A 30. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatai[1]

Kísérleti forduló[2]

Torziós inga

Ebben a kísérletben egy meglehetősen összetett mechanikai rendszert – egy torziós ingát – akarunk tanulmányozni. Amikor az inga tengelye vízszintes, fellép a bifurkáció jelensége, amit később megmagyarázunk.

Rendelkezésre álló eszközök:

- Egy torziós inga, amely egy belül menetes (hosszában inhomogén, nem-egyenletes tömegeloszlású) csőből, egy külső menetes rúdból, valamint egy tartóállványból áll (*1. ábra*).
- Acélhuzal feszítőhurokkal.
- Egy hosszabb, hatszögletű, menetes furattal ellátott rudacska, amely a menetes rúdra csavarható (ez csak az utolsó kísérlethez szükséges).
- Egy egyenes vonalzó és egy derékszögű vonalzó.
- Stopper.
- Hatszögletű, L alakban meghajlított csavarkulcsok.
- A3 méretű milliméterpapírok.
- Egy állítható asztalos-szorító.
- Ragasztószalag.
- Egy T keresztmetszetű alumínium idom.

A kísérleti berendezést az *1. ábra* mutatja. Ez egy torziós inga, amely lengésbe hozható akár vízszintesre, akár függőlegesre állított tengelye körül. A forgástengelyt a rövid, megfeszített acélszál határozza meg. Az ingatest belső része egy menetes rúd, amely kivagy becsavarható, és egy kisméretű, hatlapú anyacsavarral bármely helyzetben rögzíthető. Ez a menetes rúd nem vehető ki az ingatestből. A berendezés összeállításánál (az **e)** alkérdésnél) az acélhuzalt át kell vezetni a sárgaréz szorítólapok között és az ingatesten lévő lyukon, majd megfeszített állapotban rögzíteni kell. Először az egyik végét rögzítsd, majd a feszítőhurok segítségével feszítsd meg, és végül rögzítsd a másik végét is. Az ingatest a huzalhoz egy mélyen elhelyezett kicsi csavarral rögzíthető a kis csavarkulccsal.

Figyelem: A huzal megfeszítése csak az inga stabilitását szolgálja. Nincs szükség körülbelül 30 N*-nál nagyobb feszítőerőre. Feszítés közben a huzal ne törjön meg az állványon, mert elszakadhat.*

[1] A feladatok megoldását a novemberi számunkban közöljük.

[2] A mérési feladat kidolgozására 5 óra állt a versenyzők rendelkezésére.

Az inga lengéseit jellemző változók:

– az inga helyzetét a θ szög határozza meg, melyet a keret síkjára merőleges iránytól mérünk (az *1. ábrán* a keret síkja vízszintes);

– a menetes rúd külső, szabad vége és az inga forgástengelye közötti x távolság;

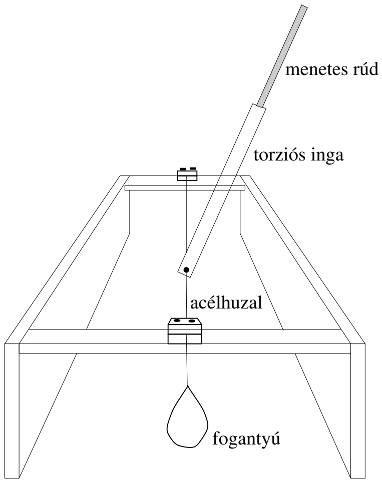
– az inga lengéseinek T periódusideje.

A rendszert jellemző paraméterek:

– az acélszál $\varkappa$ csavarási rugalmas állandója (direkciós nyomatéka), melyet a következő összefüggés definiál: forgatónyomaték = = $\varkappa \cdot$ szögelfordulás;

– az ingatest két részének M_1 és M_2 tömege (1: belső menetes cső a kis rögzítő csavaranyával együtt és 2: menetes rúd);

– az egyes ingadarabok tömegközéppontjainak a forgástengelytől mért R_1 és R_2 távolsága (1: belső menetes cső és 2: menetes rúd). A mozgatható vékony menetes rúd homogén tömegeloszlásúnak tekinthető, és így R_2 a rúd l hosszával és az x távolsággal kifejezhető.



1. ábra. A kísérleti berendezés vázlata vízszintes forgástengely esetén

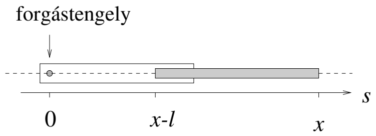
– az ingatest két részének (1: belső menetes cső és 2: menetes rúd) tehetetlenségi nyomatékai I_1 és I_2 (az angol elnevezésnek megfelelően). Most is feltételezhetjük, hogy a mozgatható menetes rúd homogén tömegeloszlásúnak tekinthető, és így I_2 a menetes rúd tömegével, a rúd l hosszával és az x távolsággal kifejezhető. I_2 tehát a többi paraméter egyszerű függvénye.

– az a θ_0 szög, amelynél a visszatérítő rugalmas forgatónyomaték nulla. (Ezt a szöget az ingatest hossztengelye és a keret síkjára merőleges irány között mérhetjük.) Az ingatest a forgástengelyt szolgáltató huzalhoz a menetes rúddal ellentétes végén egy hatlapfejű csavarral rögzíthető; ezért θ_0 a berendezés bármely újabb beállításánál megváltozhat.

Összefoglalva, a rendszert 7 paraméter jellemzi: $\varkappa$, M_1, M_2, R_1, I_1, l, θ_0, de mivel θ_0 a berendezés minden beállításánál megváltozik, így közülük ténylegesen csak 6 mennyiség állandó. A mérés célja ezen 6 mennyiség, nevezetesen $\varkappa$, M_1, M_2, R_1, I_1, l *kísérleti* meghatározása.

Két tényt vegyél figyelembe: (i) A menetes rudat nem lehet teljesen kicsavarni az ingatest csövéből. (ii) Az ingatest két részének együttes tömege ($M_1 + M_2$) megadott adat, ami az ingára rá van nyomtatva.

Ebben a kísérletben számos mennyiség valamilyen változó lineáris függvénye, és neked az a feladatod, hogy ezeknek a lineáris függvényeknek a paramétereit határozd meg. Lineáris illesztés alkalmazását ajánljuk, de más módszerek használata is elfogadható. A paraméterek mérési bizonytalanságát a lineáris illesztés alapján becsülheted meg, vagy a mérési adatok szórásából következtethetsz rájuk. A kiértékeléshez szükséged lesz a menetes rúd forgástengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékára. Elhanyagolva



2. ábra. A mérés kiértékelésénél egy vékony, hosszú rúd tehetetlenségi nyomatékát a (2) egyenletből számíthatjuk ki. A tehetetlenségi nyomatékot az $s=0$ koordinátájú forgástengelyre vonatkoztatjuk.

a keresztirányú méreteket a rúd hosszához képest (*2. ábra*), a kérdéses tehetetlenségi nyomatékot a következő formula adja meg:

$$I_2(x)=\int_{x-l}^{s}\lambda s^2\,ds=\frac{\lambda}{3}\left(x^3-(l-x)^3\right)=\frac{\lambda}{3}\left(3lx^2-3l^2x+l^3\right), \tag{1}$$

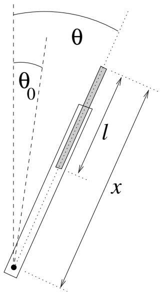
ahol $\lambda=M_2/l$ a hosszegységre eső tömeg, így tehát

$$I_2(x)=M_2x^2-M_2lx+\frac{M_2}{3}l^2. \tag{2}$$

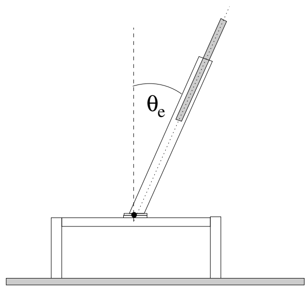
A keresett 6 paramétert (M_1, M_2, $\varkappa$, R_1, l, I_1) az alábbi lépéseket követve határozhatod meg:

a) Az M_1+M_2 össztömeg adott (az ingára rá van nyomtatva). M_1-et és M_2-t úgy határozhatod meg, ha megméred az ingatest közös tömegközéppontjának a forgástengelytől vett $R(x)$ távolságát. Ehhez először vezesd le azt az egyenletet, amely megadja x függvényében a tömegközéppont $R(x)$ helyzetét, felhasználva az M_1, M_2, R_1 és l paramétereket. (*0,5 pont*)

b) Ezután mérd meg $R(x)$-et néhány (legalább 3) x értéknél[3]! Nyilvánvaló, hogy ennél a mérésnél az ingatestet le kell szerelni a feszítőhuzalról. Méréseid és korábbi eredményed felhasználásával add meg M_1 és M_2 értékét! (*3 pont*)



3. ábra. A θ és az x változók, valamint a θ_0 és l paraméterek jelentése.



4. ábra. Ebben a kísérletben az ingatest egyensúlyi helyzete számottevően térjen el a függőlegestől!

[3] A kis hatszögletű csavaranyát, melynek tömegét M_1-be beleértjük, a menetes rúd minden egyes megmozdítása után meg kell szorítanod.

c) Vezesd le azt az egyenletet, amely megadja az inga teljes I tehetetlenségi nyomatékát az x változó és az M_2, I_1 és l paraméterek függvényében. (*0,5 pont*)

d) Írd fel a vízszintes forgástengelyű inga mozgásegyenletét a θ szög és az x, $\varkappa$, θ_0, M_1, M_2 paraméterek, valamint az I teljes tehetetlenségi nyomaték és a tömegközéppont $R(x)$ koordinátájának segítségével! (*1 pont*)

e) $\varkappa$ meghatározásához szereld össze az ingát, és állítsd a forgástengelyt vízszintesre. A menetes rúd kezdetben olyan mélyen legyen az ingatest furatában, amennyire csak lehet. Rögzítsd a szorítócsavarral az ingatestet az acélhuzal közepe táján úgy, hogy az egyensúlyi helyzete (melyet a súlyából származó forgatónyomaték és a rugalmas visszatérítő forgatónyomaték egyensúlya határoz meg) számottevően térjen el a függőlegestől (*4. ábra*). Mérd meg az egyensúlyt jellemző θ_e szöget néhány (legalább 5) x értéknél! (*4 pont*)

f) Az előző méréssorozat alapján határozd meg $\varkappa$ értékét! (*4,5 pont*)

g) Állítsd most az inga tengelyét függőlegesre[4], és mérd meg a torziós inga lengésidejét néhány (legalább 5) x értéknél. A mérési eredmények felhasználásával határozd meg I_1 és l értékét! (*4 pont*)

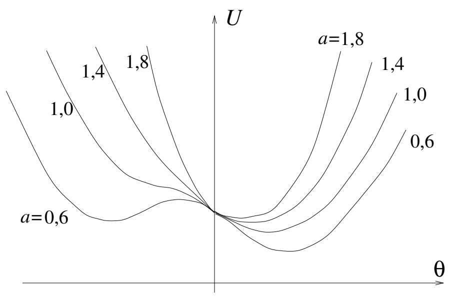
A továbbiakban, miután meghatároztad a rendszer paramétereit, a kísérleti eszközt a következő módon állítsd össze:

– az inga forgástengelye legyen vízszintes;

– a menetes rúd a lehető legmélyebben legyen az ingatestben;

– az inga egyensúlyi helyzete minél közelebb legyen a függőlegeshez;

– végül pedig csatlakoztasd a hosszabb hatszögletű rudacskát a menetes rúd végére. (Néhány menettel csavarható fel, tovább nem hajtható.)



5. ábra. Az $U(x) = \frac{a}{2}(\theta - \theta_0)^2 + \cos\theta$ $(\theta_0 \neq 0)$ a potenciális energiával arányos függvény. A különböző görbék különböző a értékeknek felelnek meg. (Esetünkben a a menetes rúd x helyzetével áll kapcsolatban). A csökkenő a értékek esetén $(a < 1)$ bifurkáció jelenik meg.

Ebben az összeállításban a menetes rúd helyzetétől függően az ingának két egyensúlyi helyzete is lehet. Ezt szemlélteti az *5. ábrán* látható görbesereg, amely a potenciális energiát adja meg a θ szög függvényében. Az *5. ábrán* a potenciália energia minimumhelyének megkettőződését láthatjuk, amit a matematikában *bifurkációnak* neveznek. Ez a

[4] Annak érdekében, hogy a rendszert megfelelően rögzítsd, az asztalos-szorítót áthelyezheted.

jelenség különböző szimmetriák sérülésével is kapcsolatban áll, ami a részecskefizikában és a statisztikus fizikában a kutatás homlokterében áll.

Tanulmányozd a bifurkáció jelenségét úgy, hogy megméred az egyensúlyi helyzet körüli kis rezgések periódusidejét:

h) Ábrázold a T periódusidőt[5] x függvényében! Milyen jellegű függvényt kapsz? Növekvő, csökkenő vagy ezeknél bonyolultabb függvényt? (*2,5 pont*)

Elméleti forduló[6]

Fizikai állandók és egyéb adatok

Az egyes feladatok szövegében megadott számadatok mellett néhány általános fizikai állandó és egyéb adat ismerete hasznos lehet. Az alábbiakban ilyeneket sorolunk fel. Ezeket általában a lehető legpontosabban adtuk meg, a versenyzőktől azonban azt várjuk el, hogy az eredményeiket a feladat egyéb adatai által indokolt pontossággal adják meg, vagyis minden egyes feladat megoldásakor gondosan ügyeljenek az értékes jegyek számára!

Fénysebesség vákuumban: $c = 299\,792\,458\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
A vákuum mágneses permeabilitása: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$
A vákuum dielektromos állandója: $\varepsilon_0 = 8{,}854\,1878\ \mathrm{pF \cdot m^{-1}}$
Gravitációs állandó: $G = 6{,}672\,59 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/(kg \cdot s^2)}$
Gázállandó: $R = 8{,}314\,510\ \mathrm{J/(mol \cdot K)}$
Boltzmann-állandó: $k = 1{,}380\,658 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$
Stefan–Boltzmann-állandó: $\sigma = 56{,}703\ \mathrm{nW/(m^2\,K^4)}$
A proton töltése: $e = 1{,}602\,177\,33 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$
Az elektron tömege: $m_\mathrm{e} = 9{,}109\,3897 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
A Planck-állandó: $h = 6{,}626\,0755 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$
A Celsius-skála nullpontja: $T_K = 273{,}15\ \mathrm{K}$
A Nap tömege: $M_S = 1{,}991 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}$
A Föld tömege: $M_E = 5{,}979 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$
A Föld közepes sugara: $r_E = 6{,}373\ \mathrm{Mm}$
A földpálya nagytengelyének fele: $R_E = 1{,}4957 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$
Sziderikus nap (csillagnap) hossza: $\mathrm{d}_S = 86{,}164\,06\ \mathrm{ks}$
Egy év hossza: $\mathrm{y} = 31{,}558\,150\ \mathrm{Ms}$
A nehézségi gyorsulás standard értéke a Föld felszínén: $g = 9{,}806\,65\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

[5] Lehetséges, hogy két egyensúlyi helyzetet is észlelhetsz, azonban ezek egyike stabilabb, mint a másik (lásd az *5. ábrát*). Jelezd, melyik a stabilabb, és annak a periódusidejét ábrázold!

[6] A feladatok kidolgozására 5 óra állt a versenyzők rendelkezésére. Megoldásaikat előre elkészített VÁLASZLAPOK megfelelő rovatainak kitöltésével kellett megadniuk, elsősorban *rajzok, képletek, formulák* és (a feladat egyéb adatai által indokolt pontosságú) *számszerű eredmények* formájában. A hosszabb szöveges magyarázat mellőzését kérték a rendezők.

A légnyomás standard értéke a tengerszinten: $p_0 = 101\,325$ Pa

Normál nyomású és 15 °C-os levegő törésmutatója látható fényre: $n_{\text{lev.}} = 1{,}000\,277$

A napállandó: $S = 1355 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

A Jupiter tömege: $M = 1{,}901 \cdot 10^{27}$ kg

A Jupiter egyenlítői sugara: $R_B = 69{,}8$ Mm

A Jupiter átlagos pályasugara: $R = 7{,}783 \cdot 10^{11}$ m

A Jupiter tengelyforgási ideje: $\mathrm{d_J} = 35{,}6$ ks

A Jupiter keringési ideje: $\mathrm{y_J} = 374{,}32$ Ms

$\pi \approx 3{,}141\,592\,65$

1. feladat. *Sugárzás elnyelődése gázban.*

Egy hengeres tartály, melynek tengelye függőleges, termikus egyensúlyban lévő gázt tartalmaz. A henger felső felét egy üveglap zárja le, amely dugattyúszerűen szabadon elmozdulhat. Tételezzük fel, hogy nincs gázszivárgás, továbbá az üveglap és a henger fala közötti súrlódás ahhoz elegendő, hogy a dugattyú oszcillációit lecsillapítsa, de egyébként nem okoz számottevő (a többi energiaváltozással összemérhető) energiaveszteséget. Kezdetben a gáz hőmérséklete megegyezik a környezet hőmérsékletével, és a szobában a légnyomás a szokásos érték. A gáz jó közelítéssel ideálisnak tekinthető. Tételezzük fel, hogy a henger oldalai (alap- és fedlapját is beleértve) nagyon rossz hővezetők és kicsiny a hőkapacitásuk. Emiatt a gáz és a környezet közötti hőcsere nagyon lassú, a feladat megoldásakor teljesen elhanyagolható.

Egy állandó teljesítményű lézerrel a felső üveglapon keresztül megvilágítjuk a rendszert. A sugárzás könnyen áthatol a levegőn és az üveglemezen, de az edény belsejében lévő gázban teljesen elnyelődik. A sugárzást elnyelve a gázmolekulák gerjesztett állapotba kerülnek, majd igen gyorsan (több lépésben) infravörös sugárzást kibocsátva visszatérnek alapállapotukba. Ez az infravörös sugárzás azonban a henger falán és az üveglemezen visszaverődik, míg végül a többi molekula teljesen elnyeli. A lézer által leadott energia tehát nagyon rövid idő alatt hőmozgássá (kaotikus molekuláris mozgássá) alakul át, és a továbbiakban elegendően hosszú ideig a gázban marad.

Ha a lézert egy bizonyos ideig működtetjük, azt tapasztaljuk, hogy az üveglap felfelé elmozdul. Ezután kikapcsoljuk a lézert, és megmérjük az üveglap elmozdulását.

a) A feladat végén megadott adatokat (és szükség esetén a fizikai állandókat tartalmazó oldalt is) használva számítsd ki a gáz nyomását és hőmérsékletét a besugárzás után. (*2 pont*)

b) Számítsd ki, mennyi mechanikai munkát végez a gáz az elnyelt sugárzás hatására! (*1 pont*)

c) Számítsd ki a folyamat során elnyelt sugárzási energiát! (*2 pont*)

d) Számítsd ki a lézer sugárzási teljesítményét (vagyis a gáz által elnyelt teljesítményt)! Határozd meg a lézerfényből a gáz által időegységenként elnyelt fotonok (vagyis az elsődleges elnyelődési folyamatok) számát! (*1,5 pont*)

e) Számítsd ki, mekkora hatásfokkal alakul át a fényenergia az üveglap mechanikai helyzeti energiájává! (*1 pont*)

Döntsük el most lassan a hengert 90 fokkal úgy, hogy a tengelye vízszintes legyen! A gáz és az edény fala közötti hőcserétől most is eltekinthetünk.

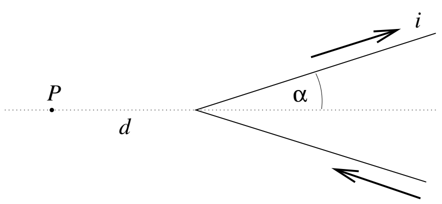
f) Megváltozik-e a gáz nyomása és/vagy a hőmérséklete egy ilyen elforgatás során? Ha igen, vajon mennyivel? (*2,5 pont*)

Adatok:

A külső légnyomás: $p_0 = 101{,}3$ kPa
Szobahőmérséklet: $T_0 = 20{,}0$ °C
A henger belső átmérője: $2r = 100$ mm
Az üveglap tömege: $m = 800$ g
A tartályban lévő gáz mennyisége: $n = 0{,}100$ mol
A gáz állandó térfogaton mérhető mólhője: $C_V = 20{,}8$ J/(mol·K)
A lézerfény hullámhossza: $\lambda = 514$ nm
A besugárzás ideje: $\Delta t = 10{,}0$ s
Az üveglap elmozdulása a besugárzás hatására: $\Delta s = 30{,}0$ mm

2. feladat. V *alakú áramvezető mágneses tere.*

A mágneses jelenségek Ampère-féle első sikeres leírása idején egy érdekes vita alakult ki az áramjárta vezetők mágneses terének tárgyalásakor, mivel Biot és Savart korai megfontolásai nem egyeztek Ampère eredményével abban az időben.



6. ábra

Különösen érdekes esetnek tekinthető, amikor egy hosszú, i árammal átjárt vezetőt két egyenes szakaszra osztunk, melyeket V alakban meghajlítunk úgy, hogy az általuk bezárt szög fele α legyen (lásd az *6. ábrát*)[7]. Ampère számításai szerint a mágneses indukció vektorának B nagysága egy olyan P pontban, amely a V tengelye mentén, annak külső oldalán a törésponttól d távolságra helyezkedik el, kizárólag úgy függ a szögtől, hogy arányos a $\mathrm{tg}\,(\alpha/2)$ kifejezéssel. Ampère munkája később beépült Maxwell elektromágneses elméletébe, és általánosan elfogadottá vált.

Felhasználva az elektromágnességre vonatkozó mai ismereteinket:

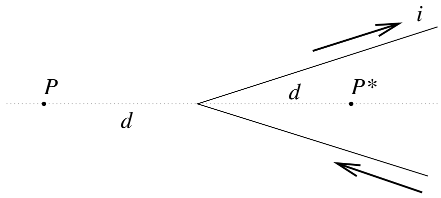
a) Határozd meg a **B** mágneses indukcióvektor irányát a P pontban. (*1 pont*)

b) Tudva, hogy a tér erőssége arányos $\mathrm{tg}\,(\alpha/2)$-vel, határozd meg a k arányossági tényezőt a $|\mathbf{B}(P)| = k \cdot \mathrm{tg}\,(\alpha/2)$ összefüggésben. (*1,5 pont*)

c) Határozd meg a **B** teret abban a P^* pontban, amely P tükörképe a csúcspontra vonatkoztatva, azaz a tengely mentén, a csúcstól ugyancsak d távolságra, de a V belsejében helyezkedik el (lásd a *7. ábrát*). (*2 pont*)

d) A mágneses tér mérése érdekében a P pontban egy kis mágnestűt helyezünk el, melynek tehetetlenségi nyomatéka I , mágneses momentuma pedig μ. (A lerögzített tengelyű mágnestű egy olyan síkban végez rezgéseket, amely tartalmazza a **B**

[7] Ebben a feladatban α mindvégig radiánban értendő.



7. ábra

irányát.) Számítsd ki, hogy a mágnestű kis rezgéseinek periódusideje hogyan függ B-től! (*2,5 pont*)

Ugyanennek a problémának a megoldására Biot és Savart más formulát javasolt. Azt tételezték fel, hogy a P pontban a mágneses indukció (mai jelöléseket használva):

$$B(P) = \frac{i\mu_0\alpha}{\pi^2 d},$$

ahol μ_0 a vákuum mágneses permeabilitása. Ténylegesen elvégzett kísérlettel próbálták eldönteni, hogy a két elmélet közül vajon melyik (Ampère-é vagy Biot és Savart-é) a helyes. Egy mágnestű rezgésidejét mérték a V félnyílásszögének függvényében. Bizonyos α értékeknél azonban a különbség túl kicsi, ezért nem lehet könnyen kimutatni a két elmélet jóslata közötti eltérést.

e) A két elmélet között kísérletileg akkor tudunk különbséget tenni, ha a P pontban lévő mágnestű rezgéseinek T periódusidejére vonatkozó jóslatok legalább 10%-kal eltérnek, vagyis $T_1 > 1{,}1 \cdot T_2$. (T_1 Ampère jóslata, T_2 pedig Biot és Savart-é). Határozd meg, hogyan kell megválasztanunk a V alakú áramjárta vezető α félnyílásszögét ahhoz, hogy a két elmélet között dönthessünk. (*3 pont*)

Útmutatás: A megoldásod során lehetséges (de az alkalmazott módszertől függően nem szükségszerű), hogy a következő trigonometrikus azonosság hasznosnak bizonyul számodra: $\mathrm{tg}\,(\alpha/2) = \sin\alpha/(1+\cos\alpha)$.

3. feladat. *Űrszonda a Jupiter gravitációs terében.*

Ebben a feladatban egy olyan módszerrel (a „gravitációs parittyával”) foglalkozunk, melyet gyakran használnak űrszondák gyorsítására[8]*. Az űrszonda megközelít egy bolygót, majd a bolygó hatására a szonda sebessége jelentősen megnövekedhet, mozgásiránya lényegesen megváltozhat, és eközben a bolygó pályamenti mozgásához tartozó energia igen csekély mértékben lecsökken. A továbbiakban ezt a hatást fogjuk tanulmányozni egy a Jupiter közelében elhaladó űrszondánál.*

A Jupiter bolygó olyan ellipszispályán kering a Nap körül, amely az átlagos R sugárnak megfelelő körpályával közelíthető. Mielőtt a fizikai folyamatok elemzésébe kezdenénk, válaszolj a következő egyszerű kérdésekre:

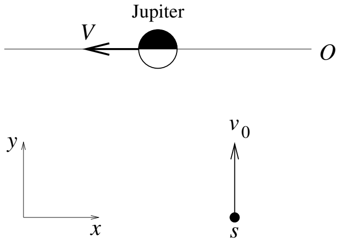
a) Mekkora V sebességgel kering a Jupiter a Nap körül? (*1,5 pont*)

b) Amikor a szonda a Nap és a Jupiter között (azokat összekető egyenes mentén) van, a Jupitertől milyen távolságra található az a pont, ahol a Nap gravitációs vonzása kiegyenlíti a Jupiterét? (*1 pont*)

[8] Lásd még a Csillagászat rovat újdonságai között a Cassini-űrszondáról szóló ismertetést.

Egy $m = 825$ kg tömegű űrszonda repül a Jupiter felé. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a szonda pályája éppen a Jupiter pályasíkjában fekszik. (Ezáltal nem vesszük figyelembe azt a fontos lehetőséget, hogy a szonda a Jupiter pályasíkjából kilökődhet.)

Csak azzal foglalkozzunk, mi történik abban a tartományban, ahol a Jupiter vonzása felülmúl minden más gravitációs erőt.



8. ábra. A Jupiter pályája (O) és az űrszonda pályája (s) a Nap tömegközéppontjához rögzített vonatkoztatási rendszerben.

A Nap tömegközéppontjához rögzített vonatkoztatási rendszerben a szonda kezdeti sebessége $v_0 = 1{,}00 \cdot 10^4$ m/s (a pozitív y tengely irányában), míg a Jupiter sebessége negatív x irányú (lásd az *8. ábrát*). A „kezdeti sebesség” a szondának azt a sebességét jelenti, amikor még a bolygóközi térben, a Jupitertől messze van, de már abban a tartományban, ahol a Nap vonzása elhanyagolható a Jupiteré mellett. Feltesszük, hogy a bolygóval történő találkozás olyan rövid idő alatt zajlik le, hogy a Jupiter Nap körüli pályamozgásában bekövetkező irányváltozást elhanyagolhatjuk. Azt is feltesszük, hogy a szonda a Jupiter mögött halad el, vagyis a szonda x koordinátája nagyobb, mint a Jupiteré, amikor az y koordináták megegyeznek.

c) Add meg az űrszonda mozgásirányát (a sebességvektor és az x tengely által bezárt φ szöget), továbbá a szonda v' sebességét a Jupiter vonatkoztatási rendszerében, ha a szonda messze van a Jupitertől. (*2 pont*)

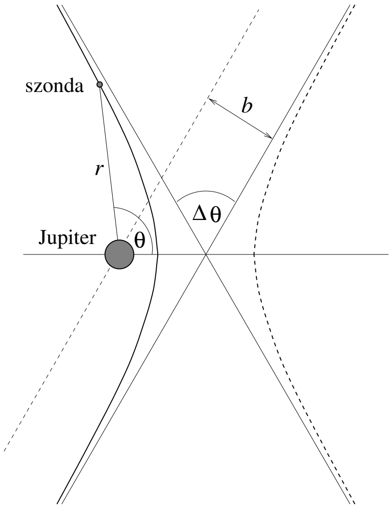
d) Határozd meg a szonda teljes E mechanikai energiáját a Jupiter vonatkoztatási rendszerében, amikor a szonda még elegendően messze van ahhoz, hogy a gravitációs kölcsönhatás gyengesége miatt csaknem egyenletes sebességgel mozogjon. (A potenciális energiát – szokásos módon – nagyon nagy távolságban választjuk nullának.) (*1 pont*)

Az űrszonda pályája a Jupiter vonatkoztatási rendszerében egy hiperbola, melynek polárkoordinátákkal kifejezett egyenlete ebben a vonatkoztatási rendszerben:

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{v'^2 b^2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Ev'^2 b^2}{G^2 M^2 m}}\cos\theta\right), \tag{1}$$

ahol b az egyik aszimptota távolsága a Jupitertől (az úgynevezett *impakt paraméter*), E a szonda teljes mechanikai energiája a Jupiter vonatkoztatási rendszerében, G a gravitációs állandó, M a Jupiter tömege, r és θ polárkoordináták (a vezérsugár és a polárszög).

A *9. ábra* az (1) egyenlet által leírt hiperbola két ágát ábrázolja (az aszimptotákat és a polárkoordinátákat is feltüntetve). Ügyelj arra, hogy az (1) egyenletbeli origó a hiperbola „vonzó fókuszpontja". A szonda pályagörbéje a vonzási pálya, melyet a *9. ábrán* folytonos vonal jelöl.



9. ábra

e) Felhasználva a pályagörbét leíró (1) egyenletet, határozd meg a teljes $\Delta\theta$ szögeltérülést a Jupiter vonatkoztatási rendszerében (lásd a *9. ábrát*), és fejezd ki ezt a szögeltérülést a kezdeti v' sebesség, valamint a b impakt paraméter függvényében! (*2 pont*)

f) Tételezzük fel, hogy a szonda nem kerülhet közelebb a Jupiter középpontjához, mint a bolygó (a Jupiter) sugarának háromszorosa. Számítsd ki ebben az esetben a legkisebb impakt paramétert és az így létrejövő legnagyobb szögeltérülést! (*1 pont*)

g) Vezess le egy olyan egyenletet, amely megadja a Nap vonatkoztatási rendszerében a szonda v'' végsebességét a Jupiter V sebességének, a szonda kezdeti v_0 sebességének és a $\Delta\theta$ szögeltérülésnek a függvényében! (*1 pont*)

h) A fenti eredmények felhasználásával add meg numerikusan a szonda v'' végsebességét a Nap vonatkoztatási rendszerében, ha a szögeltérülés a lehető legnagyobb megengedett értékű! (*0,5 pont*)

CSILLAGÁSZAT

Rovatvezető: Horányi Gábor

Fogyatkoztunk!

Augusztus 11-én reggel az eget fenyegető felhők borították, lógott az eső lába. A fogyatkozás teljességi sávja irányába induló vonatokat mégis bizakodó emberek százai (ezrei?) lepték el; magam is köztük voltam. Fehérvár közelében eleredt az eső. Nemsokára azonban biztató jel tűnt föl a távoli felhők között: egy szivárványszínű fényfolt. Ellennap! Hamarosan az ellennap megnyúlt, valódi szivárvány lett belőle; kissé délebbre pedig megjelent a felhőkön az első rés, amelyen átmosolygott az ég kékje. Füreden ragyogó napsütés fogadott. Néhány lépéssel életet öntöttem elzsibbadt végtagjaimba, és sietve ballagtam a kikötőbe. Ott várt a hajó, ahol — a Balaton közepén — előadást kell majd tartanom a fogyatkozásról.

Amikor az előadást elkezdtem, a Hold már beleharapott a napkorong szélébe. Előkerültek a védőszemüvegek, a jelenlévők egyre gyakrabban pislogtak a Nap felé. A Hold pedig haladt tovább. Lassan észrevehetően sötétebb lett, a levegő is hűlt egy kicsit. Néhány perccel a teljesség beállta előtt mindenki a fedélzetre csődült, izgatottan lesték a Napot. És minden úgy történt, ahogy előre elmondtuk, leírtuk... csak éppen sokkal, de sokkal szebb volt! A sarlónyi Nap mellett feltűnt a Vénusz, a fátyolfelhők félrevonultak. Másodperc-pontosan megérkezett a sötétség. Körös-körül a láthatáron aranyfény derengett, az égbolt, mint az ezüst, s a közepén a napkorona világított, gyöngyházfényű szálai alatt a rózsaszínű protuberanciák foszlányaival. A koronaszálak jól kivehetően kirajzolták a Nap mágneses terének indukcióvonalait, és még egy nagy korona-tranzienst is észrevenni véltem. (A korona- tranziensek a fotoszférában bekövetkező változások, pl. napkitörések által okozott átmeneti rendellenességek a koronában.) Látcsövem segítségével még jobban lehetett gyönyörködni bennük. Észrevettünk néhány csillagot és bolygót, de az égbolt meglehetősen világos maradt. A keleti látóhatár fölött is láttam egy fényes csillag — talán az Arcturus — vörös lobogását (először a Marsnak néztem, de az ekkor még nem volt fenn), amely a hirtelen újra fölfénylő Nap ellenére néhány percig még látható maradt. Aztán eltűnt a csoda, s lassan visszatért a Nap fénye.

A fogyatkozást országszerte figyelő, hozzáértő amatőr csillagászok közül sokan megjegyezték beszámolójukban: a totalitás ideje sokkal rövidebbnek tűnt, mint várták. Pedig pontosan annyi volt, amennyinek előre jelezték; csak ilyenkor nagyon gyorsan telik az idő. Mindenkit meglepett, mennyire világos maradt az égbolt, és milyen kevés csillag vált láthatóvá. Ennek oka egyrészt az lehetett, hogy a naptevékenység maximumához közeledve a naplégkör sűrűbb tartományai nagyobb kiterjedésűek és fényesebbek voltak az átlagnál; ennek köszönhető, hogy olyan szép napkoronát és protuberanciákat láthattunk. Másrészt a Hold éppen csak eltakarta a Nap fotoszféráját, ezért is volt a totalitás időtartama rövid.

Nem minden hazánkfia nézte meg a jelenséget. Sokan beérték a pl. Budapesten látható részleges fogyatkozással. Hiba volt! Mindenki sajnálhatja, aki nem látta a teljes napfogyatkozást! Igaz, néhány év múlva Közép-Afrikából, majd Törökországból megfigyelhető lesz teljes napfogyatkozás, sőt talán az szebb is lesz mint a mostani, mert tovább fog tartani, és mélyebb lesz közben a sötétség is. De hazánkból e leírhatatlanul szép és érdekes égi színjáték legközelebb csak 2081-ben lesz látható.

Csaba György

A természet camera obscurája

1993-ban 91 éves korában távozott közülünk Csekő Árpád tanár úr, aki korának (századunknak!) egyik legügyesebben kísérletező és legjobb megfigyelőkészséggel rendelkező fizikatanára volt. Szerkesztőbizottságunk a Tanár Úr egyik furcsa, nehezen hihető feladatának kitűzésével tisztelgett emléke előtt:

FF. 2735. Egyszer, napfogyatkozás idején, egy akácfa árnyékában a járdán sok kifli alakú fényfoltot lehetett látni. Hogyan keletkezhettek ezek a fényfoltok?

Csekő Árpád (1902–1993) megfigyelése nyomán

A hivatalos megoldás szerint a fa levelei közötti kicsiny rések, lyukak (amelyek sűrű lombozat esetén pontszerűnek tekinthetők) a sötétkamra (camera obscura) működési elvének megfelelően leképezik a részlegesen eltakart, tehát kifli alakúnak látszó Napot. Az első fényképezőgépek is a „sötétkamrák” voltak.

Be kell vallanom, kicsit hitetlenkedve olvastam a hivatalos megoldást, s inkább csak Csekő tanár úr szakmai hírneve, sem mint a magyarázat logikai tisztasága alapján fogadtam el, hogy a leírt jelenséget megfelelő körülmények között valóban meg lehet figyelni. (Nem a camera obscura működési elvét vontam kétségbe, hanem azt, hogy levelek közötti „lyukak” eléggé kicsinyek ahhoz, hogy tisztán leképezzék a fogyó Napot.) A „hiszem, ha látom” módszert nem alkalmazhattam, mert nem rendelhettem soron kívüli napfogyatkozást.

6 év telt el azóta, s idén ősszel az „évszázad napfogyatkozásáról” készült fényképek egyikén (Kerékfy Pál felvétele, 1999. augusztus 11., Balatonakarattya) megpillanthattam (saját szememmel láthattam!) az idézett feladatban leírt jelenséget. Így már egészen más!

G. P.

Újdonságok

Antiprotonok a kozmikus sugárzásban

Antianyag-részecskéket talált egy hatalmas léggömb segítségével a NASA — közölték az amerikai Goddard Űrközpontban. A hatvan emelet magasságú és 1,17 millió köbméter térfogatú léggömb egy Japánban készült 2,5 tonnás mérőműszerrel szállt fel augusztus 11-én Kanadából és 38 órás repülése során 32 kilométer magasságba, a légkör határáig emelkedett. A kísérlet vezetője, a tokiói egyetem professzora, Orito Sudzsi professzor nyilatkozata szerint a műszer által gyűjtött több százmillió kozmikus részecske között az első mérések szerint több száz antiproton is akad. Régebben már észleltek antiprotonokat, amelyek a csillagközi térben, részecske-ütközésekben keletkeztek. Az amerikai és japán kutatók abban reménykednek, hogy antihéliumot is kimutathatnak a mintában. Ennek azért lenne jelentősége, mert antihélium nem jöhet létre ütközés termékeként, tehát más eredetűnek kellene lennie. Antihélium észlelése alátámasztaná azt a feltevést, hogy az Univerzum egyes részei antianyagból állnak, ez pedig fordulatot jelentene az asztrofizikában.

A Cassini-űrszonda sikeres elrepülése a Föld mellett

Augusztus 18-án, hazai idő szerint 5.28-kor a Szaturnuszhoz tartó Cassini-űrszonda sikeresen végrehajtotta azt a pályamódosító manővert, amelynek segítségével újabb jelentős sebességnövekedésre tett szert. A Cassini a NASA utolsó nagy és drága bolygókutató űrszondája. A kb. másfél milliárd dolláros szerkezetet 1997-ben indították Floridából, s 2004 júliusában érkezik meg célpontjához, a Szaturnuszhoz. Ez minden idők legjobban felszerelt szondája: fedélzetén 12 csúcstechnológiájú műszert helyeztek el, amelyből kettőnek magyar vonatkozása is van. A Cassini-szonda Szaturnuszhoz vezető útja igen bonyolult, mivel úgynevezett „hintamanővereket” használnak sebességének növeléséhez. E manőverek nélkül csak sokkal később és jóval több üzemanyaggal lehetne célba érni. Az út során összesen 4 gravitációs lendítést terveztek – kétszer a Vénusz, egyszer a Föld, egyszer pedig a Jupiter mellett. A Vénusz melletti lendítések már korábban megtörténtek, most pedig a Föld mellett repült el a szonda. Ez a manőver már korábban is a környezetvédők komoly tiltakozását váltotta ki, ugyanis a szonda elektromos energiája egy mini-atomreaktorból származik, amelyben kb. 30 kg radioaktív plutónium van. Az atomenergia felhasználását ellenző aktivisták attól tartottak, hogy a szerkezet lezuhanhat, vagy összeütközhet egy a Föld körül keringő műholddal, s így a sugárzó anyag a Föld felszínére juthat. A baleset esélye igen csekély volt (kb. egy a millióhoz). A Cassini-szondát nem lehetett napelemekkel felszerelni, mivel a Szaturnusz távolságában – ahol a napsugárzás már nem elég erős – ez a módszer nem szolgáltatott volna megfelelő mennyiségű energiát. A repülésirányítók szerint a szonda nagyszerű állapotban van, s folytatja útját a Jupiter felé, amely 2000. december 30-án fogja megadni számára az utolsó nagy lökést a Szaturnuszhoz vezető úton. A küldetés fő célja a Szaturnusz légkörének, mágneses terének, gyűrű- és holdrendszerének vizsgálata. Az egyik legizgalmasabb célpont a bolygó legnagyobb kísérője, a Titan. E hatalmas hold barnás-narancssárgás, nitrogénből, metánból és más szerves vegyületekből álló légköre fagyott felszínt rejt, amelyen talán metánsziklák merülnek folyékony etán-óceánba. Az itt végbemenő kémiai folyamatok tanulmányozásával talán a korai Föld kémiai evolúciójába nyerhetünk bepillantást.

Csaba György

V. KöMaL Nyári Fizika Tábor – Pacsa, 1999.

A nagykanizsai Zsigmondy–Winkler Műszaki Középiskola fizika munkaközössége és a KöMaL ez év júliusában is megrendezte az immár hagyományossá váló nyári táborát a Zala megyei Pacsán. Az egy hetes táborban (volt) 9., 10. és 11. osztályosok 3 fős csapatokban érdekes, nyári hangulatú fizikai problémákat oldottak meg. Minden napra egy-egy kísérleti feladatot és sok (kb. egy havi KöMaL-adagnak megfelelő) elméleti feladatot kaptunk.

Megmértük, hogy különbözik-e a gravitációs gyorsulás a Sportkollégium földszintjén és az emeletén, illetve más-e g értéke a tóparton, mint a szárazföldön. (Másnak adódott! Vajon a „földsugárzás” okozta?) Megtudtuk, hogy legfeljebb kilencszer tudunk egy újságpapírt félbehajtani, továbbá azt is, hogy a fagyinak $-273\ ^\circ$C-nál is hidegebbnek kellene ahhoz, hogy az elfogyasztása csökkentse a belső energiánkat! A tábor félidejében „pihenőnapot” tartottunk (megmásztuk a Keszthelyi hegység legmagasabb csúcsát).

Az utolsó napon az egyes csapatok által sajátkezűleg készített „úszó alkalmatosságokat” versenyeztettük a pacsai pecatavon. A legősibb megoldás, a szélenergia felhasználása bizonyult a leghatékonyabbnak. Az „alternatív energiahordozók” (szódásszifon patron, elemes villanyborotva + propeller, kémiai reakciók által fejlesztett gáz) vagy nem voltak elég hatékonyak, vagy az irányíthatóságukkal volt baj.

Nagyon tetszett, hogy csapatokban „dolgoztunk”, így egy-egy feladatot többen is végigszámolhattunk. Megbeszélhettük a buktatókat, egymástól (sőt, még a tanároktól is) segítséget kérhettünk, és kaptunk is. A napi időbeosztást ránk bízták, olyan sorrendben és annyit töprenghettünk, számolhattunk, mérhettünk és körmölhettünk, amennyi csak a 12 órába belefért és amennyihez kedvünk (energiánk) volt. Este (a vacsora és feladatok beadása után) új szellemi táplálékot szívhattunk magunkba (érdekes kiselőadások formájában).

A hangulat mindvégig derűs, vidám volt. Látszott, érződött, hogy a résztvevő diákok, a szervező tanárok és a segítő egyetemisták mindegyike (tehát korra, nemre és hajhosszra való tekintet nélkül mindenki) szereti a fizikát! Velünk együtt táborozott (de nehezebb programban vett részt) a Nemzetközi Fizikai Diákolimpiára készülő magyar csapat is. Szurkoltunk nekik (s most, a beszámoló írásakor már tudjuk, hogy nem is eredménytelenül!) A búcsú-tábortűznél egy-egy csokoládé-aranyérmet akasztottunk az olimpikonok nyakába. („Hogy tudjátok, miért mentek Padovába!”)

Köszönjük a szervezőknek (és a támogatóknak!), hogy lehetővé tették e tábor létrejöttét!

Ács Bence – Lábó Eszter – Lábó Melinda

Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása

FF. 3211. *Vízszintes síkú, l nyomtávú, elég hosszú, elhanyagolható ellenállású sínpárra keresztben ráhelyezünk egy m tömegű, R ellenállású rudat, mely azon súrlódásmentesen, önmagával párhuzamosan csúszhat. A sínpár egyik vége szabad, másik végére U feszültségre feltöltött, C kapacitású kondenzátort kapcsolunk. A sínpár B indukciójú, függőleges, homogén mágneses mezőben helyezkedik el.*

A kondenzátor rákapcsolása után mekkora lesz a rúd végsebessége, és mekkora feszültség alakul ki a kondenzátoron? Mekkora legyen a csúszka tömege, hogy a csúszkának a lehető legnagyobb legyen a mozgási energiája?

(5 pont) Közli: *Wiedemann László,* Budapest

Megoldás. A feltöltött kondenzátor a rúdon keresztül elkezd kisülni. Az árammal átjárt rúdra a mágneses mezőben erő hat, a rúd elindul. (Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy távolodik a kondenzátortól.) A mozgó rúdban feszültség indukálódik, ami a Lenz-törvény szerint akadályozza a rúdban folyó áramot. A kondenzátor feszültsége csökken, a rúdban indukálódó feszültség nő. Ez a folyamat addig tart, amíg a két feszültség ki nem oltja egymást, az áram megszűnik, a rúd egyenletes sebességgel mozog tovább.

A rúdban folyó áram nagysága

$$I = \frac{U_\mathrm{c} - Blv}{R},$$

ahol U_c a kondenzátor feszültsége, v a rúd sebessége. A rúd mozgásegyenlete $ma = BIl$, más formában

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{Bl}{m}\frac{\Delta Q_c}{\Delta t}.$$

(A negatív előjel azért kell, mert a kondenzátor töltése csökken.) Az egyenletből összegzéssel adódik:

$$v_\mathrm{max} = \frac{Bl}{m}(Q_\mathrm{k} - Q_\mathrm{v}),$$

ahol Q_k, illetve Q_v a kondenzátor kezdeti, ill. végső töltése. A rúd nem gyorsul tovább, ha $I = 0$, azaz

$$U_\mathrm{c} = \frac{Q_\mathrm{v}}{C} = Blv_\mathrm{max} = \frac{B^2l^2}{m}(Q_\mathrm{k} - Q_\mathrm{v}).$$

Innen a kondenzátor végső feszültsége

$$U_\mathrm{v} = \frac{Q_\mathrm{v}}{C} = \frac{CUB^2l^2}{m + CB^2l^2},$$

a rúd végsebessége pedig

$$v_\mathrm{max} = \frac{CUBl}{m + CB^2l^2}.$$

A rúd mozgási energiája

$$\frac{1}{2}mv_\mathrm{max}^2 = \frac{C^2U^2B^2l^2}{2}\,\frac{m}{\left(m + CB^2l^2\right)^2}.$$

Ez akkor a legnagyobb, ha

$$\frac{\left(m + CB^2l^2\right)^2}{m} = \left(\sqrt{m} + \frac{CB^2l^2}{\sqrt{m}}\right)^2$$

a legkisebb, ez pedig (a számtani és mértani középre vonatkozó egyenlőtlenség szerint) akkor teljesül, ha $m = CB^2l^2$.

Száraz Zoltán (Révkomárom, Selye János Gimn., 12. o.t.)

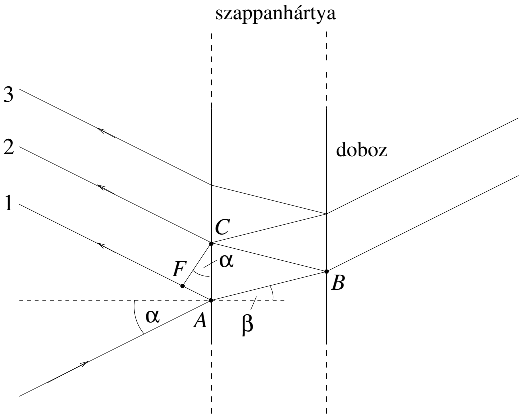
Megjegyzés. Optimális esetben a rúd mozgási energiája a kondenzátor kezdeti $CU^2/2$ energiájának éppen a negyede, az elektrosztatikus energia mechanikai energiává alakításának hatásfoka tehát a vizsgált folyamatban legfeljebb 25 százalékos lehet.

33 dolgozat érkezett. Helyes 24, hiányos (1–4 pont) 7, hibás 2 dolgozat.

FF. 3212. *Egy belül feketére festett fém teásdoboz száját szappanoldatba mártjuk. A keletkezett szappanhártyát fehér fénnyel megvilágítva a visszaverődő fény gyönyörű* *színekben pompázik. Tegyük fel, hogy a hártya* 250 nm *vastag. Erre* 30°*-os beesési szöggel fehér fénysugarat bocsátunk. Milyen színű lesz a hártyáról visszaverődő fény?*

(5 pont) Közli: *Tavaszi Gábor,* Budapest

Megoldás. A jelenség magyarázata az interferencia. A szappanhártya planparalel lemeznek tekinthető. A hártya elülső felületén a beeső sugár egy része visszaverődik, másik része megtörik. A megtört sugárt a hártya hátsó felületén szintén visszaverődik, illetve megtörik. A fekete doboz a hártyán átjutó sugarakat elnyeli, a hártya két felületén visszaverődő sugarak pedig interferálnak egymással. Az interferencia számításánál elég az első két visszavert sugarat figyelembe venni, mert a harmadik (és a többi) intenzitása nagyon kicsi.



Ki kell számítanunk az *ábrán* látható 1. és 2. sugár közötti optikai útkülönbséget. A 2. sugár a szappanhártyában

$$\Delta s_1 = AB + BC = 2\frac{d}{\cos\beta}$$

utat tesz meg, d a hártya vastagsága, β a törési szög. A két sugár útkülönbsége a levegőben

$$\Delta s_2 = AF = 2d\,\mathrm{tg}\,\beta\,\sin\alpha.$$

(α a beesési szög.) Az optikailag sűrűbb közegről visszaverődő 1. sugár az A pontban π fázisugrást szenved, ez még $\lambda/2$ optikai útkülönbségnek felel meg. A teljes optikai útkülönbség

$$\Delta s = n\Delta s_1 - \Delta s_2 - \frac{\lambda}{2},$$

ahol n a szappanhártya törésmutatója. (Mivel a hártya nagy része víz, ezért $n = 1{,}33$-mal számolhatunk.) Felhasználva a törésre vonatkozó $\sin\alpha = n\sin\beta$ törvényt, azt kapjuk, hogy $\beta = 22{,}1°$, és

$$\Delta s = 2nd\cos\beta - \frac{\lambda}{2}.$$

Erősítés, illetve kioltás jön létre arra a hullámhosszra, amelyre az optikai útkülönbség az félhullámhossz páros, illetve páratlan számú többszöröse. Az adatokkal $2nd\cos\beta = 616{,}2$ nm, így erősítés figyelhető meg a 410,8 nm, 246,2 nm ..., kioltás pedig a 616,2 nm, 308,7 nm ... hullámhosszakra. Mindkét sorozatban csak az első esik a látható fény tartományába, a 616,2 nm-es vörös kioltódik, a 410,8 nm-es kék erősítése pedig maximális lesz. Az utóbbihoz közeli hullámhosszak is erősödnek valamennyire, ezért a hártyáról visszaverődő fényt kéknek, kékeszöldnek látjuk.

Németh Péter (Jászapáti, Mészáros L. Gimn., 12. o.t.)

37 dolgozat érkezett. Helyes 12, kissé hiányos (4 pont) 5, hiányos (1–3 pont) 10, hibás 10 dolgozat.

FGy. 3217. *Kirándulók a reggeli induláskor a víz forráspontját* 99 °C*-nak, majd hegyes-völgyes terepen haladó út végén, napnyugtakor* 97 °C*-nak mérték. A Függvénytáblázat adatainak felhasználásával becsüljük meg a két hely közötti szintkülönbséget! A hőmérséklet mindkét helyen mindkét alkalommal* 15 °C *volt, és a légnyomás aznap nem változott!*

(4 pont) Közli: *Szegedi Ervin,* Debrecen

Megoldás. A folyadék akkor kezd forrni, amikor a buborékaiban lévő telített gőz nyomása eléri a külső nyomás értékét. A táblázatok alapján számolt gőznyomás értékek így éppen a légnyomás értékeit adják. A Függvénytáblázat szerint a 95 °C forrásponthoz 84,52 kPa, a 100 °C forrásponthoz 101,32 kPa nyomás tartozik. A nyomás - forráspont görbe ugyan nemlineáris, a becslés nem lesz rossz, ha ezen az 5 °C-os tartományon lineáris közelítést használunk. Így 97 °C-hoz 91,24 kPa, 99 °C-hoz 97,96 kPa nyomás tartozik.

Nem követünk el nagy hibát, ha a nyomás-magasság kapcsolatra a $p=\varrho gh$ képletet alkalmazzuk. Ebből

$$\Delta h=\frac{\Delta p}{\varrho g},$$

a levegő sűrűségét a

$$\varrho=\frac{pM}{RT}$$

képletből számítjuk ($M=29$ g/mol, $T=288$ K), és a két nyomásértékhez tartozó sűrűségek számtani közepét vesszük, ez 1,15 kg/m^3. Az így becsült szintkülönbség 596 m.

Több dolgozat alapján.

173 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott 4, helyes 116, kicsit hiányos (3 pont) 22, hiányos (1–2 pont) 18, hibás 11, nem versenyszerű 2 dolgozat.

FF. 3220. *Valamely ellipszis alakú pályán egyenletes* 5 m/s *sebességgel mozgó,* 0,5 kg *tömegű pontszerű testre a nagytengely végpontjaiban* 10 N*, a kistengely végpontjaiban* 1,25 N *erő hat. Mekkorák az ellipszis tengelyei?*

(5 pont) Közli: *Holics László,* Budapest

Megoldás. Először belátjuk, hogy az ellipszis görbületi sugara a tengelyek végpontjaiban b^2/a, illetve a^2/b, ahol $2a$ és $2b$ a nagytengely és a kistengely hossza. Ez a matematikai eredmény többféle fizikai meggondolással is levezethető, egy ilyen pl. a következő.

Tekintsük a M tömegű Nap körül ellipszispályán keringő bolygót! A nagytengely végpontjában, a Naptól r távolságban felírva Newton mozgásegyenletét:

$$\frac{\gamma M}{r^2}=\frac{v^2}{R},$$

ahol R a görbületi sugár a nagytengely végpontjában. A keringési idő (Kepler III. törvénye szerint, $2\pi\sqrt{\dfrac{a^3}{\gamma M}}$, az ellipszis területe pedig πab, ezért a területi sebesség a nagytengely végpontjában:

$$\frac{vr}{2}=\frac{ab}{2}\sqrt{\frac{\gamma M}{a^3}}.$$

A két egyenlőségből $R=b^2/a$. (A gondolatmenetben kihasználtuk, hogy az ellipszis fókuszai a nagytengelyen vannak, ezért az a kistengely végpontjára így nem alkalmazható, de a görbületi sugár szempontjából a tengelyek szerepe szimmetrikus.)

A feladatban szereplő egyenletesen mozgó testre a tengelyek végpontjaiban fennáll az $F=mv^2/R$ mozgásegyenlet, R a megfelelő görbületi sugár. Az adatokkal $b^2/a=$ $=1{,}25$ m, $a^2/b=10$ m, és $2a=10$ m, $2b=5$ m.

Máthé András (Budapest, Apáczai Cs. J. Gyak. Gimn., 11. o.t.)

Megjegyzés. Az ellipszis kérdéses görbületi sugarait a harmonikus rezgőmozgás kinematikájának ismert összefüggéseiből is kiszámíthatjuk. Tekintsük az $x-y$ síkban $x=a\cos\omega t$ és $y=$ $=b\sin\omega t$ összefüggéseknek megfelelően (a és b féltengelyű) ellipszispályán mozgó testet. $t=0$ pillanatban a test az ellipszis egyik tengelyének végénél $v=b\omega$ sebességgel és $A=a\omega^2$ gyorsulással mozog. Másrészt viszont $A=v^2/R$, ahonnan a görbületi sugár: $R=b^2/a$. Hasonlóan kapjuk, hogy a másik tengely végpontjaiban az ellipszis simulókörének sugara a^2/b.

99 dolgozat érkezett. Helyes 51, kicsit hiányos (4 pont) 2, hiányos (1–3 pont) 24, hibás 22 dolgozat.

FF. 3231. *Az* 1 *gramm tömegű és* $2\cdot 10^{-8}$ C *töltésű fémgyűrű nagy sebességgel forog a síkjára merőleges szimmetriatengelye körül. Számítsuk ki a mágneses dipólnyomatékát, ha a perdülete (impulzusnyomatéka)* 0,1 $\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$.

(4 pont) Közli: *Bakonyi Gábor,* Budapest

Megoldás. A fémgyűrű **M** mágneses dipólnyomatékának nagysága az I áramerősség és a gyűrű (áramhurok) által határolt F terület szorzata: $M=IF$. A gyűrű teljes Q töltése a forgás T periódusideje alatt áramlik át a gyűrűre merőleges keresztmetszeten, ezért $I=$ $=Q/T$. A perdület, $L=\Theta\omega=mr^2 2\pi/T$, így a mágneses dipólnyomaték

$$M=\frac{QL}{2m}=1\cdot 10^{-6}\mathrm{Am}^2.$$

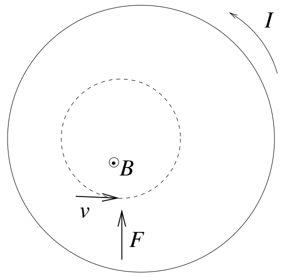
Fábián Ákos (Debrecen, KLTE Gyakorló Gimn., 11. o.t.)

24 dolgozat érkezett. Helyes 20, kicsit hiányos (3 pont) 2, hiányos (2 pont) 1, hibás 1 dolgozat.

FGy. 3237. *Egy árammal átjárt szolenoid belsejébe juttatott elektronok körpályán keringenek. Milyen irányban: a szolenoid huzaljában áramló elektronokéval egyezően vagy ellentétesen?*

(3 pont) Közli: *Gnädig Béla,* Budakeszi

Megoldás. Az *ábrán* a mágneses mező a papír síkjából kifelé mutat. Az erre merőlegesen belőtt elektronra ható erő, $\mathbf{F}=-e(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$. A jobbkézszabály szerint az elektronok az áram irányával megegyező, a szolenoid huzaljában áramló elektronokéval ellentétes irányban keringenek.



Frankó Gábor (Pécs, Leöwey K. Gimn., 9. o.t.)

Megjegyzés. Úgy is érvelhetünk, hogy a szolenoid vezetékeihez közel keringő elektronokra ható eredő erő akkor mutat a tekercs közepe felé, ha az elektronokhoz közelebbi vezetékekben folyó áram a keringő elektronok által képviselt árammal ellentétes irányú (Ampère törvénye).

37 dolgozat érkezett. Helyes 23, hiányos (1 pont) 8, hibás 6 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 209. Állítsunk fel dominókat egymással párhuzamosan, egymástól egyenlő távolságra úgy, hogy az elsőt meglökve az egész sor ledőljön. Vizsgáljuk meg, mitől és hogyan függ a dőlési hullám sebessége!

(6 pont) Közli: *Bakonyi Gábor,* Budapest

P. 3274. A tengerparton álló, 26 méter magas világítótorony tetején lévő reflektor fényét egy hajó távcsövén át 30 km-ről látták meg először. Milyen magasan volt a távcső a tenger szintje felett?

(4 pont) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

P. 3275. Milyen mélyre kell lenyomni egy úszó fahasábot a vízben, hogy az eközben végzett munka megegyezzék a hasáb vízből történő kiemeléséhez minimálisan szükséges munkával? A fa sűrűsége a víz sűrűségének k-ad része. Vizsgáljuk meg a $k\leqslant 2$ esetet külön is!

(4 pont) *Öveges József fizikaverseny országos döntője,* Tata

P. 3276. Adjunk becslést az egyetemes gázállandóra a 100 °C-os vízgőzre vonatkozó alábbi mérési adatok felhasználásával:

p (Pa)	986	9806	98 066
ϱ (kg/m^3)	0,00570	0,05705	0,578

(3 pont) Közli: *Bakonyi Gábor,* Budapest

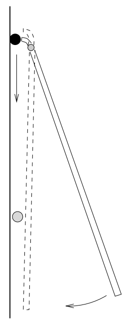
P. 3277. Tarzan egy szikla széléről elrugaszkodva 18 m hosszú indán lendül egy másik sziklaszirt felé. A szikla tetejéről a pálya legmélyebb pontjáig 3 métert süllyed. Kibírja-e az inda a 900 N súlyú Tarzan ugrását, ha az inda szakítószilárdsága 1200 N?

(4 pont) *Budó Ágoston verseny,* Szeged

P. 3278. Két különböző nagyságú, de azonos maximális teljesítményű ellenállást sorosan vagy párhuzamosan kell kapcsolni ahhoz, hogy minél nagyobb teljesítményű lehessen a kettő együtt?

(4 pont) Közli: *Gulyás János,* Budapest

P. 3279. A nehézségi gyorsulás mérésére használt egyik eszköz az *ábrán* látható ún. Whiting-féle deszkás inga. Igazoljuk, hogy a deszka forgástengelyétől a deszkával egyszerre indított, szabadon eső golyó becsapódása a deszka hosszának mindig ugyanannyiad részénél történik, függetlenül a deszka hosszától! Mekkora ez az arány?

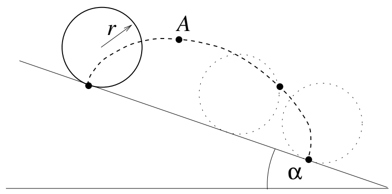


(4 pont) Közli: *Nagy Tibor,* Szolnok

P. 3280. Csökkentsük vagy növeljük a vízgőzzel telített levegő térfogatát annak érdekében, hogy a vízgőz egy része kicsapódjék a levegőből?

(4 pont) Közli: *Fári Jánosné,* Szigetvár

P. 3281. Határozzuk meg a lejtőn csúszás nélkül legördülő karika egy pontja által leírt pálya legfelső A pontjában a görbületi sugarat!



(5 pont) *Orosz feladat nyomán*

P. 3282. Egy R sugarú, kör alakú vezetőt Q töltéssel elektromosan feltöltöttünk. Hogyan változik a térerősség a kör középpontján átmenő, a kör síkjára merőleges egyenes mentén? Hol éri el a legnagyobb értékét?

(5 pont) *Bródy Imre verseny,* Ajka

P. 3283. Egy gépkocsi mindegyik kerekének ugyanolyan erős felfüggesztő rugója van. Mennyit emelkedik meg az autó merevnek tekinthető karosszériája a kerekek felett, ha a kocsi a jobb első kerekével egy 8 cm magas járdaszegélyre áll? Hogyan módosul az eredmény, ha a gépkocsi mindkét jobb oldali kerekével felhajt a járdára? Függ-e az eredmény attól, hogy hányan és hol ülnek a kocsiban?

(6 pont) Közli: *Gnädig András,* Budapest (Olimpiai válogatóverseny, 1999.)

❄

A fizika feladatok megoldásai a következő címre küldendők:
Eötvös Loránd Fizikai Társulat, KöMaL feladatok
Budapest, Pf. 433. 1371
A beküldési határidő: **1999. november 11.**

❄

Helyreigazítás

Múlt havi számunkban a fizikából kitűzött feladatok között két országos verseny helyszíne – sajnálatos módon – hibásan jelent meg. Helyesen: Vermes Miklós verseny, Sopron és Károly Ireneusz verseny, Pannonhalma. Az érintettek szíves elnézését kérjük! *A Szerk.*

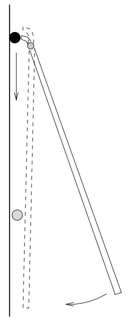
Physics

Experimental problem: M. 209. Stand dominoes parallel to each other and at even distances in such a way that pushing the first one makes all of them tumble over. Investigate what the speed of the tumbling wave depends on, and how.

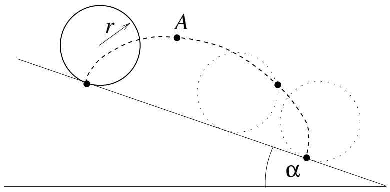
New problems: P. 3274. The light of a searchlight placed at the top of a 26 meter high lighthouse standing on the seashore could first be seen at 30 km from the shore, through the telescope of a ship. How high was the telescope above the surface of the sea? **P. 3275.** How deep should a floating wooden log be submerged into water so that the work done during the submerging is equal to the minimum work necessary to lift the log out of the water? The density of wood is k times smaller than that of water. Investigate the case when $k \leqslant 2$. **P. 3276.** Make an estimate of the universal gas constant using the measurement data

p (Pa)	986	9806	98 066
ϱ (kg/m^3)	0,00570	0,05705	0,578

made on 100 °C steam. **P. 3277.** Starting from the edge of a rock, Tarzan swings towards another rock on a 18 m long liana. The bottom of his trajectory is 3 metres lower than his starting point. Will the liana support the jump of Tarzan, who weighs 900 N, if its maximum tensile strength is 1200 N? **P. 3278.** Should two resistors of different resistances but identical maximum power be connected in series or in parallel so that their power is maximum together? **P. 3279.** One of the devices used to measure gravitational acceleration is Whiting's plank pendulum. Show that a ball in free fall starting together with the plank from the rotational axis of the plank always hits the plank at the same proportion of the length of the latter, regardless of the actual length. What is this proportion? **P. 3280.** Should the volume of air saturated with steam be decreased or increased in order to condense some of the water from the air? **P. 3281.** Determine the radius of curvature at the topmost A point of the trajectory described by a point of a hoop rolling without sliding on a slope. **P. 3282.** A circular conductor of radius R is electrically charged with charge Q. How does the electric field strength change along the straight line crossing the centre of the circle and perpendicular to the plane of the circle? Where does it reach its maximum value? **P. 3283.** The suspension springs of all the wheels of a car are identical. How much does the body of the car (considered as rigid) rise above the wheels when the car is parked on a 8 cm high kerb with its right front wheel? How does the result change when the car is parked with both its right wheels on the kerb? Does the result depend on the number and the position of the persons sitting in the car?



3279



3281