedek Antalné; **Hajdúszoboszló:** *Hőgyes Endre Gimn.* (2,193), (m:2,64), Oláh Józsefné; **Hatvan:** *Bajza József Gimnázium* (1,30), (m:1,10), Budai Csilla; **Heves:** *Eötvös József Gimnázium* (22,1367), Tófalusi Péter; **Hódmezővásárhely:** *Bethlen Gábor Református Gimnázium* (12,951), (m:2,7), Berecz János, Lakatos-Tóth István, Nagy Tibor; **Jászapáti:** *Mészáros Lőrinc Gimn.* (1,190), László Péterné; **Jászberény:** *Lehel Vezér Gimn.* (3,96), Oltvölgyi Béla, Varga Ferenc; *Liska József Erősáramú Szakközépiskola és Gimnázium* (1,115), Máthé Barabássy Judit; **Jászárokszállás:** *Deák Ferenc Gimnázium és Közgazdasági Szakközépiskola* (1,20), Móráné László Kornélia; **Kalocsa:** *Szent István Gimn.* (8,372), Musza Katalin, Szőke Imre; **Kaposvár:** *Eötvös Loránd Műszaki Középiskola és Gimnázium* (1,39), Demeter László; *Munkácsy Mihály Gimnázium* (1,181), (m:1,24), Balogh Árpád, Gelencsér Jenő; *Nagyboldogasszony Római Katolikus Gimnázium* (1,24), Fodor Péter; *Táncsics Mihály Gimnázium* (5,307), Drankovics József, Gál József, Terlaky Edit; **Kazincbarcika:** *Ságvári Endre Gimnázium* (1,61), (m:2,20), Pántyáné Kurdel Márta, Petróczi Gábor; **Kecskemét:** *Bányai Júlia Gimn.* (4,235), Bakk János, Borsos Ferenc; *Katona József Gimnázium* (4,160), (m:2,7), Sáró Péter, Sáróné J. Szabó Irén; *Kecskeméti Református Kollégium Gimnáziuma* (3,220), Sikó Dezső; **Keszthely:** *Vajda János Gimnázium* (6,263), Farkas László; **Kiskunhalas:** *Bibó István Gimnázium* (4,134), (m:1,39), Pestality Antal; **Kiskőrös:** *Petőfi Sándor Gimnázium* (5,235), Suhajda

János; **Kőszeg:** *Jurisich Miklós Kísérleti Gimn.* (1,46), (m:1,4), Mátrai István, Molnár Tibor; **Mezőkovácsháza:** *Hunyadi János Gimnázium* (1,39), (m:1,16), Sallai István; **Mezőkövesd:** *Szent László Gimnázium és Szakközépiskola* (16,723), Fehérvári Dénes, Rácz György, Rácz Györgyné; **Miskolc:** *Földes Ferenc Gimn.* (5,411), (m:2,18), Kovács Benedek, Zámborszky Ferenc, Zsúdel László; **Monor:** *József Attila Gimnázium* (6,222), (m:6,77), Megyeri István, Zsoldosné Várfoki Györgyi; **Nagykanizsa:** *Batthyány Lajos Gimnázium* (4,277), (m:1,4), Bertók Éva, Dénes Sándor, Dénes Sándorné; **Nagykőrös:** *Arany János Gimnázium* (1,32), Péntek Imre; **Nagykálló:** *Korányi Frigyes Gimn.* (1,35); **Nyergesújfalu:** *Irinyi János Gimnázium és Műszaki Szakközépiskola* (2,52), Pászty Györgyné; **Paks:** *Energetikai Szakképzési Intézet* (2,48), Csajági Sándor; *Vak Bottyán János Gimnázium* (6,459), Damjanovitsné Eke Violetta, Müller János; **Pannonhalma:** *Bencés Gimn.* (1,50), Rábai László; **Putnok:** *Serényi Béla Gimnázium és Mezőgazdasági Szakközépiskola* (2,103), Bucsi Barnabásné, Szilágyi Istvánné; **Pécs:** *Apáczai Csere János Nevelési Központ Gimnázium* (1,147), Pintér László; *Árpád Fejedelem Gimn. és Ált. Isk.* (1,143), (m:1,37), Györpál Elemérné; *Ciszterci rend Nagy Lajos Gimnáziuma* (8,614), (m:1,53), Jéhn János, Orovica Márkné; *Janus Pannonius Gimnázium* (1,18), Keresztesné Borsos Sarolta, Sáráné Dombi Anna; *JPTE 2. sz. Gyak. Ált. Isk.* (2,88), Sebestyén Zoltánné; *JPTE Babits Mihály Gyak. Gimn. és Szki.* (8,590), Koncz Károly, Vörös József; *Leöwey Klára Gimn.* (13,848), (m:2,8), Kádár Gézáné, Simon Péter; *Magyar-német Nyelvű Iskolaközpont* (1,78), Hock Annamária; *Széchenyi István Gimn. és Szki.* (9,758), Györkő Zoltánné, Juhászné Bányai Zsuzsa, Pesti Lívia; *Testvérvárosok Terei Ált. Isk.* (2,83), Sebestyén Zoltán; *Zipernowsky Károly Ipari Szki.* (5,265), Kardos Lajos, Kiss Jenő; **Pápa:** *Pápai Református Kollégium Gimnáziuma* (3,184), (m:1,8), Somosi István; **Salgótarján:** *Bolyai János Gimnázium* (1,36), Molnár Györgyné; *Kodály Zoltán Általános Iskola* (1,37), Kriston Aranka; *Stromfeld Aurél Gépip. és Építőipari Szakközépiskola* (1,24), Plenczner György; **Siklós:** *Táncsics Mihály Gimnázium* (1,51), Uracsné Beck Etelka; **Sopron:** *Széchenyi István Gimnázium* (4,375), Lang Ágota; **Szeged:** *Radnóti Miklós Kísérleti Gimn. és Ált. Isk.* (8,797), (m:1,5), Dudás Zoltánné, Mező Tamás; *JATE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium* (2,137), (m:1,4), Csiszár Imre, Kovács László; **Szekszárd:** *Dienes Valéria Ált. Isk.* (1,85), Marton Aladárné; *Garay János Gimn.* (35,2724), Bayer József, Jurisits József, Pesti Gyula; **Szentendre:** *Ferences Gimn.* (2,27), Adolf Géza; *II. Rákóczi Ferenc Általános Iskola és Gimnázium* (2,190), (m:1,3), Gyimesi Éva; *Móricz Zsigmond Gimnázium* (1,49), Maknics Gábor; **Szolnok:** *Tiszaparti Gimnázium és Humán Szakközépiskola* (14,504), Bodnár István, Szegényné Megyes Ibolya; *Varga Katalin Gimn.* (11,473), Botka Lajosné, Nagy Tibor; *Verseghy Ferenc Gimn.* (21,772), (m:1,4), Lapu Béla, Pécsi István, Pécsiné Röhri Zsuzsa, Sebestyén István, Szécsiné Festő Hegedűs Margit; **Szombathely:** *Kanizsai Dorottya Gimn.* (3,225), (m:2,11), Módos Tibor; *Premontrei Szt. Norbert Gimn.* (2,120), (m:4,40), Bödör Judit, Valaska Ferdinánd; **Székesfehérvár:** *Teleki Blanka Gimn.* (2,68), Ponácz Ferenc, Vecsernyés Géza; **Sümeg:** *Kisfaludy Sándor Ált. Isk. és Gimn.* (1,41), (m:1,46), Nagy Miklós; **Tata:** *Eötvös József Gimn.* (3,164), Magyar Csabáné, Maknics Gyula; **Tiszaföldvár:** *Hajnóczy József Gimnáziun és humán Szakközépiskola* (1,58), Mónus Zoltán; **Tiszaújváros:** *Eötvös József Gimn. és Ipari Szki.* (3,210), Magyari Árpád, Osváth Zsuzsanna; **Túrkeve:** *Ványai Ambrus Gimn.* (1,43), (m:1,3), Kórizsné Árvai Katalin; **Veszprém:** *Lovassy László Gimn.* (4,338), Kaposvári József, Király László, Varga Vince; **Zalaegerszeg:** *Kölcsey Ferenc Gimnázium* (6,368), (m:2,8), Dormán Tibor, Horváthné Szabó Anna, Kocsis István, Rádulyné Horváth Katalin; *Zrínyi Miklós Gimnázium* (22,1172), Orbán Edit, Pálovics Róbert, Vadvári Tibor;

Ausztria, **Linz:** *Akademisches Gymnasium* (1,33), Gerhard Reisinger; Románia, **Kolozsvár:** *Apáczai Csere János Elméleti Líceum* (1,46), (m:1,4), Vörös Alpár; **Kézdivásárhely:** *Nagy Mózes Líceum* (2,86), (m:2,25), Bartha Zsolt; **Marosvásárhely:** *Bolyai Farkas Líceum* (6,453), (m:2,92), Bíró Tibor, László József, Máthé Márta; **Sepsiszentgyörgy:** *Mikes Kelemen Líceum* (3,235), Ravasz József; *Székely Mikó Kollégium* (1,59), Bodor Mária; **Temesvár:** *Bartók Béla Líceum* (3,202), (m:1,13), Benedek István; Szlovákia, **Dunaszerdahely:** *Magyar Tannyelvű Gimnázium* (8,319), Karácsony Magdolna; **Révkomárom:** *Selye János Gimn.* (7,616), Hevesi Anikó, Szabó Endre; USA, Kalifornia, **Clayton:** (1,157); Ukrajna, **Beregszász:** *Bethlen Gábor Gimnázium* (2,322), (m:1,42), Győrffy István.

CSILLAGÁSZAT

Rovatvezető: Horányi Gábor

Szupernóva-nyomok a tengerek fenekén?

Egy közeli szupernóva-robbanás komoly katasztrófát okozhat, sőt, akár teljesen letörölheti az életet a Föld színéről. Ilyen váratlan csapás ellen aligha tud még védekezni az emberiség, ezért is indokolt a kérdés: érték-e ilyen hatások bolygónkat a múltban, és ha igen, milyen gyakran? Günter Korschinek és munkatársai a Müncheni Műszaki Egyetemen olyan mérési eljárást dolgoztak ki, amellyel kimutathatók a szupernóva-robbanás nyomai a Földön. A szupernóvák ugyanis nemcsak rombolnak, hanem egyúttal a Világegyetem legtermékenyebb „építőmesterei" is. Az anyag sűrűsége és forrósága eléri bennük azt a mértéket, amikor az atommagok már a legnehezebb elemekké – például ólommá vagy arannyá – is fuzionálhatnak. Ezek az elemek kizárólag szupernóva-robbanásokban jöhetnek létre, míg például a szilícium vagy a vas a csillag energiatermelését biztosító magfúzióban is keletkezik. A robbanás aztán a csillagban keletkező elemeket szétszórja a Világegyetemben.

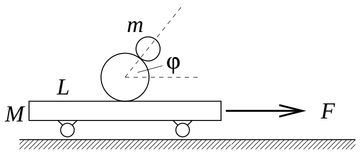
A szupernóvákban jön létre a vas egyik ritka izotópja, a vas-60 is, amelynek felezési ideje 1,5 millió év. Ez elég hosszú idő ahhoz, hogy egy nem túl régi és nem túl távoli robbanást azonosítani lehessen a földi sziklákban található vas-60 izotóp segítségével. Korschinek és munkatársai ennek nyomait keresték egy a Csendes-óceán déli részéről származó mélytengeri, vasban gazdag ferromangán kőzetben. A kéreg, miközben folyamatosan magába gyűjti a tengervízben oldott fémeket, nagyon lassan vastagodik: ez 1 millió év alatt nagyjából néhány millimétert tesz ki. A kutatók egy olyan mintát vizsgáltak, amely 1 kilométeres mélységből származott. A vas-60 nyomait három rétegben keresték, amelyeknek először a korát határozták meg (a legidősebb 613 millió éves volt), majd tömegspektrométeres izotópválogatás után megmérték a vas-60 részarányát ebben a rétegben más vas izotópokhoz képest. Ezután kiszámolták a légkör kripton-atomjaival ütköző kozmikus sugárzás által létrehozott vas-60 izotópok mennyiségét. A mérések átlagosan is legalább tízszer annyi vas-60-at mutattak ki a mintában, mint amennyit ez a háttérsugárzás megmagyaráz. A minta középső rétegében – amely 3,76 millió éves – az izotóp koncentrációja különösen magas volt. Ebből arra következtettek, hogy ebben az időszakban nagy mennyiségű vas-60 érkezett a Föld légkörébe. Ez a mennyiség az elmélet szerint csak egy 100–180 fényévre végbement szupernóva-robbanásból származhatott. A kutatók úgy vélik, hasonló nyomok más kőzetekben is kimutathatók, és így feltérképezhető a Földünkre részecskéket juttató szupernóva-robbanások története.

A marskutatás híreiből

Az év végén, december 3-án érkezik a Mars Polar Lander űrszonda a Marshoz, amely a vörös bolygó déli pólusának közelében száll le. A jelenleg is térképező Mars Global Surveyor fényképei és lézeres magasságmérései alapján a NASA pontosította a leszállóegység landolási területét: déli szélesség 76. fok, nyugati hosszúság 195. fok. A kb. 200×20 km-es célzóna a „marsrajzi” déli pólustól nem egészen 800 km-re fekszik. A leszállóhely kiválasztása nagy körültekintést igényelt. Sík, egyenletes helyet választottak, melynek megtalálása a Mars Global Surveyor fantasztikusan részletes felvételei nélkül nem lett volna lehetséges. A Mars Polar Lander fő tudományos feladata, hogy az egykor folyékony marsi vízkészlet nyomait és történetét kutassa. A leszállás során a légkörbe való belépés előtt 5 perccel két penetrátor („behatoló”) válik le az anyaszondáról, amelyek nagy sebességgel becsapódva a marsi talajba fúródnak, hogy elemezzék annak szerkezetét és összetételét. A pólus-környéki rétegzett jeges üledékek vizsgálatával a bolygó éghajlati múltjába nyerhetünk bepillantást. A decemberi érkezés marsi viszonylatban azt jelenti, hogy a déli féltekén ekkor kezdődik a nyári évszak. Az energiaellátást szolgáló napelemek így egész nap működhetnek a küldetés során. A fedélzeten több érdekes műszer is található, többek között egy mikrofon, amelynek segítségével az emberiség először hallhatja majd egy másik bolygó hangjait. Itt van az a CD is, amelyre fel lehetett iratkozni, ha valaki el akarta küldeni a nevét a Marsra. A szonda fedélzetén elhelyezett kamera segítségével valószínűleg teljesen más kép tárul majd elénk, mint amit a Viking- és Nyomkereső-felvételeken megszokhattunk – a sziklákkal borított vöröses sivatag helyett egy sima felszínű, poros, jeges terület.

Csaba György Gábor

Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása



FF. 3147. *Egy mutatvány alkalmával L hosszúságú, M tömegű, könnyen gördülő kocsi közepére egy r és egy $R=2r$ sugarú gömböt helyeztek egymásra úgy, hogy a nagyobbik került alulra, és a középpontjaikat összekötő egyenes a vízszintessel φ szöget zárt be. Ezután a kocsit vízszintes irányú erővel úgy húzták, hogy közben a φ szög nem változott. A gömbök azonos anyagból készültek és tömörek. A kisebbik gömb tömege m.*

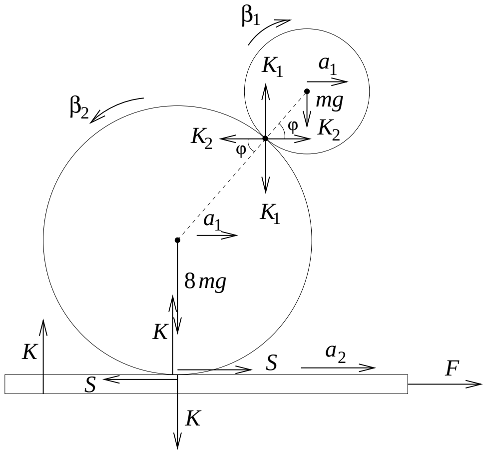
a) Mekkora erőt fejtett ki a mutatványos?

b) Mennyi idő múlva estek le a gömbök a kocsiról?

(A gömbök egymáson és a kocsin nem csúsztak meg. Adatok: $m=1$ kg, $M=6$ kg, $L=2$ m, $\varphi=60^\circ$.)

Közli: *Holics László,* Budapest

Megoldás. Legyen a kisebbik gömb szöggyorsulása β_1, a nagyobbiké β_2, a közös (vízszintes irányú) gyorsulásuk a_1, a kocsi gyorsulása pedig a_2.



A gömbök csúszásmentesen gördülnek, emiatt fennáll, hogy

$$R\beta_2 = a_2 - a_1 \qquad \text{és} \qquad R\beta_2 = r\beta_1,$$

azaz $R = 2r$ miatt

$$\beta_1 = 2\beta_2 = \frac{a_2 - a_1}{r}.$$

A kisebb gömb tehetetlenségi nyomatéka $\frac{2}{5}mr^2$, a vele azonos sűrűségű nagyobbé pedig $\frac{2}{5} \cdot 8m \cdot (2r)^2 = \frac{64}{5}mr^2$. Az *ábrán* látható jelölésekkel a következő mozgásegyenleteket írhatjuk fel:

$$F - S = Ma_2,$$

$$8mg + K_1 - K = 0, \qquad S - K_2 = 8ma_1,$$

$$mg - K_1 = 0, \qquad ma_1 = K_2,$$

$$K_1 r\cos\varphi - K_2 r\sin\varphi = \frac{2}{5}mr^2\beta_1, \qquad 2rS + 2rK_2 r\sin\varphi - 2rK_1 r\cos\varphi = \frac{64}{5}mr^2\beta_2.$$

Ezekből az egyenletekből a mutatványos által kifejtett erőre

$$F = \left(9m + \frac{7}{2}M\right)\frac{\cos\varphi}{1 + \sin\varphi}g \approx 79\ \text{N},$$

adódik, a kocsi és a nagyobb gömb relatív gyorsulása pedig

$$\Delta a = a_2 - a_1 = \frac{5}{2}\frac{\cos\varphi}{1 + \sin\varphi}g.$$

Mivel az egyenletesen gyorsuló testek kezdősebessége nulla, az $L/2$ út megtételéhez szükséges idő

$$t = \sqrt{\frac{L}{\Delta a}} = 0{,}55\ \text{s}.$$

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. 11. o.t.)

Megjegyzés. Érdekes, hogy a kis gömb akár $\varphi = 0$ szögnek megfelelő „vízszintes helyzetben” is megmaradhat; véges nagyságú *vízszintes* F erővel megakadályozhatjuk, hogy függőleges irányban elmozduljon. Ilyenkor a két gömb között ható súrlódási erő tart egyensúlyt a kis gömbre ható gravitációs erővel. Sőt, még az is elképzelhető, hogy $\varphi < 0$ szög mellett, tehát a kisebbik gömb „lefelé álló” helyzetében (!) is bemutatható a mutatvány, ha a testek közötti súrlódási együttható elegendően nagy.

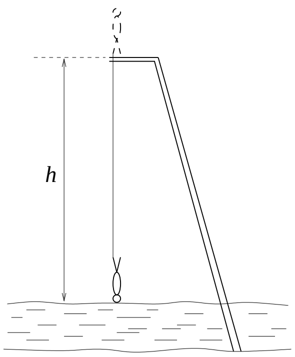
G.P.

45 dolgozat érkezett. Helyes 15 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 4, hiányos (1–3 pont) 21, hibás 5 dolgozat.

FF. 3169. *A Balatonon egy* $h=25$ m *magas toronyból végrehajtott „halálugrás” során a* $h_0=2$ m *magas személy lábára a toronyhoz rögzített rugalmas kötél másik végét kötik. A személy függőleges helyzetében kezdősebesség nélkül zuhanni kezd. A kötél hosszát és rugalmasságát úgy választották meg, hogy a leérkező személy sebessége akkor csökkenjen nullára, amikor a feje éppen eléri a víz felszínét. Az ugrás befejezésekor úgy függ a rugalmas kötélen, hogy a feje* 8 m *magasan van a víz felett.*

a) Határozzuk meg a nyújtatlan kötél hosszát!

b) Mekkora volt az ugrás során a legnagyobb sebesség és a legnagyobb gyorsulás?



Közli: *Kotek László,* Pécs

Megoldás. *a)* Jelöljük a rugalmas kötél direkciós erejét D-vel, hosszát (nyújtatlan állapotban) l_0-lal. A kötél hossza a legnagyobb megnyúláskor $l_1=h-h_0=23$ m, egyensúlyi helyzetben pedig $l_2=23\text{ m}-8\text{ m}=15$ m.

Az elugrás pillanatában és a legmélyebb helyzetben az ugrást végző személy mozgási energiája nulla. Az energiamegmaradás törvénye szerint (a kötél tömegét elhanyagolva)

$$mgh=\frac{1}{2}D(l_1-l_0)^2. \tag{1}$$

Másrészt felhasználhatjuk, hogy az egyensúlyi helyzetben

$$mg=D(l_2-l_0). \tag{2}$$

A két egyenletet elosztva egymással l_0-ra másodfokú egyenletet kapunk:

$$l_0^2+2(h-l_1)l_0+(l_1^2-2hl_2)=l_0^2+4l_0-221=0,$$

amelynek pozitív megoldása: $l_0=13$ m.

b) Amikor a zuhanó test sebessége maximális, akkor a gyorsulása nulla; ilyenkor a rá ható erők eredője nulla kell legyen. Ez a későbbi egyensúlyi helyzetnek megfelelő $l=l_2$ kötélhossznál következik be. Fejezzük ki D-t (2)-ből és használjuk ki az energiamegmaradás tételét:

$$\frac{m}{2}v^2+\frac{D}{2}(l_2-l_0)^2=mg(h-l_2),$$

$$D=\frac{mg}{l_2-l_0}.$$

Ezekből a maximális sebességre $v\approx 18\text{ m/s}\approx 65\text{ km/h}$ adódik.

A „halálugrást” végrehajtó személy eleinte állandó (lefelé irányuló) g gyorsulással esik, majd amikor a kötél fokozatosan megfeszül, a gyorsulása egyre csökken, előjelet vált és egyre nagyobb, függőlegesen felfelé irányuló vektor lesz. A gyorsulás a pálya legmélyebb pontjában lesz a legnagyobb. Tekintettel arra, hogy a kötél legnagyobb megnyúlása (10 méter) éppen 5-szöröse az egyensúlyi helyzethez tartozó 2 méteres megnyúlásnak, a legnagyobb kötélerő az mg nehézségi erő 5-szörösével egyezik meg. Eszerint az ugróra ható legnagyobb eredő erő $4mg$, a legnagyobb gyorsulása tehát $4g$.

Kóbor János (Miskolc, Földes F. Gimn. 9. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A megoldás során többször felhasználtuk a mechanikai energiamegmaradás törvényét, vagyis feltételeztük, hogy az ugrás során a disszipatív folyamatok hatása (pl. a légellenállás és a kötél belső súrlódása) nem számottevő. Ez az első zuhanásnál (nem túl jó közelítésként) még elfogadható, de több lengésre már biztosan nem igaz, hiszen ha így lenne, akkor a mozgás sohasem csillapodna le.

2. Feltettük, hogy az ugró személy tömegközéppontja a testének kb. a közepénél, tehát 1 m magasan van. Hallgatólagosan azt is feltételeztük, hogy az ugrás végrehajtója a zuhanás legelején fordul a „feje tetejére”, de ezt viszonylag lassan teszi, s így a továbbiakban a forgásával nem kell foglalkoznunk.

101 dolgozat érkezett. Helyes 43 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 27, hiányos (1–3 pont) 25, hibás 6 dolgozat.

FGy. 3214. *Egy falióra nagymutatójának hossza* 24 cm. *Milyen hosszú a kismutató, ha a hegye 18-szor lassabban mozog, mint a nagymutatóé?*

(3 pont) *„Keresd a megoldást!” verseny,* Szeged

Megoldás. Az óramutató hegyének v sebessége (sebességének nagysága) a mutató l hosszának és ω szögsebességének szorzata, $v=l\omega$. A kismutató szögsebessége 12-szer kisebb, mint a nagymutatóé, ezért hossza 1,5-szer kell kisebb legyen, mint a nagymutató hossza, így lesz sebessége 18-adrésze a nagymutató sebességének. A kismutató hossza tehát 16 cm.

Szabó Bálint (Budapest, Radnóti M. Gyak. Isk., 10. o.t.)

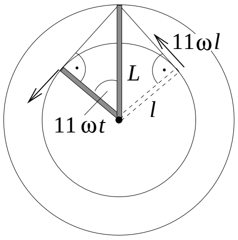
376 dolgozat érkezett. Helyes 357, hiányos (1–2 pont) 19 dolgozat.

FF. 3221. *Éjfél után leghamarabb mikor változik az* **FGy. 3214.** *gyakorlatban szereplő falióra mutatóinak végpontjai közötti távolság a leggyorsabban, és mikor a leglassabban?*

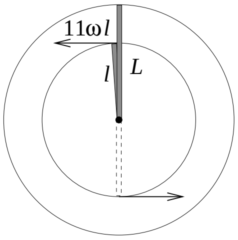
(5 pont) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Megoldás. A nagymutatóval együtt mozgó rendszerben a nagymutató áll, a kismutató „az óramutató járásával ellentétes irányban” forog $11\cdot\omega$ szögsebességgel, ahol $\omega=2\pi/(12$ óra). Ebben a rendszerben a mutatók végpontjainak távolodási (közeledési) sebessége akkor a legnagyobb, ha a kismutató végpontjának sebességvektora a két végpontot összekötő egyenesre esik, vagyis utóbbi a kismutató végpontja által leírt kör érintője (*1. ábra*). A két végpont közötti távolság akkor változik a leglassabban, amikor éppen nem változik, azaz a kismutató végpontjának sebessége merőleges a végpontokat összekötő egyenesre (*2. ábra*).

Az 1. ábráról leolvasható, hogy $\cos(11\cdot\omega t)=l/L=2/3$, a mutatók hosszainak hányadosa (lásd az **FGy. 3214.** feladat megoldását). Innen $t=525{,}7$ s $=8{,}76$ min, ekkor nő leggyorsabban a távolság (éjfél után leghamarabb). A másik megfelelő geometriai



1. ábra



1. ábra

helyzetben a távolság a leggyorsabban csökken, erre $\cos(2\pi - 11 \cdot \omega t) = 2/3$, amiből $t = 56{,}69$ min.

A 2. ábráról leolvasható, hogy leglassabb a változás pont éjfélkor, illetve éjfél után abban a t időpontban, amelyre $11 \cdot \omega t = \pi$, azaz $t = 1963{,}6\ \mathrm{s} = 32{,}73$ min.

Gáspár Merse Előd (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. A feladat szélsőértékszámítással is megoldható. A mutatók végpontjai távolságának idő szerinti differenciálhányadosa a változás sebessége, ennek minimumát és maximumát kell megkeresni.

83 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott Szilágyi Tamás. Helyes 32, hiányos (1–3 pont) 37, hibás 6, nem versenyszerű 2 dolgozat.

A mérési feladatok megoldása

203. *Mérjük meg minél pontosabban a mokkacukor, a kristálycukor, a porcukor és a szaloncukor sűrűségét! Hogyan befolyásolja a sűrűséget a nedvességtartalom?*

(6 pont) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Megoldás. A sűrűség mérése tömeg- és térfogatmérésre vezethető vissza. A tömeget (ki-ki lehetősége szerint) konyhai mérleggel, patikai mérleggel vagy nagyon pontos, digitális kijelzésű laboratóriumi mérleggel mérték a versenyzők. A térfogatot mérőhengerrel, vagy a szaloncukor esetében vízkiszorításos módszerrel lehetett meghatározni. A mokkacukor térfogatát a legegyszerűbb meghatározni, hiszen a dobozának méretét vonalzóval meg lehetett mérni. A por- és a kristálycukor térfogatába értelemszerűen beleszámítjuk a cukorkristályok között levő levegő térfogatát is. (Néhányan nem így értették a feladatot, s megpróbálták az egyes cukorkristálykák sűrűségét mérni.)

A mérési eredmények nagy „szórást” mutattak. A dolgozatokból az egyértelműen kiderült, hogy számottevő eltérés van az egyes cukorfajták sűrűsége között. (Még az azonos típusú, de különböző gyárakból származó cukrok adatai is eltértek egymástól.) Az is kiderült, hogy a nedvességtartalom számottevően befolyásolja a sűrűséget, de a változás számszerű adataiban már nem volt egyetértés a versenyzők között.

32 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Hegedűs Ákos, Kóspál Ágnes, Pénzes Andrea és Tamás Levente. Kicsit hiányos (5 pont) 8, hiányos (1–4 pont) 18, nem értékelhető 2 mérési jegyzőkönyv.

204. *Szárazra törölt és bedugaszolt fürdőkádban a kád oldaláról elindított golyók mozgását tanulmányozzuk. Az ide-oda mozgó golyók a kád fenekének lejtése miatt a dugó felé sodródnak. Hogyan függ a fürdőkád fenekének lejtési irányába mutató átlagos sodródási sebesség (ún. drift-sebesség) az indítás h magasságától? Kísérletezzünk különböző anyagi minőségű és méretű golyókkal, labdákkal (pl. acélgolyó, üveggolyó, pingpong-labda stb.), és ugyanazon h magasság esetén is változtassuk az indítás helyét!*

(6 pont) Közli: *Varga István,* Békéscsaba

Megoldás. A mérés során elég sok véletlenszerű hatás éri a golyót, emiatt „pontosan ugyanolyan" kezdőfeltételekkel indítva is azt a legurulási idők számottevően eltérhetnek egymástól. Ilyen körülmények között jó sokszor megismételt méréssel és a statisztikus átlagolással csökkenthetjük az egyes gurítások esetlegességeiből származó hibát.

Katona Gergely (Budapest, Trefort Ágoston Gyakorlóiskola 12. o.t.) először számítógép-egér golyójával végezte a méréseit. Ceruzával megjelölt különböző magasságokat a kád oldalán, onnan indítva a golyót stopperrel mérte a lefolyó (ugyancsak ceruzával bejelölt) vonalához érkezés idejét. Megfigyelte, hogy indításkor gondosan kell ügyelni arra, hogy a golyó ne kapjon „gellert" (ne kezdjen el a haladási iránya körül pörögni). Mérési eredményei szerint a drift-sebesség gyakorlatilag nem függ az indítás magasságától, viszont függ az indítás helyének a lefolyó vonalától mért távolságtól. Azt tapasztalta, hogy a sodródási sebesség időben nagyjából egyenletesen változik, átlaggyorsulása 5,5 $\mathrm{cm/s^2}$. Végzett még méréseket pingponglabdával, acélgolyócskával, kicsi és nagy gumilabdával. Azt észlelte, hogy az átlagos sodródási sebesség nem függ észrevehetően a labda anyagától, minőségétől, lényegében ugyanakkora volt az egészen kicsiny, csúszós csapágygolyónál, a könnyű, gömghéjszerű pingponglabdánál és a nehéz, tömör, jól tapadó egér-golyónál.

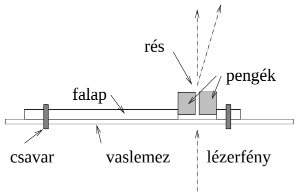
28 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott 10 megoldás. Kicsit hiányos (4–5 pont) 11, hiányos (1–3 pont) 7 mérési jegyzőkönyv.

205. *Mérjük meg a fa hőtágulási együtthatóját szálirányban és a szálra merőleges irányban!*

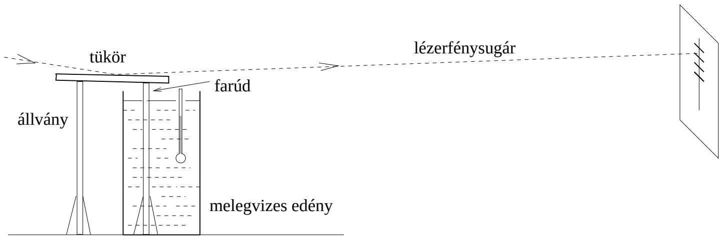
(6 pont) Közli: *Tichy Géza,* Budapest

Megoldás. A mérésnél hőmérsékleteket és távolságokat kell meghatároznunk. Az előbbi viszonylag könnyebb, a kicsiny távolságnövekedés mérése azonban nehéz feladat. A hőtágulás során bekövetkező hosszváltozás arányos a hőmérsékletváltozással és a test eredeti hosszával. A hosszváltozás általában igen kicsiny, tehát vagy nagyon pontosan kell mérnünk, vagy valamilyen módszerrel meg kell növelnünk a mért effektust. Természetes gondolat, hogy jó hosszú test hosszváltozását mérjük, vagy nagyon megváltoztatjuk a test hőmérsékletét. *Gáspár Merse Előd* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. 12. o.t.) egy balatoni vitorlás árbocrúdjának hosszát mérte kora reggel, déli hőségben és késő este. Ugyancsak megmérte egy nagyobb faszobor talapzatának kerületét, s annak változásából a szálirányra merőleges hőtágulási együtthatóra következtetett. Ezeknél a méréseknél nem szabad megfeledkezni arról, hogy a mérőeszköz (pl. a mérőszalag) hossza is megváltozik a hőmérsékletváltozás hatására; ez azonban ismert hőtágulású fémeknél kiszámítható és a mérés kiértékelésénél figyelembe vehető.

Kóspál Ágnes (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. 12. o.t.) a precíziós mérési módszert választotta. Vaslapra két deszkadarabot csavarozott, egy nagyobbat az egyik szélénél rögzítve és egy kisebbet. A deszkák szabad végébe egy-egy zsilettpengét rögzített, és a pengéket úgy állította be, hogy közöttük egy nagyon vékony rés maradjon csupán. Ennek a résnek a méretét, a méretének megváltozását mérte fényinterferencia módszerével. A résre ismert hullámhosszúságú lézerfényt bocsátott, és mérte az elhajlási rendek helyeit, melyekből a rés távolságára tudott következtetni. A mérést megismételte különböző hőmérsékletű szobában, kályha tetejére helyezve az eszközt, továbbá szabadban is. Az alaplap (vaslemez) hőtágulását táblázatbeli adatok felhasználásával kiszámította és a mérési adatokból levonta. Sok mérés kiértékelése után azt találta, hogy szálirányra merőlegesen a fa hőtágulási együtthatója $(44 \pm 13) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$, szálirányban pedig $(-6 \pm 4) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$. Szálirányban tehát a fa „hőtágulása” negatív, a felmelegített fa összehúzódik! Szálirányra merőlegesen a fa hőtágulása viszonylag nagy, a vasénak kb. 4-szerese.



1. ábra



2. ábra

Tamás Levente (Marosvásárhely, Bolyai Farkas Líceum 11. évf.) vízszintes helyzetű, két oldalán függőleges rudakkal alátámasztott zsebtükörre lézerfényt ejtett, s a visszavert sugarat a falon észlelte. Amikor az egyik alátámasztó farudat felmelegítette, a tükör kicsit megbillent. (A melegítést vízfürdővel oldotta meg, a fa átnedvesedését csomagolással és zsírozással próbálta megakadályozni.) Fénymutató segítségével mérte a tükör elfordulásának szögét, abból és a többi hosszúságadatból pedig ki tudta számítani a fa hőtágulási együtthatóját.

Hegedűs Ákos (Pécs, Ciszterci Nagy Lajos Gimn., 11. o.t.) bútorlapból kifűrészelt egy-egy 10×30 cm-es darabot, az egyiket a hosszabb oldallal párhuzamos száliránnyal, a másikat arra merőlegesen futó szálakkal. A falapra íjszerűen enyhén meghajlított fényszalagot csavarozott, és különböző hőmérsékleteken mikrométer órával mérte a fémszalag kidudorodását. A hőmérsékletet gáztűzhely sütőjében 20 °C és 200 °C között (tehát nagy tartományban) változtatta, a hosszváltozást (melyet a szinuszgörbe amplitúdójából és a görbe ívhosszának számított értékéből határozott meg) a mikrométerrel igen pontosan tudta mérni. Mérési adatai szerint a fa szálirányú hőtágulási együtthatója $(4{,}9 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$, a szálirányra merőlegesen pedig kb. 1 nagyságrenddel nagyobb: $(4{,}87 \pm 0{,}09) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$.

Hasonló módon (sütő és mikrométer segítségével) mérte egy fahasáb méretváltozását *Lengyel Tímea* (Kaposvár, Munkácsy M. Gimn. 12. o.t.) is. Ő mindkét irányú hőtágulást negatívnak találta, s ezt a megfigyelést a fa víztartalmának csökkenésével hozta kapcsolatba.

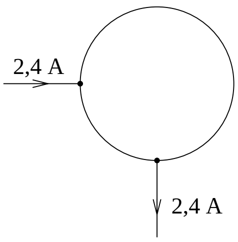
Horváth György (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. 10. o.t.) fenyődeszkából kivágott léceket sütőben egyenletesen átmelegített, majd egy 15 °C-os pincében a lassan kihűlő léc árnyékának megfigyelésével mérte a hosszváltozást. A hőmérsékletet egy (a fába előzőleg belefúrt lyukba helyezett) hőmérővel folyamatosan ellenőrizni tudta.

20 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Hegedűs Ákos, Katona Gergely, Lengyel Tímea, Kóspál Ágnes, Soós Péter, Szatmári Emőke és Tamás Levente megoldása. Kicsit hiányos (4–5 pont) 7, hiányos (1–3 pont) 5, nem értékelhető 1 mérési jegyzőkönyv.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 210. Széles mérőhengerben függőleges helyzetben úszik a vizen egy kémcső, amelynek alján nehezék (pl. víz, sörét, homok) van. Ha a kémcsövet kissé megemeljük, majd elengedjük, függőleges irányú csillapodó rezgőmozgást végez. Mérjük meg (különböző terhelések esetén) a T rezgésidőt és számítsuk ki az $x=g\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$ mennyiség értékét! Hasonlítsuk össze x-et a nyugalomban lévő kémcső vízbe merülő részének hosszával!

(*6 pont*) Közli: *Zachar Zénó,* Budapest



P. 3284. Fémhuzalból zárt karikát készítettünk, és az *ábra* szerint egy negyedkörének végpontjaiban egy-egy vezetéket forrasztottunk hozzá. Ezeket áramforrásra kapcsolva, bennük 2,4 A erősségű áram indult meg. Mekkora a fémhuzal negyedkörének és háromnegyed körének az ellenállása külön-külön, ha a forrasztási pontok között 3,6 V feszültség mérhető? Mekkora a fémkarika által felvett teljesítmény?

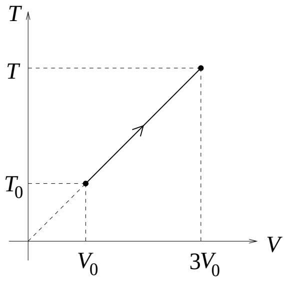
(*3 pont*) Közli: *Holics László,* Budapest

P. 3285. Egy 7,3 kg tömegű ballon 23 °C-os hélium gázzal töltve 2,4 m átmérőjű gömbként lebeg a levegőben (nem emelkedik és nem is süllyed). A körülötte levő levegő sűrűsége 1,19 $\mathrm{kg/m^3}$. Mekkora a héliumgáz nyomása?

(*4 pont*) Közli: *Radnóti Katalin,* Budapest

P. 3286. Szilvi az interneten kér segítséget barátnőjétől, Julcsitól az alábbi fizika feladat megoldásához:

„Az ábra n mol egyatomos ideális gáz bizonyos egyensúlyi folyamatát ábrázolja. Mennyi hőt vesz fel a gáz a folyamat során?”



Sajnos, mint később kiderült, Szilvi a függőleges tengelyre hibás adatot gépelt. A helyes ábrán T helyett p betűknek kell szerepelniük.

Hányszor nagyobb a helyes eredmény annál, amit Julcsi először kapott, ha feltesszük, hogy a kezdőállapotban a helyes ábrán is T_0 a gáz hőmérséklete?

(*4 pont*) Közli: *Kotek László,* Pécs

P. 3287. Mekkora szögsebességgel forog a v_0 kezdősebességgel vízszintesen eldobott kő sebességvektora az idő függvényében?

(*5 pont)* *Rácz György,* Mezőkövesd

P. 3288. Mekkora lehet a nagyon erős motorú motorkerékpár indulási gyorsulása vízszintes úton, ha a tengelytávolság l, a tömegközéppont magassága h, a talaj és a kerekek közötti súrlódási tényező μ? A kerekek tehetetlenségi nyomatéka kicsi, terhelésük – egyensúlyi helyzetben – egyenlő.

(*5 pont*) Közli: *Bakonyi Gábor,* Budapest

P. 3289. Vákuumban egymástól 3 m távolságra két elektromos dipólus helyezkedik el, dipólnyomatékuk $6 \cdot 10^{-6}$ C m, illetve $2 \cdot 10^{-7}$ C m. (A dipólusokat közelítsük töltéspárokkal.) Mennyi a két dipólus kölcsönhatási energiájának legkisebb és legnagyobb értéke? A dipólokat alkotó pontszerű töltések mindkét esetben egy egyenesen helyezkednek el.)

(*6 pont*) Közli: *Légrádi Imre,* Sopron

P. 3290. Egy proton-nyalábnak először egy 4 cm szélességű, homogén, $B_1 = 0{,}2$ T indukciójú mágneses mezőn, azután egy ehhez kapcsolódó másik, ugyancsak 4 cm szélességű, homogén, de $B_2 = 0{,}4$ T indukciójú mágneses mezőn kell áthaladnia. A két mező B-vonalai párhuzamosak és ugyanolyan irányúak; a protonok kezdősebessége a B-vonalakra és a mágneses mezők határfelületére is merőleges.

Mekkora gyorsítófeszültségre van szükség ahhoz, hogy a protonok át tudjanak hatolni mindkét mágneses mezőn?

(*4 pont*) Közli: *Varga István,* Békéscsaba

P. 3291. Hány százalékkal tér el egymástól a deutérium és a hidrogénatom által kibocsátott legkisebb frekvenciájú látható fény hullámhossza?

(*5 pont*) Közli: *Bíró Tibor,* Marosvásárhely

P. 3292. Az ablak melletti asztallapon fekvő átlátszó műanyagvonalzón néha érdekes, színes csíkokat vehetünk észre. Adjunk magyarázatot a jelenségre!

(*5 pont*) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

P. 3293. Vízszintes asztallapon álló m tömegű, r sugarú, vékony, keskeny abroncs alján ugyancsak m tömegű test nyugszik. A kis testet az abroncs síkjába eső vízszintes, kicsiny v_0 kezdősebességgel elindítjuk. Hogyan mozog a továbbiakban az abroncs középpontja? (A súrlódás mindenütt elhanyagolható.)

(*6 pont*) Közli: *Balogh Péter,* Budapest

❄

A fizika feladatok megoldásai a következő címre küldendők:
Eötvös Loránd Fizikai Társulat, KöMaL feladatok
Budapest, Pf. 433. 1371
A beküldési határidő: **1999. december 11.**

Physics

M. 210. A test tube with some ballast at its bottom (water, shots, sand, etc.) floats in water in a vertical position, in a large graduated cylinder. When the test tube is slightly lifted and released, it makes vertical damped oscillations. Measure the period T of the oscillations (with different quantities of ballast) and calculate the value of the quantity $x = g\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$. Compare x with the length of the test tube immersed in water when the tube is at rest.

P. 3284. A closed ring made of some metal wire has a piece of wire soldered to each end of a quarter cycle of the ring as shown in the *figure.* Connecting these pieces of wire to a current supply, a current of 2.4 A starts flowing. What are the separate resistances of the quarter and the three-quarter cycles, if a pd. of 3.6 V is measured between the soldering points? What is the power taken up by the metal ring? **P. 3285.** A balloon with a mass of 7.3 kg, filled with helium gas at a temperature of 23° C, floats in the air as a sphere with a diameter of 2.4 m (it does neither rise, nor sink). The density of air around it is 1.19 $\mathrm{kg/m^3}$. What is the pressure of the helium gas? **P. 3286.** Silvia asks her friend Julia for help through the Internet, to solve the following physics problem: *"The figure represents some equilibrium process of n moles of monatomic ideal gas. How much heat does the gas take up during the process?"* Unfortunately, it turned out later that Silvia had typed wrong data on the vertical axis. The correct figure has symbols p instead of T. How many times is the correct result greater than what Julia first calculated, assuming that the initial temperature of the gas is T_0 in the correct figure as well? **P. 3287.** A stone is thrown horizontally with initial velocity v_0. What is the time dependence of the angular velocity of this velocity vector? **P. 3288.** What is the maximum starting acceleration – on level ground – of a motorcycle with a very strong engine if the wheel base is l, the height of the centre of gravity is h and the coefficient of friction between the wheels and the ground is μ? The moment of inertia of the wheels is small, the load on the wheels is identical in equilibrium. **P. 3289.** There are two electric dipoles in vacuum, at a distance of 3 m from each other, with respective electric dipole moments of $6\cdot10^{-6}$ C m and $2\cdot10^{-7}$ C m. (The dipoles can be approximated as pairs of charges.) What are the minimum and maximum values of the interaction energy between the two dipoles? (The point-like charges forming the dipoles are in both cases in one straight line.) **P. 3290.** A proton beam passes first through a 4 cm wide, homogeneous magnetic field with induction $B_1 = 0.2$ T, and then through a second, also 4 cm wide, homogeneous magnetic field joining the first field, but with induction $B_2 = 0.4$ T. The B-lines of the two fields are parallel and point into the same direction; the initial velocity of the protons is perpendicular both to the B-lines and to the limiting surface of the magnetic fields. What accelerating voltage is required so that the protons can penetrate through both magnetic fields? **P. 3291.** What is the difference in percentage between the wavelength of the smallest frequency visible light emitted by deuterium and hydrogen atoms? **P. 3292.** Sometimes, interesting colourful streaks can be observed on a transparent plastic ruler lying on a table by the window. Give an explanation to the phenomenon. **P. 3293.** There is a body of mass m at the bottom of a thin and narrow tyre of mass m and radius r standing on a level table. The small body is started with a small, horizontal initial velocity v_0 in the plane of the tyre. How does the centre of the tyre move afterwards? (Friction is negligible everywhere.)