CSILLAGÁSZAT

Rovatvezető: Horányi Gábor

Újdonságok

Megoldódott a Jupiter gyűrűinek rejtélye

A Jupiter gyűrűrendszerének eredete rejtély azóta, amióta a Voyager szonda 1979-ben a gyűrűket felfedezte. A Galileo szonda felvételei megmutatták, hogy a gyűrűk a Jupiter egy-egy holdjának pályájáig terjednek ki. Ebből a tényből arra lehetett következtetni, hogy a gyűrűk anyaga a holdakból származik. A holdakat közel 30 km/s sebességű mikrometeoritok ostromolják. A gyűrűt alkotó anyag a meteor-becsapódások következtében felcsapódó por. Ez az első olyan eset, amikor biztosak lehetünk egy bolygó gyűrűrendszerének eredetében.

Szerves anyagok a Neptunuszon

A Neptunusz a földi távcsövekkel általában részletek nélküli, apró zöldeskék korongnak látszik, a HST (Hubble-űrtávcső) nagy felbontású felvételein azonban a felhőzete több színben pompázik. A színeket a légkörében található szerves anyagok okozzák. A bolygókutatók évek óta törik a fejüket a Neptunusz viszonylag magas etán-koncentrációjának magyarázatán. Az etán (C_2H_6) napfény hatására képződik: a metán (CH_4) molekulák metillé és hidrogénné bomlanak, majd a metil-gyökök etánná kapcsolódnak össze. De hogy lehet az, hogy a Neptunusz légkörének etántartalma azonos a Jupiterével, amikor az előbbi 5,5-szer távolabb van a Naptól, így sokkal gyengébb napsugárzásnak van kitéve? Néhány kutató véleménye szerint a távoli bolygó kavargó szelei a metánt magasan a felhők fölé emelik. Így az sokkal inkább ki van téve a napsugárzásnak, mint ha mélyebben helyezkedne el a légkörben. Mindez elképzelhető, hiszen a Voyager 2 és a HST kimutatta, hogy a Neptunusz mozgalmas világában meglepően gyakran tombolnak vad szelek. Legutóbb az Infrared Space Observatory (ISO) segítségével európai kutatók sikeresen észlelték a Neptunusz felső légkörében a metilről árulkodó infravörös sugárzást, mégpedig pontosan ott, ahol számítottak rá: a bolygó felhői fölött nagy magasságban. Úgy tűnik tehát, az etánt eredményező feltételezett kémiai folyamat valóban végbemegy. Az etán létrejötte után valószínűleg leülepszik a bolygó alsó légkörébe.

A Hale-Bopp üstökös

Egyes feltevések szerint a Hale-Bopp üstökös a Neptunusz pályája környékén, vagy annál messzebb keletkezett. Ezt az elképzelést fontos megfigyelések erősítették meg. A NASA négy szondát bocsátott föl a Hale-Bopp üstökös tanulmányozására. Ezek egyikének, az EUVS-nek spektrométere argon gázt mutatott ki az üstökös anyagában. Ez azért érdekes, mert először mutattak ki üstökösben nemesgázt. Ennek jelenlétéből következtetni lehet az üstökös keletkezésének körülményeire. Ezek a gázok ugyanis már igen alacsony hőmérsékleten elpárolognak. Ha tehát nemesgáz van jelen az üstökösben, az azt jelenti, hogy anyagának hőmérséklete nagyon alacsony volt keletkezésekor. Az argon jelenlétéből 35 K alatti keletkezési hőmérsékletre következtethetünk. Egy másik szonda, az EUVE, neont keresett az üstökös anyagában, de nem észlelte azt. A neon hiánya viszont 20 K-nél magasabb hőmérsékleten való keletkezésre utal. Ezen adatok alapján a Hale-Bopp üstökösnek távolabbról kellett származnia, mint a Jupiter vagy a Szaturnusz, sőt az üstökös valószínűleg túl a Neptunusz pályáján keletkezett.

Makk Péter és **Szeredi Dániel**,
Veres Péter Gimnázium
(A Sky & Telescope anyagai alapján)

Teljes napfogyatkozás – 1999. augusztus 11.

Utoljára 1842-ben lehetett látni Magyarországról teljes napfogyatkozást, az augusztusi alkalom után pedig csak 2081-ben lesz hazánkban ilyen jelenség. Érdemes tehát már most megkezdeni a felkészülést.

A napfogyatkozás akkor jön létre, amikor a Föld és a Nap közé kerülő Hold részben vagy egészben eltakarja a Napot. A jelenség tehát mindig újhold fázisban következik be, még sincs minden újholdkor napfogyatkozás. Ez annak tulajdonítható, hogy a Föld keringési síkja (ekliptika) és a Hold pályasíkja egymással kb. 5 fokos szöget zár be. Mivel a Hold ellipszis alakú pályán kering, földtávolsága változó. Ha közelebb van, akkor korongját nagyobbnak látjuk – ha ilyenkor ékelődik a Hold a Föld és a Nap közé, teljes napfogyatkozás jön létre. Ha távolabb van, korongját kisebbnek látjuk, s ekkor gyűrűs napfogyatkozást figyelhetünk meg. Részleges napfogyatkozásról akkor beszélünk, ha a Hold a Napnak csak egy részét takarja el.

Hogy megőrizzük szemünk egészségét, a napfogyatkozás megfigyelésekor fontos megfogadni néhány mindenképpen betartandó tanácsot. Semmiképpen nem ajánlhatjuk a kormozott üvegeket a napfogyatkozás vizsgálatára. Az üvegben egyenetlen az anyag eloszlása, ami azt eredményezheti, hogy az egyes részek különböző mértékű felmelegedése következtében elpattanhat. Továbbá, amikor sötét üvegen keresztül nézünk a Napba, kitágul a pupillánk, így a káros infravörös és ibolyántúli sugarak akadály nélkül érik el szemünket, károsítva retinánkat. Sokan azt gondolják, hogy ha szétszednek egy számítógépes hajlékony lemezt (floppyt), akkor a mágneses műanyagon átnézve megóvhatják a látásukat. Ez is tévedés, a floppy ilyen szempontból úgy viselkedik, mint egy rossz napszemüveg. A legjobb megoldás a boltokban már most is kapható speciális napfogyatkozás-vizsgáló szemüveg. Ez egy papírkeretben lévő, védőburkolattal fóliázott eszköz. Ha valaki ehhez nem jut hozzá, akkor talán a hegesztőmaszk ajánlható (12-es vagy nagyobb fokozat!). És még ezekkel sem szabad folyamatosan a Napba nézni.

Teljes napfogyatkozás alkalmával a fantasztikus látvány mellett rengeteg izgalmas jelenségnek lehetünk tanúi, ha jobban odafigyelünk a részletekre. Ilyen szempontból a napfogyatkozást két részre oszthatjuk. Az egyik a részleges szakasz látványosságai, a másik a teljesség (idegen szóval: totalitás) során bekövetkező különlegességek megfigyelése, vizsgálata.

A részleges szakasz

Megfigyelhetjük a Napot camera obscuraval is. Ezt a nagyon egyszerű műszert bárki el tudja készíteni, ha egy fekete kartonpapírba egy gombostűnyi lyukat szúr. A Nap fényét ezen a lyukon engedjük át és egy bármilyen fehér vagy világos anyagra kivetítve, tökéletes képet kaphatunk. A kép átmérője a lyuktól mért távolság 0,9%-a lesz.

Távcsöves megfigyeléskor is mindenképpen fontos szűrőt tenni a távcsőre, mert különben maradandó károsodást okozhat szemünknek a Nap erős fénye. Nagyon fontos, hogy a szűrő semmiképpen se tudjon elmozdulni, mert ha véletlenül éppen a megfigyeléskor mozdul el, elveszthetjük szemünk világát!

Távcsővel kivetítve is megfigyelhetjük a Napot, ennek az az előnye, hogy egyszerre többen is láthatják. Erre inkább a kis méretű (5–10 cm-es) távcsövek alkalmasak, nagyobbaknál a túl nagy erejű fény kárt okozhat a távcsőben. Mikor a Hold elvonul a Nap előtt, láthatóvá válnak a fényesebb holdi alakzatok is.

A teljesség szakasza

Egy-két perccel a totalitás előtt jelenik meg a földön a Hold árnyéka, amint folyamatosan közeledik, és az ég ezzel párhuzamosan egyre sötétebb lesz. A napsarló sajátos alakja miatt saját árnyékunk is különös a totalitás előtt és után. Az egyik irányban nagyon éles, a másikban pedig homályos, bolyhos lesz. A földön illetve tereptárgyakon szintén még a totalitás előtt egy-két perccel mozgó, a fodrozódó vízhez hasonlító árnyéksávok jelennek meg. Az egyes elképzelések szerint a kisebb légköri szelek légnyomáskülönbségek eredményei, és általában nyugatról keletre haladnak, de irányuk ettől eltérő is lehet.

Mikor a holdi hegyek már elérik a Nap peremét, de az még átvilágít a völgyek, mélyedések felett, Baily-gyöngyfüzér keletkezik. Ez után közvetlenül a gyémántgyűrű következik, amikor már csak egy nagy völgyön tud keresztülvilágítani a Nap.

Pár másodperc múlva, amikor eltűnik a gyémántgyűrű, nagyon rövid ideig láthatóvá válik a vöröses-narancsos kromoszféra. A totalitás végével, a sötét korong mögül elővillanó kromoszféra látványosabb, mint a totalitás előtt bekövetkező, bár így is általában csak néhány tized másodpercig látható, ritkán 5–15 másodpercig is eltarthat. Ezután megfigyelhetőek az első protuberanciák (a napfelszín felett imbolygó anyaghidak). Az augusztusi fogyatkozásnál a Hold pereme alig haladja majd meg a Napét, így a teljes korong körül látszani fognak.

A totalitás leglátványosabb jelensége természetesen a napkorona. Alakja a napfoltok mennyisége és helye szerint változhat, színe lehet aranyszínűtől az ezüstfehérig minden, de akár rózsaszínes is. Minél nagyobb a távcsővel figyeljük meg, annál nagyobb része látszik, és annál jobban kivehető szálas szerkezete.

A teljesség idején az égbolt elsötétedik, és megjelennek az ég egyéb objektumai. A Vénusz már a totalitás előtt pár perccel, a fényesebb csillagok azonban csak a sötétség bekövetkeztével válnak láthatóvá. Ekkor az ég fényessége a teliholdkor tapasztaltakhoz lesz hasonló, ám az ég alja sokkal világosabb lesz.

A totalitás rövid ideig tart, majd a napfogyatkozás utolsó szakaszában a már megcsodált jelenségek játszódnak le fordított sorrendben. A teljesség időtartama alatt vegyük le a szemüvegeket és a hegesztőmaszkokat, de vigyázzunk arra, hogy a gyémántgyűrű megjelenésekor már ismét rajtunk legyenek, mivel ez a legveszélyesebb pillanata a fogyatkozásnak. Ezért feltétlenül tudnunk kell, hogy az adott földrajzi helyen mennyi ideig tart a totalitás. Az ide vonatkozó térképeket és táblázatokat a cikk végén megadott Internet-címeken találhatjuk meg.

Hazánkban az évszázad legnagyobb csillagászati eseményének számító napfogyatkozásra augusztus 11-én kerül sor. A Hold teljes árnyéka 12 óra 46 perckor (helyi időben, vagyis közép-európai idő nyári időszámítás) éri el Magyarország területét, és tízezer négyzetkilométernyi területet borít majd be (a részleges fogyatkozás kb. 1,5 órával korábban kezdődik). Az a sáv, ahol az árnyék elvonul, 121 kilométer széles lesz. Minél közelebb leszünk az árnyékzóna centrumához, annál hosszabb ideig tart majd a teljesség ideje. Aki a legtovább akarja élvezni a nem mindennapi látványt, annak a Szombathely, Sárvár, Tihany, Balatonfüred, Siófok, Cece, Simontornya, Kiskőrös, Soltvadkert, Kiskunmajsa, Szeged és Makó városok képzeletbeli egyenesén kell elhelyezkedniük.

Hivatkozások
Magyar honlapok

`http://napfogyatkozas.mcse.hu/` – Magyar Csillagászati Egyesület – a legjobb honlap ebben a témában magyar nyelven! Térképek, időadatok, fontos információk minden mennyiségben.

`http://www.supernova.akg.hu/napfogy/index.htm` – Az AKG Csillagászat szakkörének diákok által készített napfogyatkozás oldalai igen látványosak és jól összeszedett információkat nyújtanak.

`http://www.jate.u-szeged.hu/jate/central/obs/nf990811.html` – a József Attila Tudományegyetem (Szeged) honlapja a napfogyatkozásról – tudományos cikkek, adatok, térképek; Szegeden 2 perc 21 másodpercig tart a totalitás!

`http://193.224.217.25/bartok/napfogy/napfogy.htm` – Bartók rádió – egy szép és közérthető honlap.

`http://innin.elte.hu/se-99.html` – ELTE Csillagászat Tanszék – információk angol nyelven is!

Idegen nyelvű honlapok, további hivatkozásokkal

`http://umbra.nascom.nasa.gov/eclipse/` – NASA Eclipse Homepage – a NASA minden igényt kielégítő fogyatkozás honlapja.

`http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/eclipse.html` – A NASA Goddard Space Flight Center honlapja – egyetlen hatalmas kapcsolódásgyűjtemény és adatbázis.

`http://www.eso.org/outreach/spec-prog/aol/market/collaboration/eclipse99/` – Az Astronomy On-Line kitűnő oldalai. Főleg a kapcsolatgyűjtemény érdekes, ahol általános, megfigyelési és fotózási szempontból vannak csoportosítva az ajánlott oldalak.

`http://www.exploratorium.edu/eclipse/alt_index.html` – Stories from the Path of Totality – nagyszerű kép- és videogyűjtemény egy karibi fogyatkozásról.

`http://www.hermit.org/Eclipse1999/` – Solar Eclipse 1999.

`http://www.iap.fr/` – L'Institut d'Astrophysique de Paris – napfogyatkozás oldalak francia nyelven.

Selmeczi Anna és **Simon Tamás**
(AKG Csillagászat szakkör)

Pályázati felhívás*

Institute of Physics, Polish Academy of Sciences (Warsaw, Poland), announces

The Eighth International Competition

FIRST STEP TO NOBEL PRIZE IN PHYSICS

This is an International Competition in Physics Research Projects for Secondary/High School Students. The competition targets secondary/high school students who are interested in physics and are willing to perform their own research works in physics. At times, their results are very interesting and valuable. The Institute of Physics in the Polish Academy of Sciences will organise the eighth competition in the 1999/2000 academic year, and invited the participation of students based on the rules below.

General Rules:

1. All the secondary/high school students regardless of the country, type of the school etc. are eligible for the competition. The only conditions are that the school cannot be considered as a university college and the age of the participant should not exceed 20 years on March 31, 2000.

2. There are no restrictions concerning the subject matter of the papers, their level, methods applied etc. All these are left to the participants' choice. The papers, however, have to have a research character and deal with physics topics or topics directly related to physics.

3. Every participant can submit one or more papers but each paper should have only one author. The total volume (i.e. text + figures + captions + tables + references) of each paper should not exceed 25 normal typed pages (about 50,000 characters).

4. The papers will be refereed by the Organising Committee and the best will be awarded. The number of awarded papers is not limited. All the awards will be considered equivalent. The Authors of the awarded papers will be invited to the Institute of Physics (or to institutions co-operating with the Institute of Physics) for one month's research stay (the stays are scheduled for November 2000). The necessary stay expenses (without expenses for travel) will be paid by the organisers. Unfortunately, the travel expenses to and from Poland cannot be paid by the organisers and the winners will have to find some sponsors.

5. In addition to the regular awards the Organising Committee may establish a number of honourable mentions. The participants who won the honourable mention receive diplomas, but they are not invited to the research stay.

6. The participants send their papers in two copies in English only by March 31, 2000 to:

Mrs. Maria Ewa Gorzkowska, M. A.
Secretary of the FIRST STEP
Institute of Physics, Polish Academy of Sciences
al. Lotnikow 32/46, (PL) 02-668 Warszawa

---

* Ezt a pályázatot a tudományos kutatáshoz hajlamot érző, angolul értő Olvasóinknak ajánljuk.

7. Each paper should contain the name, birth date and home address of the Author and the name and address of his/her school.

8. IMPORTANT: The papers which do not conform the above mentioned formal conditions will not be evaluated. In particular that refers to the following papers:

* written in language different than English or written by hand,
* received after the deadline (the participants should sent the papers out to the organisers early enough),
* submitted without copy or without data about the author,
* in which physics does not play a basic role,
* which do not have a research character (descriptive papers, essays, papers without any own results received by the Authors etc. are rejected in the first pass of evaluation).

We hope that our competition will provide the pupils with an opportunity to compare their own achievements with these of their colleagues from other countries. Also we hope that the stay of young scientists in our Institute will result in friendly relationship between them, what seems especially valuable for the future.

On behalf of the Organising Committee:

Dr. Yohanes Surya (Jakarta, Indonesia)

Dr. Waldemar Gorzkowski (Warsaw, Poland)

Vice-President of the Organising Committee President of the Organising Committee

Additional information on the competition and on the proceedings of the past competitions can be obtained from Dr. Waldemar Gorzkowski – phone: (48)22-8435212; fax: (48)22-8430926; e-mail: gorzk@ifpan.edu.pl or from Dr. Yohanes Surya – e-mail: `yohaness@centrin.net.id`

Current information on the competition and related topics can be found also in the subdirectory pub/competitions of the regular anonymous on the ftp server `ftp.ifpan.edu.pl`. See also:

`http://nobelprizes.com/firstep/` (maintained by Mr. Boris Pevzner from the Almaz Enterprize in the USA).

Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása

FGy. 3184. *A hóval borított sportpályát egy tolólapátos erőgéppel takarítják. A gép állandó sebességgel halad, és eközben az előtte levő havat a pálya szemközti oldalára tolja. A pálya hossza kétszerese a szélességének.*

Hogyan mozogjon a gép a pályán, hogy a végzett munka kevesebb legyen: keresztben, vagy hosszában? Mennyi a munkák aránya?

Közli: *Farkas László,* Keszthely

Megoldás. Tételezzük fel, hogy a hókotró által kifejtett erő a tolólapát által mozgatott (tehát egyre növekvő mennyiségű) hó tömegével arányos. A hókotró által letakarított sáv szélessége mindkét esetben ugyanakkora, emiatt a gép által megtett út is független attól, hogy keresztben vagy hosszában takarítjuk a pályát. A gép által kifejtett erő viszont a megmozgatott hó *átlagos* tömegével arányos, tehát a kereszt irányú takarításnál fele akkora, mint a hosszában történő hókotrásnál.

Érdemes tehát a pálya rövidebb oldalával párhuzamosan letakarítani a sportpályát, mert a végzett munka így csak fele akkora (általános esetben a pálya oldalainak arányának megfelelően kisebb) lesz, mint a hosszanti takarításnál.

Donkó Tímea (Szolnok, Tiszaparti Gimn. és Humán Szki. 10. o.t.) és
Kovács Katalin (Mezőkövesd, Szent László Gimn. 10. o.t.) dolgozata alapján

466 dolgozat érkezett. 4 pontot kapott Kriesch Tamás. Helyes 333, hiányos (1–2 pont) 65, hibás 65, Nem versenyszerű 2 dolgozat.

FGy. 3186. *Egyatomos ideális gáz állandó nyomáson tágul, miközben energiája* 3 kJ*-lal megnő. Mennyi munkát végez? Mennyi hőt vesz fel?*

(3 pont) Közli: *Ujhelyi László,* Budapest

Megoldás. Egyatomos ideális gáz állapotegyenletei:

$$E=\frac{3}{2}nRT,\qquad \text{illetve}\qquad pV=nRT,$$

ahol E a gáz belső energiája, n pedig a mólszám.

A gáz belső energiájának növekedését ismerjük: $\Delta E=\frac{3}{2}nR\Delta T=3$ kJ. Mivel a gáz állandó nyomáson tágul, a gáz által végzett munka

$$p\Delta V=nR\Delta T=\frac{2}{3}\Delta E=2\ \text{kJ}.$$

A gáz által felvett hő a hőtan első főtételéből számítható ki: $Q_{\text{fel}}=\Delta E+p\Delta V=5$ kJ.

Több dolgozat alapján

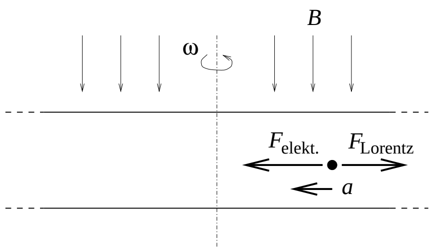
400 dolgozat érkezett. Helyes 232 megoldás. Hiányos (1–2 pont) 139, hibás 29 dolgozat.

FF. 3191. *Állandó ω szögsebességgel forgatunk egy vékony fémrudat a középpontján átmenő és a rúdra merőleges forgástengely körül, a forgástengellyel párhuzamos homogén mágneses mezőben. Milyen töltéseloszlás alakul ki a rúd belsejében?*

(5 pont) Közli: *Rácz György,* Mezőkövesd

Megoldás. A fémrúd belsejében a töltéshordozók (az elektronok) szabadon el tudnak mozdulni. A mágneses térben mozgó rúd elektronjaira az érintőleges sebességükkel arányos nagyságú Lorentz-erő hat. Ennek hatására a rúd megforgatásakor az elektronok a rúdhoz képest elmozdulnak, a mágneses mező és a forgás irányától függően vagy kifelé, vagy a forgástengely felé mozognak. Kezdetben (a még nem forgó) a fémrúd belsejében nem volt elektromos erőtér, az elmozduló töltések hatására viszont egyre erősebb elektromos mező alakul ki, amely egyre jobban gátolja az elektronok további mozgását. A töltéshordozók átrendeződése mindaddig tart, amíg az elektromos erő és a mágneses

Lorentz-erő együttes hatása éppen akkora nem lesz, amekkora erő az elektronok körpályán tartásához szükséges (*1. ábra*).



1. ábra

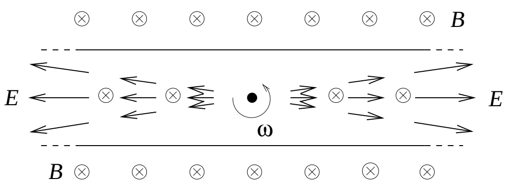
Jelöljük az elektron töltését e-vel, tömegét pedig m-mel, a mágneses indukció nagyságát pedig$B$-vel! A forgástengelytől r távolságban $r\omega$ sebességgel mozgó elektronok gyorsulása $r\omega^2$, a mozgásegyenletük tehát

$$eE - eBr\omega = -mr\omega^2,$$

ahol $E(r)$ az elektromos tér nagysága a forgástengelytől r távolságban. Az elektromos mező nagysága tehát

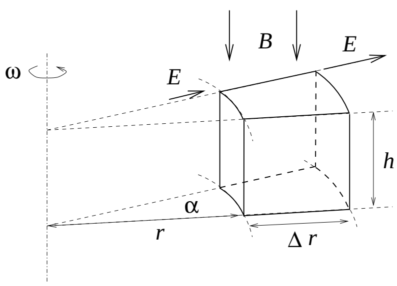
$$E(r) = r\left(B\omega - \frac{m}{e}\omega^2\right),$$

iránya pedig a forgástengelyre merőleges, hiszen mind a Lorentz-erő, mind pedig a centripetális gyorsulás ilyen irányú (vagy ezzel ellentétes).



2. ábra

Azt az eredményt kaptuk tehát, hogy a fém belsejében inhomogén elektromos mező alakul ki, melynek nagysága a forgástengelytől mért távolsággal egyenesen arányos (az arányossági tényezőt jelöljük K-val), iránya pedig (a szögsebesség és a mágneses mező irányától függően) a forgástengely felé, vagy éppen azzal ellentétesen mutat (*2. ábra*). Az elektron fajlagos töltése, vagyis az e/m hányados SI-egységekben mérve nagyon nagy szám, emiatt reális B és ω értékek mellett a körmozgáshoz szükséges erő sokkal kisebb, mint a Lorentz-erő, vagyis $K \approx B\omega$.



3. ábra

Tekintsünk a fém belsejében egy kicsiny, trapéz alapú hasábbal közelíthető térrészt. Legyen az alaplap két „oldala” r és $r+\Delta r$ sugarú körív, másik két oldala zárjon be egymással α szöget, a magassága pedig legyen a forgástengellyel párhuzamos és h nagyságú (*3. ábra*). Számítsuk ki, mekkora elektromos fluxus halad át a térrész oldalfalain, majd ebből – a Gauss-törvény felhasználásával – számítsuk ki a vizsgált térrészben levő elektromos töltés mennyiségét!

Az r sugarú hengerpalást-darab területe $hr\,\alpha$, a rajta áthaladó (belépő) elektromos fluxus tehát $E(r)\cdot hr\alpha = hK\,\alpha r^2$. A másik hengerpalást-darabon áthaladó (kilépő) fluxus $K\,h\,\alpha(r+\Delta r)^2$, a többi felületen pedig nem haladnak át elektromos erővonalak, a fluxus nulla. A térrész teljes felületén összesen

$$\Psi = Kh\alpha\left[(r+\Delta r)^2 - r^2\right] \approx 2Kh\alpha r\Delta r \approx 2B\omega h\alpha r\Delta r$$

fluxus halad át, s így Gauss törvénye értelmében a ΔV térfogatú térrészben $Q=\varepsilon_0\Psi$ nagyságú (eredő) töltésnek kell elhelyezkednie. A térfogategységre jutó töltés nagysága, vagyis a töltéssűrűség:

$$\varrho=\frac{Q}{\Delta V}=\varepsilon_0\frac{2B\omega h\alpha r\Delta r}{hr\alpha\Delta r}=2\varepsilon_0 B\omega.$$

Ez a töltéssűrűség a helytől független, tehát a töltéseloszlás *egyenletes*. A kialakuló töltések előjele akkor pozitív, ha a Lorentz-erő a negatív elektronokat kifele „hajtja", fordított forgásirány vagy fordított irányú mágneses tér esetében viszont a töltéseloszlás negatív lesz. Természetesen a test össztöltése mindkét esetben nulla kell legyen. A belülről hiányzó elektronok a rúd felületén (a hengerpaláston és a rúd végein) helyezkednek el, ha pedig a rúd belsejében eredő negatív töltéssűrűség alakul ki, akkor a felület pozitív lesz. A felületi töltéseloszlás pontos alakját elemi úton nem tudjuk meghatározni, de ez ebben a feladatban nem is volt kérdés.

(G. P.)

Megjegyzés. A töltéssűrűség kiszámításánál fontos volt, hogy a vékony fémrudat ne tekintsük „egydimenziós" alakzatnak. Ha így tettünk volna, vagyis a kialakuló elektromos mezőnek csak a rúddal párhuzamos komponensét vizsgáljuk, akkor a fenti eredmény *felét* kapjuk csak meg. A hiba onnan származna, hogy ilyenkor nem vennénk figyelembe a rúd kicsiny (értelemszerűen hengeresnek tekintett) darabkájának palástján áthaladó elektromos fluxust. Meglepő, de igaz, hogy a majdnem párhuzamos elektromos mezőből éppen annyi elektromos fluxus „szökik meg" a paláston, mint amennyi a henger alaplapján és fedőlapján átfutó fluxusok különbsége.

44 dolgozat érkezett. Helyes megoldás nem volt. Kicsit hiányos (4 pont) 8, hiányos (1–3 pont) 19, hibás 17 dolgozat.

FGy. 3198. *Egy főzőpohárban alul olyan folyadék helyezkedik el, amelynek sűrűsége a víz sűrűségének* 3*-szorosa. Felette víz van, a víz az említett folyadékkal nem keveredik. Van a főzőpohárban még egy jégdarab is, amibe belefagyott egy alumíniumdarabka. A jégdarab elolvadása során hogyan változnak meg a folyadékszintek?*

Közli: *Balogh Péter,* Budapest

Megoldás. Tételezzük fel, hogy a folyadékrétegek vastagsága elég nagy ahhoz, hogy a jég ne érjen le az edény aljára, vagy hogy ne legyen egyszerre a levegőben, vízben és a sűrű folyadékban. Ekkor a jégdarab átlagos sűrűségétől függően 3 kezdeti helyzet lehetséges: 1. a jégdarab kiáll a vízből, 2. lebeg a vízben, 3. úszik a két folyadék határán. (Az alumínium sűrűsége kisebb, mint a víz sűrűségének háromszorosa.)

Ha a jégdarab kiáll a vízből, akkor valamennyi jég elolvadása után átlagos sűrűsége eléri a víz sűrűségét. Az eddigi olvadás során a vízszint nem változik, így eljutunk a 2. kezdeti állapothoz, amikor a jégdarab nem áll ki a vízből. A maradék jég elolvadása után az alumíniumdarabka lesüllyed a két folyadék határára, a víz szintje pedig csökken, mert a jég térfogata nagyobb, mint az elolvadásakor keletkező vízé. Az alumínium darabka mozgása a vízszint magasságát már nem befolyásolja, és mivel valamennyire bemerül a sűrűbb folyadékba, megemeli annak szintjét.

A 3. kezdeti állapot esetén a jég olvadása az előbb mondottak szerint csökkenti a víz szintjét. Megvizsgáljuk, hogyan változik az alsó folyadék szintje. A jégdarab kezdetben merüljön V_1 térfogattal a sűrűbb folyadékba, V_2-vel a vízbe. $V_1+V_2=V_j+V_{al}$, és

Arkhimédész törvénye szerint:

$$V_1\varrho_1+V_2\varrho_2=V_\mathrm{j}\varrho_\mathrm{j}+V_\mathrm{al}\varrho_\mathrm{al}.$$

Fentiekből $V_1(\varrho_1-\varrho_2)=V_\mathrm{j}(\varrho_\mathrm{j}-\varrho_2)+V_\mathrm{al}(\varrho_\mathrm{al}-\varrho_2)$.

A végső helyzetben az alumínium darabka merüljön V_1' térfogattal a sűrűbb folyadékba, V_2'-vel a vízbe. $V_1'+V_2'=V_\mathrm{al}$, és Arkhimédész törvénye szerint:

$$V_1'\varrho_1+V_2'\varrho_2=V_\mathrm{al}\varrho_\mathrm{al},$$

amiből $V_1'(\varrho_1-\varrho_2)=V_\mathrm{al}(\varrho_\mathrm{al}-\varrho_2)$. Mivel $\varrho_\mathrm{j}<\varrho_2$, ezért $V_1'>V_1$, tehát az alumínium darabka nagyobb térfogattal merül az alsó folyadékba, mint kezdetben a jég, tehát a sűrűbb folyadék szintje megemelkedik.

Ha a folyadékrétegek nem elég vastagok, a jégdarab (és esetleg az alumíniumdarabka is) egyensúlyi helyzetében mindkét folyadékba bemerül, és a levegőbe is kinyúlik, vagy leér az edény aljára, akkor szinte mindenféle eredmény előfordulhat a testek alakjától is függően.

Elizabeth Ann Almasi (Clayton, California, 9. o.t.)
Gajdos Béla (Beregszász, Bethlen G. Gimn., 11. o.t.)

239 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Gajdos Béla. Helyes 37, kicsit hiányos (4 pont) 25, hiányos (1–3 pont) 91, hibás 81. Nem versenyszerű 4 dolgozat.

FF. 3201. *Vízszintes tengelyű, R sugarú henger tetejéről súrlódásmentesen csúszik le egy m tömegű, Q töltésű kis test. A henger homogén mágneses mezőben van,* **B** *a henger tengelyével párhuzamos irányú.*

Hol válik el a hengertől a kis test? Előfordulhat-e olyan (reális) eset, hogy a kis test sehol sem válik el a hengertől?

Közli: *Varga István,* Békéscsaba

Megoldás. A kis test sugárirányú mozgását leíró egyenlet:

$$m\frac{v^2}{R}=mg\cos\varphi-K\pm QvB,$$

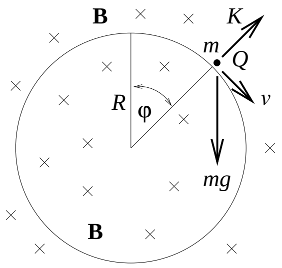
ahol K a henger által a testre kifejtett kényszererő, a QvB nagyságú Lorentz-erő előjele a mágneses mező irányától függ. Súrlódásmentes csúszás esetén a test mechanikai energiája állandó: $\frac{1}{2}mv^2=mgR(1-\cos\varphi)$, amiből $v=\sqrt{2gR(1-\cos\varphi)}$. A test akkor válik el a hengertől, amikor a kényszererő nullává válik. A v sebesség előző kifejezését behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$K=mg(3\cos\varphi-2)\pm QB\sqrt{2gR(1-\cos\varphi)}=0.$$

E másodfokú egyenletből

$$\cos\varphi=\frac{12-p\pm\sqrt{p^2+12p}}{18},$$

ahol p a $\frac{2Q^2B^2R}{m^2g}$ dimenziótlan mennyiséget jelöli. A négyzetgyök előtt pozitív (negatív) előjel áll, ha a Lorentz-erő a henger középpontja felé (azzal ellentétesen) mutat.



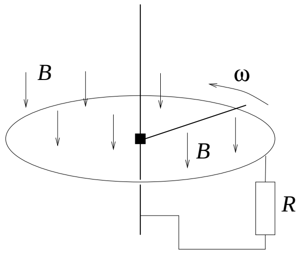
Mágneses mező nélkül ($p=0$ esetén) a kis test a $\cos\varphi = \frac{2}{3}$-nak megfelelő $\varphi \approx 48{,}2°$-nál válik el a hengertől. Ha a Lorentz-erő befelé mutat, akkor minél erősebb a mágneses tér (minél nagyobb p), annál kisebb lesz $\cos\varphi$, tehát annál nagyobb lesz a kis test lerepülési helyére jellemző φ szög. $p > \frac{25}{2}$ esetben nincs megoldás ($\cos\varphi < -1$ kellene teljesüljön), a test tehát sehol nem válik el a hengertől. (Ehhez persze nagy töltés vagy nagyon erős mágneses mező szükséges). Ha a Lorentz-erő kifelé mutat, akkor $\varphi < 48{,}2°$, B növelésével φ egyre csökken és $B \to \infty$ esetén $\varphi \to 0$.

Több megoldás alapján

46 dolgozat érkezett. Kicsit hiányos (4 pont) 24, hiányos (1–3 pont) 21, hibás 1 dolgozat.

FF. 3202. *Függőleges vezető tengelyhez elforgathatóan csatlakozik egy vízszintes,* 50 cm *hosszúságú fémrúd. A fémrúd végénél egy vezető körívre támaszkodik; a körívet az ábra szerint egy* $0{,}1\ \Omega$ *ellenállású vezető köti össze a tengellyel. (Minden más vezető ellenállása és a súrlódás elhanyagolható.) A berendezés homogén,* 0,8 T *indukciójú, függőleges mágneses mezőben van.*

Mekkora forgatónyomatékot kell kifejtenünk a rúdra, hogy az állandó, $10\ \mathrm{s}^{-1}$ *szögsebességgel forogjon?*



Közli: *Holics László,* Budapest

Megoldás. Határozzuk meg először, hogy mekkora feszültség indukálódik az ω szögsebességgel forgó, r hosszúságú fémrúdban. Mivel a rúd $\Delta t = 2\pi/\omega$ idő alatt $r^2\pi$ területet „súrol", az ennek megfelelő fluxusváltozás $\Delta\Phi = Br^2\pi$, az indukált feszültség pedig

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{Br^2\omega}{2}.$$

Ilyen feszültség mellett az ellenállásra jutó teljesítmény (egységnyi idő alatt fejlődő hő)

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{B^2\omega^2 r^4}{4R}.$$

Ezt a teljesítményt a rúdra ható M forgatónyomatékkal is ki tudjuk fejezni: $P = M\omega$, ahonnan

$$M = \frac{B^2\omega r^4}{4R} = 1\ \mathrm{N\,m}.$$

Gajdos Béla (Beregszász, Bethlen G. Gimn. 11. o.t.)

55 dolgozat érkezett. Helyes 39 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 8, hiányos (1–2 pont) 5, hibás 1, nem versenyszerű 2 dolgozat.

FN. 3203. *Hőszigetelt, de könnyen táguló burokban lévő gáz környezetében a nyomás p_1-ről p_2-re csökken, ezért a bezárt gáz kitágul és lehűl. Mikor csökken jobban a burokban levő gáz hőmérséklete: ha a külső nyomás csökkenése lassan, vagy ha hirtelen következik be?*

Közli: *Kotek László,* Pécs

I. megoldás. A könnyen táguló burok ugyanazt a szerepet tölti be, mint egy tartályt lezáró csőben könnyen mozgó dugattyú, a továbbiakban tehát ezt a szóhasználatot fogjuk követni.

Ha a külső nyomást lassan csökkentjük, akkor dugattyú lassan mozdul el, közbenső állapotai lényegében egyensúlyinak tekinthetők. Ilyenkor a belső gáz állapotváltozása adiabatikus, a belső energiájának csökkenése éppen a gáz által végzett tágulási munkával egyenlő.

A második esetben, amikor a külső légnyomást hirtelen csökkentjük, a dugattyúra ható erők eredője nem lesz nulla. A dugattyú tehát gyorsulni kezd, sebesége eleinte nő, majd az egyensúlyi helyzeten átlendülve fokozatosan lassulva megáll, és elindul visszafele. Ha nem lenne súrlódás (sem a dugattyú és a tartály fala között, sem pedig a gáz „belső súrlódása” nem játszana szerepet), akkor a dugattyú sosem állna meg, a térfogata, a nyomása és hőmérséklete is periodikusan váltakozna, nem lenne értelme tehát a gáz kialakuló hőmérsékletéről beszélni. A valóságban azonban nem ez történik, a rezgés előbb-utóbb megáll, mert a dugattyú (rendezett) mozgási energiája disszipálódik, a rendezetlen hőmozgásnak megfelelő belső energiát növeli.

A gáz végső (egyensúlyi) térfogata, és ezzel arányosan a belső energiája és a hőmérséklete a második esetben nem lehet ugyanakkora, mint amekkorák ezek a mennyiségek az első (adiabatikus) esetben, hanem azoknál nagyobb, hiszen a belső energia csökkenése kisebb, mint a gáz által végzett tágulási munka, és az energiakülönbség (vagy annak egy része) a súrlódáson keresztül „visszakerül” a gáz + dugattyú rendszerbe.

A tartályban (burokban) levő gáz hőmérséklete tehát akkor csökken jobban, ha a külső nyomás *lassan* csökken.

Katona Gergely (Budapest, ELTE Trefort Á. Gyak. Gimn. 12. o.t.) dolgozata alapján

II. megoldás. Az első (lassú nyomáscsökkenésnek megfelelő) esetben a gáz állapotváltozása megfordítható (reverzibilis). A gyorsan csökkenő külső nyomásnál a rendszer közbenső állapotai nem tekinthetők egyensúlyinak, burok gyors mozgásba, majd a disszipatív folyamatok hatására a rendszer állapotváltozása megfordíthatatlan (irreverzibilis).

A hőtan II. főtétele értelmében egy rendszer entrópiájának ΔS változása reverzibilis folyamatoknál a $\Delta Q/T$ mennyiségek összege (integrálja), irreverzibilis folyamatoknál pedig ennél nagyobb. Az első esetben a folyamat reverzibilis, továbbá (a burok hőszigetelése miatt) nincs hőközlés ($\Delta Q=0$), így $\Delta S_{\text{rev}}=0$. A második (gyors nyomáscsökkenésnek megfelelő) esetben a folyamat irreverzibilis, a gázzal közölt hő pedig vagy nulla (ha a rezgés csillapodását a gáz belső súrlódása okozza), vagy pedig pozitív (ha a burok súrlódása is számottevő). Akármelyik eset áll is fenn, $\Delta S_{\text{irrev}}>0$.

Egy bizonyos mennyiségű gáz entrópiájának megváltozása független a folyamat részleteitől, a kezdeti állapot és a végállapot egyértelműen meghatározza. Másképp megfogalmazva: az entrópia *állapotjelző,* amely kifejezhető más állapotjelzőkkel, pl. a nyomással és a hőmérséklettel. Belátható (pl. egy izoterm és egy izobár állapotváltozást tekintve), hogy mólnyi mennyiségű, C_p izobár mólhőjű gázra

$$S(T,p)=C_p\cdot\ln T-R\cdot\ln p+S_0,$$

a (T_0,p_0) állapotból (T,p) állapotba kerülő gáz entrópiaváltozása

$$\Delta S=C_p\ln\frac{T}{T_0}-R\cdot\ln\frac{p}{p_0}.$$

A vizsgált folyamatokban a kezdeti p_0 és végső p nyomás aránya ugyanakkora, a reverzibilis és az irreverzibilis entrópiaváltozás közötti különbségből tehát a végső hőmérsékletek közötti különbségre következtethetünk:

$$\Delta S_{\text{irrev}}>S_{\text{rev}}\qquad\Rightarrow\qquad T_{\text{gyors}}>T_{\text{lassú}}.$$

A burokban levő gáz tehát gyorsan csökkentett külső nyomás esetén kevésbé hűl le, mint amikor a nyomáscsökkenés lassan következik be.

Ravasz Mária-Magdolna (Sepsiszentgyörgy, Mikes K. Líceum 12. o.t.) és
Szabó László (Temesvár, Bartók B. Líceum 12. o.t.)

34 dolgozat érkezett. Helyes Belkovits Katalin, Gáspár Merse Előd, Katona Gergely, Lipcsei Gábor, Péterfalvi Csaba, Ravasz Mária-Magdolna és Szabó László megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) Hegedűs Ákos, Lengyel Tímea, Terpai Tamás és Tóth Bálint dolgozata. Hiányos (1–4 pont) 11, hibás 10, nem versenyszerű (név nélküli) 2 dolgozat.

FGy. 3204. Egy rajzszeg hegye kb. 0,1 mm^2, lapja 1,2 cm^2 területű. Mekkora nyomást kell kifejtenünk a rajzszeg fejére, hogy hegye a levegő nyomásának ezerszeresét fejtse ki a rajztáblára? Mekkora erőt alkalmazunk ekkor?

Közli: *Holics László,* Budapest

Megoldás. A rajzszeg hegye $10^8\ \mathrm{Pa}\cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}^2=10$ N erőt fejt ki a rajztáblára, ugyanekkora erővel kell nyomnunk a rajzszeg fejét. A kifejtett nyomás

$$p=\frac{10\ \mathrm{N}}{1{,}2\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2}=83{,}33\ \mathrm{kPa}.$$

Több megoldás alapján

451 dolgozat érkezett. Helyes 350 megoldás. hiányos (1–2 pont) 74, hibás 20, nem versenyszerű 7 dolgozat.

FGy. 3206. *Egy úszó sűrűségmérő (areométer)* 800 $\mathrm{kg/m^3}$ *és* 2000 $\mathrm{kg/m^3}$ *közötti sűrűségekre van hitelesítve, a nekik megfelelő jelek közötti távolság* 28 cm. *Az alsó jeltől számítva milyen magasságban van az* 1400 $\mathrm{kg/m^3}$*-nek megfelelő jel?*

Közli: *Varga István,* Békéscsaba

Megoldás. Arkhimédész törvénye szerint

$$mg=\varrho_0Vg=\varrho_{\mathrm{x}}Axg+\varrho_{\mathrm{x}}Vg,$$

ahol m a sűrűségmérő tömege, $\varrho_0 = 2000\ \mathrm{kg/m^3}$, V a 2000-es jel alatt lévő rész térfogata, A a beosztásokat tartalmazó (egyenes csőnek feltételezett) rész keresztmetszete, x a ϱ_{x} jel és a 2000-es jel közötti távolság. A fenti egyenlőséget felírjuk két különböző x-re (a másodikat y-nal fogjuk jelölni), s így azt kapjuk, hogy

$$y = x\frac{\varrho_{\mathrm{x}}(\varrho_0 - \varrho_{\mathrm{y}})}{\varrho_{\mathrm{y}}(\varrho_0 - \varrho_{\mathrm{x}}}.$$

Az $x = 28$ cm, $\varrho_{\mathrm{x}} = 800\ \mathrm{kg/m^3}$, $\varrho_{\mathrm{y}} = 1400\ \mathrm{kg/m^3}$ adatokkal $y = 8$ cm.

Több dolgozat alapján

Megjegyzés. Ha feltételezzük, hogy a sűrűségmérő végig egy egyenes cső, akkor $x \cdot \varrho_{\mathrm{x}}$ az eszközre jellemző állandó, ha az x távolságot a mérő aljától számítjuk. Ennek alapján egyszerűen kapjuk a fenti végeredményt.

Szilágyi Tamás (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 10. o.t.)

366 dolgozat érkezett. Helyes 252 megoldás. hiányos (1–3 pont) 31, hibás 76, nem versenyszerű 7 dolgozat.

FGy. 3207. *Hőszigetelt falú, zárt, légüres kis cső van egy héliumot tartalmazó, nagy méretű edényben. A gáz nyomása* 10^5 Pa*, hőmérséklete* 300 K*. Rövid időre kinyitjuk a kis cső végét, és így belemegy valamennyi hélium. Mekkora lesz a csőben a gáz hőmérséklete?*

(4 pont) *Orosz feladat nyomán*

Megoldás. A kezdetben légüres csőbe kerülő hélium nem végez munkát (sem pozitív, sem negatív értelemben), hőcsere sincs, tehát a hélium (tömegegységre vonatkoztatott) belső energiája *nem* változik meg. Másrészt viszont az ideális gáznak tekinthető hélium belső energiája csak a hőmérséklettől függ, így a hőmérséklet sem változhat meg, 300 K marad.

Úgy is érvelhetünk, hogy a nyíláson áthaladó gázmolekulák megtartják eredeti sebességüket, s a cső falával való ütközés is csak a sebesség irányát változtatja meg, a nagyságát nem. A gázrészecskék átlagos mozgási energiája tehát nem változik meg, s mivel ez a mennyiség a gáz hőmérsékletével arányos, a hőmérséklet is változatlan kell maradjon.

Toka László (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. 10. o.t.)

67 dolgozat érkezett. Helyes 25 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 5, hiányos (1–2 pont) 21, hibás 16 dolgozat.

FF. 3208. *Becsüljük meg a Föld és a Vénusz légkörének tömegét! A felszíni nyomás a Vénuszon* 90*-szer nagyobb, mint a Földön, a Vénusz közepes átmérője* 5 %*-kal, sűrűsége* 10 %*-kal kisebb a Földénél.*

Közli: *Gáspár Merse Előd,* Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn.

Megoldás. A földi légkör súlya a Föld $4R^2\pi$ felszínének és a p légköri nyomásnak szorzata (hiszen a nyomás az egységnyi felületre nehezedő erő, és ez az erő a megfelelő légoszlop súlya). A súly ismeretében a légkör m tömegét is könnyen ki tudjuk számítani.

(A légkör „magassága” sokkal kisebb, mint a Föld sugara, ezért a g nehézségi gyorsulást a felszíni értékkel közelíthetjük.) Az ismert (vagy táblázatból kikereshető) adatok alapján meghatározhatjuk a Föld légkörének tömegét:

$$m_{\mathrm{F}} = \frac{4R^2\pi p}{g} = 5{,}2\cdot 10^{18}\ \mathrm{kg}.$$

A Vénusz esetében p, R és g is különbözik a földi értékektől. Tekintettel arra, hogy a g nehézségi gyorsulás Newton gravitációs törvénye értelmében M/R^2-tel arányos (M a bolygó össztömege), M pedig a ϱ átlagsűrűség és $\frac{4\pi}{3}R^3$ szorzatával egyenlő, a légkör tömege (bármely bolygónál)

$$m = \frac{M}{g} \propto \frac{pR^2}{\varrho R} = \frac{pR}{\varrho}.$$

Ezek szerint a Vénusz légkörének és a földi légkörnek a tömegaránya

$$\frac{m_{\mathrm{V}}}{m_{\mathrm{F}}} = \frac{p_{\mathrm{V}}}{p_{\mathrm{F}}}\cdot\frac{R_{\mathrm{V}}}{R_{\mathrm{F}}}\cdot\frac{\varrho_{\mathrm{F}}}{\varrho_{\mathrm{V}}} = 90\cdot\frac{0{,}95}{0{,}9} = 95,$$

a Vénusz légkörének tömege pedig $4{,}9\cdot 10^{20}$ kg.

Toka László (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. 10. o.t.) dolgozata alapján

185 dolgozat érkezett. Helyes 125 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 29, hiányos (1–2 pont) 27, hibás 2, nem versenyszerű 2 dolgozat.

FF. 3210. *Elvileg a Föld és a Hold is feltölthető elektromosan úgy, hogy elektronokat lövünk ki róluk az űrbe. Legalább mennyi munkára lenne szükség így ahhoz, hogy a fellépő elektrosztatikus taszítás végül elszakítsa a Holdat a Földtől? Mire fordítódna a végzett munka legnagyobb része?*

Közli: *Bihary Zsolt,* Budapest

Megoldás. A szükséges mennyiségű töltés eltávolítása után legyen a Föld töltése Q_1, a Holdé Q_2. Az elszakadás akkor következik be, ha az elektromos taszítóerő nagyobb lesz, mint a gravitációs vonzóerő:

$$k\frac{Q_1Q_2}{r^2} > f\frac{M_{\mathrm{F}}M_{\mathrm{H}}}{r^2}.$$

Innen $Q_1Q_2 > fM_{\mathrm{F}}M_{\mathrm{H}}/k$ ($\approx 3{,}25\cdot 10^{27}\ \mathrm{C}^2$).

Ha valamelyik égitest (pl. a Föld) már Q töltésű, és el akarunk távolítani róla még $-\Delta Q$ töltést, akkor ehhez $\Delta W = kQ\Delta Q/R_{\mathrm{F}}$ munkát kell végeznünk. Q lineárisan változik, átlagos nagysága $Q_1/2$, a teljes munka $\frac{1}{2}kQ_1^2/R_{\mathrm{F}}$. (Úgy is érvelhetünk, hogy a gömbkondenzátornak tekinthető Föld elektrosztatikus energiája $Q_1^2/(2C)$-re nő, $C = R_{\mathrm{F}}/k$.) Q_1 össztöltésnek megfelelő számú elektron tömege $m = Q_1m_{\mathrm{e}}/e$, a gravitációs erő ellen végzett munka $fM_{\mathrm{F}}m/R_{\mathrm{F}}$.

Az összes munka:

$$W = \frac{kQ_1^2}{2R_{\mathrm{F}}} + \frac{kQ_2^2}{2R_{\mathrm{H}}} + \frac{fM_{\mathrm{F}}m_{\mathrm{e}}Q_1}{R_{\mathrm{F}}e} + \frac{fM_{\mathrm{H}}m_{\mathrm{e}}Q_2}{R_{\mathrm{H}}e}.$$

Felhasználva a számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenséget valamint az elszakadás korábban felírt feltételét azt kapjuk, hogy

$$W > 2\sqrt{\frac{kQ_1^2}{2R_\mathrm{F}}\cdot\frac{kQ_2^2}{2R_\mathrm{H}}} + 2\sqrt{\frac{fM_\mathrm{F}m_\mathrm{e}Q_1}{R_\mathrm{F}e}\cdot\frac{fM_\mathrm{H}m_\mathrm{e}Q_2}{R_\mathrm{H}e}} > f\frac{M_\mathrm{F}M_\mathrm{H}}{\sqrt{R_\mathrm{F}R_\mathrm{H}}}\left(1+2\sqrt{\frac{fm_\mathrm{e}^2}{ke^2}}\right).$$

(Megjegyezzük, hogy ez nem a legélesebb alsó korlát a szükséges munkavégzésre.) A zárójelben álló második tag (amely a kilökött elektronok gravitációs helyzeti energiájával kapcsolatos) az elektronok nagyon nagy fajlagos töltése miatt csupán 10^{-20} nagyságrendű, így az 1 mellett nyilván elhanyagolható. A szükséges munka eszerint

$$W > f\frac{M_\mathrm{F}M_\mathrm{H}}{\sqrt{R_\mathrm{F}R_\mathrm{H}}} \approx 9\cdot 10^{30}\ \mathrm{J}.$$

Ennek a munkának csak $\sqrt{R_\mathrm{F}R_\mathrm{H}}/r < 0{,}01$ része szükséges a Föld-Hold rendszer gravitációs helyzeti energiájának növelésére (r a Hold és a Föld jelenlegi távolsága), a munka túlnyomó része (több, mint 99 %-a) a kialakuló elektrosztatikus mező energiáját fedezi.

Buella Csaba (Tiszaújváros, Eötvös J. Gimn., 12. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A szóban forgó munkavégzés (energia) nagyobb, mint amennyit az Univerzum tízmilliárd évre becsült életkorának megfelelő idő alatt a Föld ma működő összes erőműve termelni tudna.

2. A Földet és a Holdat 10^{17} V nagyságrendű feszültségre kellene feltölteni ahhoz, hogy közöttük az elektromos taszítás nagyobb legyen, mint a gravitációs vonzás. Ehhez az elektronokat 10^{17} eV energiára kellene felgyorsítanunk, s ez az érték sokmilliószor (!) nagyobb, mint a mai legnagyobb részecskegyorsítókban elérhető gyorsítási energia.

27 dolgozat érkezett. Helyes Buella Csaba, Gajdos Béla, Katona Gergely, Takács Gábor és Tóth Bálint megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 13, hibás 6 dolgozat.

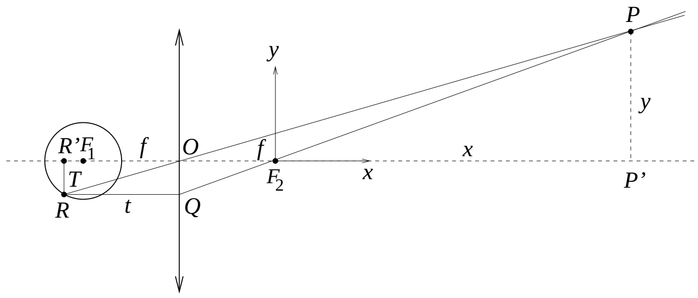
FN. 3213. *Milyen alakzattá képezi egy f fókusztávolságú gyűjtőlencse a fókusza körüli r sugarú gömböt?*

(6 pont) Közli: *Tichy Géza,* Budapest

Megoldás. Tételezzük fel, hogy a gömb átlátszó (tehát a felületének bármely pontjából eljuthat a fény a lencséhez), de a belsejének törésmutatója nem különbözik a levegőétől, így a fénysugarak csak a lencsénél törnek meg. (A gyakorlatban ilyen helyzet például egy gömbfelület alakú, vékony, de nem nagyon sűrű szövésű dróthálóval valósítható meg.)

A gömbfelület forgásszimmetriája miatt elegendő a gömb egy síkmetszetének, az optikai tengelyre illeszkedő egyik főkörének képét meghatároznunk, a teljes kép ezen görbe megforgatásából adódó forgásfelület lesz.

Tekintsük a lencse egyik (F_1) fókuszpontja körüli r sugarú kör valamely R pontját, és szerkesszük meg két nevezetes sugár segítségével az R-nek megfelelő P képpontot (*1. ábra*). Célszerű a P pontot a másik (F_2) fókuszpontba helyezett derékszögű koordináta-rendszerbeli (x, y) számpárral jellemezni.



1. ábra

Az $OR'R$ és $OP'P$ háromszögek hasonlóságából

$$\frac{y}{x+f}=\frac{T}{t},$$

az $F_2P'P$ és F_2OQ háromszögek hasonlóságából pedig

$$\frac{y}{x}=\frac{T}{f}$$

következik. (A szokásos módon t az R pontnak megfelelő tárgytávolságot, T pedig a tárgy méretét jelöli.) Ezekből az arányokból T és t kifejezhető x és y segítségével:

$$T=f\frac{y}{x}, \qquad \text{illetve} \qquad t=f+\frac{f^2}{x}.$$

Használjuk ki, hogy R és F_1 távolsága r:

$$(t-f)^2+T^2=r^2,$$

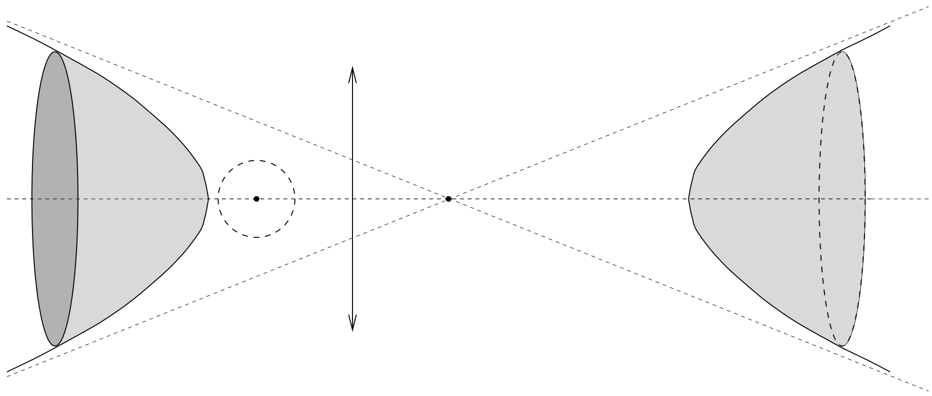
ahonnan t és T behelyettesítése és algebrai átalakítások után

$$\left(\frac{rx}{f^2}\right)^2-\left(\frac{y}{f}\right)^2=1$$

adódik. Ez az összefüggés egy hiperbolát ír le, melynek az optikai tengellyel párhuzamos „valós féltengelye" f^2/r, „képzetes féltengelye" pedig f hosszúságú. (Ugyanez az összefüggés természetesen a „lencsetörvény" és a „nagyítási törvény" alkalmazásával is megkapható.)

A teljes gömbfelület képe a hiperbola mindkét ágának megforgatásából adódó ún. kétköpenyű forgáshiperboloid lesz (*2. ábra*). A gömb egyik ($t>f$ módon jellemezhető) felének képe *valódi* kép, az ábra jobb oldalán látható hiperboloid-köpeny. A másik (a lencséhez közelebb eső) félgömb képe *látszólagos* (virtuális) kép, ennek a bal oldali „köpeny" felel meg. A lencse fókuszsíkjában fekvő kör pontjairól nem jön létre kép, a hozzá közeli pontok képei pedig valamelyik hiperboloid-felületen nagyon messze (határesetben a „végtelenben") alakulnak ki. (Ha a gömb nem átlátszó, akkor természetesen csak a lencséhez közelebbi felének virtuális képe jön létre.)

Több dolgozat alapján



2. ábra

Megjegyzés. A megoldás során feltételeztük, hogy a lencse vékony, és hogy a képalkotás torzításmentes. Ez utóbbihoz az (is) szükséges, hogy a képalkotásban résztvevő fénysugarak az optikai tengellyel majdnem párhuzamosan haladjanak, ez pedig akkor teljesül, ha a lencse fókusztávolsága a gömb sugaránál is és a lencse átmérőjénél is sokkal nagyobb. A megoldásban szereplő ábrák méretaránya tehát a erősen torzított, vagy ha ténylegesen ilyenek az arányok, akkor a kiszámított képfelületnek csak egy kis darabját szabad elfogadnunk.

Hasonló okok miatt nincs sok értelme a lencsébe nyúló, vagy azt magába foglaló gömb ($r \geqslant f$) esetét tanulmányoznunk. Matematikailag érdekes ugyan a paraméterek teljes tartományának vizsgálata, és az $r > f$ eset a „dróthálóba bujtatott” lencsével még fizikailag is megvalósítható, a leképezés torzításai miatt azonban ennek elemzése a ténylegesen tapasztalható képalkotás szempontjából érdektelen.

31 dolgozat érkezett. Helyes Bacsárdi László, Friedl Zita, Gáspár Merse Előd, Hegedűs Ákos, Katona Gergely, Kiss Gergely, Kóspál Ágnes, Lengyel Tímea és Tóth Bálint megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) 12, hiányos (1–4 pont) 7, hibás 3 dolgozat.

FGy. 3215. *Mekkora energiabefektetéssel szakítható ki egy* CO_2 *molekula a szárazjégből? (A szükséges adatok a Függvénytáblázatból vehetők.)*

Közli: *Szűcs Zsuzsa,* Budapest

Megoldás. A szárazjég szublimál (szilárd halmazállapotban párolog), szublimációs hője $L = 572{,}78$ kJ/kg. Egy CO_2 molekula tömege $m = 44$ g/ $\left(6 \cdot 10^{23}\right)$, így egy molekula kiszakításához szükséges energia $mL = 4{,}2 \cdot 10^{-23}$ kJ.

Több dolgozat alapján

166 dolgozat érkezett. Helyes 122 megoldás. hiányos (1–3 pont) 23, hibás 21 dolgozat.

Fizikából kitűzött gyakorlatok és feladatok

207. mérési feladat. Vizsgáljuk egy felfújt, kezdetben közel gömb alakú lufi térfogatának változását, ha egy fonállal fokozatosan a víz alá húzzuk!

(6 pont) *Közli: Varga István,* Békéscsaba

FGy. 3254. Egy hordóban fél méter magasságig víz, fölötte ugyancsak fél méter vastagságban 800 $\mathrm{kg/m^3}$ sűrűségű olaj van. A folyadékokban úszik egy 1 m hosszú, 1 $\mathrm{dm^2}$ keresztmetszetű hasáb, melynek alsó, 10 cm-es darabja 2700 $\mathrm{kg/m^3}$ sűrűségű alumíniumból, a többi része 500 $\mathrm{kg/m^3}$ sűrűségű fenyőfából készült.

A hasábot lassan, óvatosan teljesen kiemeljük a folyadékból. Mennyi munkát végzünk mi, és mennyit a felhajtóerő? (A hasáb végig függőleges marad.)

(4 pont) *Közli: Szombathy Miklós,* Eger

FGy. 3255. Egy dugattyúval elzárt hengerben 10 g oxigén van. Ezt a gázt a

$$T = 10^4\left(4{,}8\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m^3}}\,V - 120\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m^6}}\,V^2\right)$$

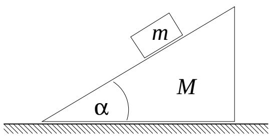
összefüggés által meghatározott egyensúlyi állapotokon visszük végig, miközben a térfogata a kezdeti 10 literről 25 literre nő. Mekkora a gáz legkisebb és legnagyobb hőmérséklete és nyomása a folyamat során?

(4 pont) *Közli: Kotek László,* Pécs

FGy. 3256. Egy 50 cm élhosszúságú, egyenlő oldalú háromszög csúcsaiban egy-egy pontszerű, $6\cdot 10^{-8}$ C töltésű, 2 g tömegű test nyugszik. Mekkora az elektromos térerősség és a potenciál a háromszög középpontjában? Mekkora gyorsulással indulnak el a testek, ha a rögzítésüket egyszerre feloldjuk, és mekkora végsebességre tesznek szert? (Minden más erőtől tekintsünk el!)

(4 pont) *Közli: Holics László,* Budapest

FGy. 3257. Az $M = 3$ kg tömegű, α hajlásszögű lejtőt képező hasáb súrlódásmentesen csúszhat a vízszintes asztallapon. A lejtőre $m = 1$ kg tömegű téglatestet teszünk, amely súrlódásmentesen lecsúszik, miközben a hasáb gyorsulva mozog. Mekkora α szög esetén lesz a hasáb gyorsulása maximális?



(5 pont) *Közli: Légrádi Imre,* Sopron

FF. 3258. Egy bolha a lépcsők éleiről éleire ugorva halad felfele egy lépcsősoron. Mikor tud kevesebb munkával feljutni: ha egyesével, vagy ha párosával veszi a lépcsőket? Melyik esetben ér fel hamarabb?

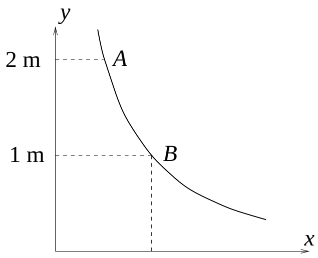
(5 pont) *Közli: Simon Péter,* Pécs

FF. 3259. Egy hajó úgy növeli a sebességét, hogy egy beépített szivattyú a hajófenéken lévő nyíláson időegységenként m tömegű vizet szív be, amelyet azután hátrafelé, a hajóhoz képest c sebességgel kilövell. Legfeljebb mekkora sebességre tud a hajó felgyorsulni, ha a rá ható közegellenállási erő a sebességének négyzetével arányos: $F_k = B \cdot v^2$?

(4 pont) *Közli: Nagy Judit,* Miskolc

FF. 3260. Szalaggenerátor segítségével egy fémgömböt Q_1 töltésűre tudunk feltölteni. Ha ezt a fémgömböt egy töltetlen másik fémgömbhöz érintjük, akkor annak Q_2 töltést ad át. Folytatva az eljárást — az első gömböt mindig előbb a szalaggenerátorhoz, azután a másik gömbhöz érintjük, — legfeljebb mennyi töltést lehet felhalmozni a második gömbön?

(4 pont) *Közli: Sütt Dezső,* Budapest



FF. 3261. Az ábrán látható $y = 1/x$ egyenletű hiperbola-lejtő A pontjából kezdősebesség nélkül indul egy 0,1 kg tömegű, pontszerűnek tekinthető test. Mekkora a nyomóerő a B pontban, ha a súrlódás elhanyagolható?

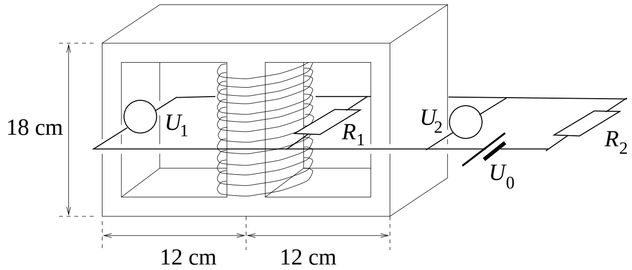
(5 pont) *Közli: Szvetnik Endre,* Budapest

FF. 3262. Egy dugattyúval elzárt, hőszigetelő falú, vízszintes helyzetű hengerben héliumgáz van. Az m tömegű dugattyú súrlódás nélkül mozoghat a hengerben. A külső légnyomás p_k; a hélium hőmérséklete kezdetben T_0, térfogata pedig V_0.

A dugattyú rögzítését feloldva a külső légnyomás hirtelen összenyomja a gázt, amely ettől T hőmérsékletre melegszik fel. Mekkora e folyamat közben a dugattyú legnagyobb sebessége?

(Adatok: $m = 100$ kg, $p_k = 10^5$ Pa, $V_0 = 1$ m^3, $T_0 = 300$ K, $T = 600$ K.)

(5 pont) *Közli: Csáki Csaba,* Budapest



FN. 3263. Az ábrán látható vasmag középső részén 3600 menetes tekercs van. A vasmag keresztmetszete itt 20 cm^2, máshol 5 cm^2. A vas relatív permeabilitása 4600. Mekkora feszültséget jeleznek a voltmérők, miközben a tekercsben folyó áram erőssége 0,1 s alatt nulláról egyenletesen 10 A-re nő?

(A telep belső ellenállása elhanyagolható. $U_0 = 18$ V, $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$.)

(6 pont) *Közli: Piacsek István,* Sopron

A fizika feladatok megoldásai a következő címre küldendők:

Eötvös Loránd Fizikai Társulat, KöMaL feladatok

Budapest, Pf. 433. 1371

A beküldési határidő: **1999. június 11.**

Physics

Experimental problem: 207. Investigate how the volume of an inflated, initially approximately spherical balloon changes as the balloon is gradually pulled under water using a thread.

New exercises: 3254. There is half a metre of oil with a density of 800 kg/m^3 atop half a metre of water in a barrel. A prism with a length of 1 m and a cross-section of 1 dm^2 floats in this liquid. The bottom 10 cm of this prism is made of aluminium with a density of 2700 kg/m^3, the rest is made of pinewood with a density of 500 kg/m^3. The prism is slowly and cautiously lifted out from the liquid. How much work do we do and how much work does the upthrust do? (The prism remains vertical all the time.) **3255.** There is 10 g of oxygen in a cylinder closed by a piston. This gas goes through the equilibrium states described by the formula

$$T=10^4\left(4.8\ \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m}^3}\,V-120\ \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m}^6}\,V^2\right),$$

while its volume increases from the initial 10 litres to 25 litres. What are the lowest and highest pressures and temperatures of the gas during this process? **3256.** There is one point-like body with a charge of $6\cdot10^{-8}$ C and a mass of 2 g at rest in each vertex of an equilateral triangle with 50 cm sides. What are the electric field strength and the potential at the centre of the triangle? What is the initial acceleration of the bodies when their fastenings are simultaneously released, and what final speed do they reach? (All other forces should be neglected.) **3257.** A prism of mass $M=3$ kg forming a slope of inclination α can slide without friction on a horizontal table. A rectangular body of mass $m=1$ kg is placed onto this slope, where it can slide down without friction, while the prism moves with some acceleration. At what angle α is the acceleration of the prism maximum?

New problems: 3258. A flea goes up a flight of stairs jumping from edge to edge on the stairs. When can he get up with less work: when he takes the stairs one by one or two by two? In which case does he arrive upstairs sooner? **3259.** A ship can increase its speed using a built-in pump that sucks in a mass m of water per unit time through an opening in the ship's bottom, and ejaculating it backwards at speed c with respect to the ship. What is the maximum speed that the ship can reach if the drag is proportional to the square of its speed: $F_{\mathrm{k}}=B\cdot v^2$? **3260.** A metal sphere can be charged to charge Q_1 using a belt generator. When it touches another, uncharged metal sphere, charge Q_2 is passed over. Continuing this procedure — i.e. touching the first sphere to the belt generator and then to the second sphere —, what is the maximum charge that can accumulate on the second sphere? **3261.** A point-like body with a mass of 0.1 kg starts with zero initial speed from point A of a hyperbolic slope of equation $y=1/x$, as shown in the figure. What is the pressing force in point B if friction is negligible? **3262.** There is helium gas in a horizontal cylinder with heat insulating walls, closed by a piston. The piston of mass m can move without friction in the cylinder. The atmospheric pressure is p_{a}; the temperature of the helium is initially T_0, its volume is V_0. Releasing the fastening of the piston, the atmospheric pressure suddenly compresses the gas, heating it up to temperature T. What is the maximum speed of the piston during this process? (Data: $m=100$ kg, $p_{\mathrm{a}}=10^5$ Pa, $V_0=1$ m^3, $T_0=300$ K, $T=600$ K.) **3263.** There is a coil of 3600 turns in the central part of the iron core shown in the figure. The cross-section of the coil is 20 cm^2 here and 5 cm^2 elsewhere. The relative permeability of iron is 4600. What pd. do the voltmeters read, while the current flowing in the coil increases uniformly from zero to 10 A in 0.1 s? (The internal resistance of the battery is negligible. $U_0=18$ V, $R_1=3$ Ω, $R_2=2$ Ω.)