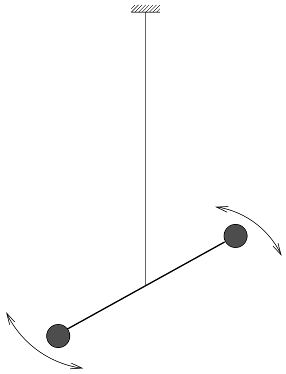
Beszámoló az 1998. évi Eötvös-versenyről

1998. október 16-án rendezte meg az Eötvös Loránd Fizikai Társulat hagyományos őszi tanulóversenyét, az Eötvös-versenyt. Ismertetjük a feladatokat, mindegyik feladat helyes megoldását, majd a verseny végeredményét.



1. ábra

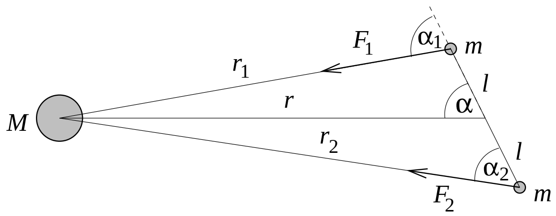
1. Eötvös Loránd görbületi variométerében egy vékony torziós szálra középen felfüggesztett könnyű rúd végein két test helyezkedik el azonos magasságban.

Eötvös megmérte e görbületi variométer torziós lengésidejét (kis kitérések esetén) a Gellért-hegy lábánál, egyszer úgy, hogy a vízszintes rúd egyensúlyi helyzetében a hegy közepe felé mutatott, másszor úgy, hogy erre merőleges egyensúlyi helyzet körül lengett a rúd. Az első esetben 564,6 secundumnak, a második esetben 572,2 secundumnak találta a lengésidőt.

Tegyük fel, hogy a Gellért-hegy gravitációs hatása egy a műszertől vízszintesen 300 méter távolságra levő, megfelelő tömegű, pontszerű test vonzásával egyenértékű. Ezek után Eötvös fenti mérési adatait felhasználva becsüljük meg, hogy a Gellért-hegy mekkora szöggel módosítja a mérés helyén a függőón irányát!

(Radnai Gyula)

Megoldás. Tekintsük a *2. ábrát*!



2. ábra

A könnyű rúd hosszát $2l$-lel jelöltük, a rúd végein lévő kis testek tömegét m-mel, a Gellérthegyet „helyettesítő” pontszerű test tömegét pedig M-mel. A rúd közepe M-től állandó $r = 300$ m távolságra van; az ábra egy olyan helyzetet mutat, amikor az ábra (vízszintes) síkjában lengő rúd egyik vége r_1, másik vége r_2 távolságra van M-től. Felrajzoltuk a kis testekre ható gravitációs vonzóerőket is (F_1, ill. F_2), amelyeket M fejt ki rájuk.

Newton gravitációs törvénye szerint

$$F_1 = \gamma \frac{mM}{r_1^2}, \qquad \text{illetve} \qquad F_2 = \gamma \frac{mM}{r_2^2}.$$

Írjuk fel ezen erők által a rúdra kifejtett Γ gravitációs forgatónyomatékot!

$$\Gamma = F_1 \cdot l \sin\alpha_1 - F_2 l \sin\alpha_2.$$

Egy-egy szinusz-tétel felhasználásával ez így is írható:

$$\Gamma = \left(\frac{F_1}{r_1} - \frac{F_2}{r_2}\right) lr \sin\alpha = \gamma mMlr \sin\alpha \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3}\right).$$

Itt α, r_1 és r_2 változnak a rúd lengése közben. Jó lenne, ha sikerülne Γ-t csupán α függvényeként meghatározni. Ehhez a zárójelben álló kifejezést át kell alakítanunk:

$$\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} = \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_1^3 \cdot r_2^3} = \frac{(r_2 - r_1)(r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2)}{(r_1 r_2)^3}.$$

Használjuk ki, hogy $l \ll r$! Ekkor

$$r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2 \approx 3r^2, \qquad (r_1 r_2)^3 \approx r^6, \qquad r_2 - r_1 \approx 2l\cos\alpha.$$

(Ez utóbbi összefüggés például így látható be: A koszinusz-tétel kétszeri alkalmazásával $r_2^2 = l^2 + r^2 + 2lr\cos\alpha$, $r_1^2 = l^2 + r^2 - 2lr\cos\alpha$, $r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = 4lr\cos\alpha$, innen $r_2 - r_1 \approx 2l\cos\alpha$.)

Azt kapjuk tehát, hogy

$$\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \approx 2l\cos\alpha \frac{3r^2}{r^6} = \frac{6l}{r^4}\cos\alpha.$$

Helyettesítsük ezt be Γ fenti kifejezésébe:

$$\Gamma = \gamma mMlr \sin\alpha \frac{6l}{r^4}\cos\alpha = \gamma \frac{mM}{r^2}\frac{l^2}{r} 3\sin 2\alpha.$$

Bevezetve a $\gamma \frac{mM}{r^2} = F_0$ jelölést

$$\Gamma = 3F_0 \frac{l^2}{r} \sin 2\alpha.$$

Mikor lesz a Γ gravitációs forgatónyomaték zérus? Amikor $\sin 2\alpha = 0$, vagyis $\alpha = 0$ és $\alpha = \frac{\pi}{2}$ esetén. Egyik az a helyzet, amikor a rúd éppen M felé mutat, a másik helyzet erre merőleges. Ha csak a gravitációs erők hatnának, akkor $\alpha = 0$ a rúd stabilis egyensúlyi helyzete lenne, míg $\alpha = \frac{\pi}{2}$ esetén a rúd labilis egyensúlyi helyzetben lenne.

Most azonban a rúdra nem csak a gravitációs forgatónyomaték hat, hanem az elfordulás közben megcsavarodó torziós szál által kifejtett „visszatérítő” forgatónyomaték is. Kis $\Delta\alpha$ szögkitérés esetén ez $\Delta\alpha$-val arányosnak tekinthető; az arányossági tényezőt D^*-gal szokás jelölni.

Ha nem lenne a gravitációs forgatónyomaték, akkor a torziós inga lengésidejét így lehetne kiszámítani: $T=2\pi\sqrt{\Theta/D^*}$, ahol Θ a rúd közepére vonatkozó tehetetlenségi nyomaték. Milyen taggal egészül ki D^*, ha gravitációs forgatónyomaték is fellép?

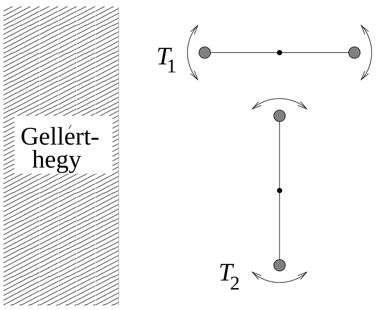
Határozzuk meg a kis $\Delta\alpha$-hoz tartozó $\Delta\Gamma$-t!

$$\Delta\Gamma \approx \frac{d\Gamma}{d\alpha}\Delta\alpha = 6F_0\frac{l^2}{r}\cos 2\alpha\cdot\Delta\alpha.$$

Ebből leolvasható, hogy $\alpha=0$ esetén D^* korrekciója $6F_0\frac{l^2}{r}$, míg $\alpha=\frac{\pi}{2}$ esetén $-6F_0\frac{l^2}{r}$ lesz, így (*3. ábra*)

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{D^*+6F_0\frac{l^2}{r}}} \qquad \text{és} \qquad T_2=2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{D^*-6F_0\frac{l^2}{r}}}.$$

Ezt a T_1 és T_2 lengésidőt mérte le Eötvös Loránd.



3. ábra

Hogyan lehet ebből kiszámítani a függőón „elhajlását”? Tegyük fel, hogy a függőónra – fonálon függő kis testre – a Föld mg nagyságú függőleges irányú erőt, a Gellért-hegy pedig $F_0=mg^*$ nagyságú vízszintes irányú erőt fejt ki. Ekkor az a pici δ szög, amivel a függőón a függőlegestől eltér, így kapható meg:

$$\delta=\frac{g^*}{g},$$

vagyis a lengésidő-képletekben F_0 rejti a szükséges információt. Felírhatjuk, hogy

$$\frac{1}{T_1^2}-\frac{1}{T_2^2}=\frac{12}{4\pi^2}\frac{F_0l^2}{\Theta r}=\frac{3}{\pi^2}\frac{mg^*l^2}{2ml^2r}=\frac{3}{2\pi^2}\frac{g^*}{r}.$$

(Felhasználtuk, hogy $\Theta=2ml^2$.) A keresett δ szög tehát

$$\delta=\frac{g^*}{g}=\frac{2}{3}\pi^2\frac{r}{g}\left(\frac{1}{T_1^2}-\frac{1}{T_2^2}\right).$$

Behelyettesítve $g=9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $r=300$ m, $T_1=564{,}6$ s, $T_2=572{,}2$ s értékeket, kapjuk:

$$\delta=1{,}7\cdot10^{-5}\ \text{radián}=3{,}4''.$$

Ezzel a feladatot megoldottuk, mégis érdemes a megoldáshoz néhány kiegészítő megjegyzést fűzni.

1. A kapott eredmény birtokában meghatározható a vonzócentrum tömege! Minthogy $F_0=\gamma mM/r^2=mg^*$, ezért $M=g^*r^2/\gamma=2{,}2\cdot10^{11}$ kg. A Föld átlagos $\varrho=5000$ kg/m^3 sűrűségét felhasználva becslést adhatunk a vonzócentrum térfogatára is: ez 44 millió köbméter lesz, ami egy 219 méter sugarú gömb vagy egy 353 méter élhosszúságú kocka térfogata. A Gellért-hegy meglehetősen szabálytalan alakú, ezért keresett azután Eötvös egy szabályosabb alakú hegyet az országban. A Szombathely közelében lévő Ság-hegy csonkakúp alakja nyerte meg tetszését, itt

készült az a ma már híres fénykép, amelyen a mérést végző Eötvös látható munkatársaival: Tangl Károllyal, Bodola Lajossal és Kövesligethy Radóval.

2. Visszatérve a feladat megoldására, a helyes végeredménnyel azonos nagyságrendű eredmény adódhat a fentinél valamivel durvább közelítések esetén is. Sok versenyző feltételezte mindjárt a megoldás elején, hogy mivel $r \gg l$, ezért az F_1 és F_2 erők gyakorlatilag párhuzamosak egymással. Ezzel a feltételezéssel élve a következő eredmény adódik:

$$\delta = \pi^2 \frac{r}{g} \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2} \right) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ radián.}$$

Ha nemcsak az erők párhuzamosságát tételezi fel valaki, hanem még azt a kis eltérést is elhanyagolja, amivel a „merőleges” helyzetű torziós inga lengésideje eltér a gravitáció nélküli esettől, tehát a $T_2 = T = 2\pi\sqrt{\Theta/D^*}$ közelítéssel él, akkor a következő eredményt kapja:

$$\delta = 2\pi^2 \frac{r}{g} \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2} \right) = 5 \cdot 10^{-5} \text{ radián.}$$

Ezek a megoldások sem „rosszak”, csak rosszabb, durvább közelítések, mint amit a helyes megoldásnál kaptunk. A Versenybizottság – ha nem is teljes pontszámmal, de – értékelte ezeket a megoldásokat is.

2. Két egyenes, függőlegesen álló, felül nyitott kémcső közül az egyik 20 cm, a másik 40 cm magas. Keresztmetszetük egyforma. Az elsőbe 1 cm^3, a másikba 2 cm^3 kölnivizet töltünk. Vajon körülbelül hányszor több idő alatt párolog el teljesen a kölni a második kémcsőből, mint az elsőből?

Módosul-e a válasz, ha mindkét kémcsövet leragasztjuk, és a fedőlapokon csupán egy-egy parányi (egyforma) nyílást hagyunk?

(Károlyházy Frigyes)

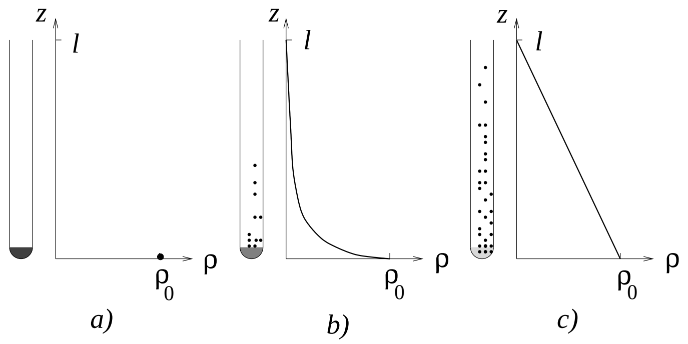
Megoldás. Hogyan párolog a kölnivíz? Ugyanúgy, mint minden más folyadék. A felszín közelében dinamikus egyensúly alakul ki a folyadékból kilépő és a folyadékba belépő molekulák között. Az egyes molekulák szempontjából mindkét folyamat véletlenszerű. Mindaddig, amíg a gőzben nincs elég molekula ahhoz, hogy ez a „telítési" gőznyomás érték beálljon, több molekula lép ki a folyadékból, mint amennyi visszacsapódik oda. Ekkor még a gőz nincs egyensúlyi állapotban, sűrűsége helyről helyre változhat. Ha levegő is van jelen, akkor a gőz és a levegő keverékében a folyadék felszíne közelében a legnagyobb a gőz koncentrációja, attól távolodva fokozatosan csökken. Ez a koncentráció-gradiens (koncentráció-esés) idézi elő a „kölnimolekulák" diffúzióját a levegőn keresztül. Ennek tanulmányozásával oldhatjuk meg a feladatot.

A Négyjegyű függvénytáblázatok... 124. oldalán szerepel az alábbi összefüggés (Fick-törvény):

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta\varrho}{\Delta z}.$$

Itt $\frac{\Delta\varrho}{\Delta z}$ jelenti a z tengely irányú sűrűség-gradienst a gáztérben: esetünkben a kölnigőz függőleges sűrűségeloszlásáról van szó. Ez arányos az A keresztmetszeten időegység alatt átáramló anyag tömegével, a $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ tömegárammal, esetünkben a kölnimolekulák tömegáramával. Az áram mindig a nagyobb koncentrációjú helyről folyik a kisebb koncentrációjú hely felé, ezért $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ és $\frac{\Delta\varrho}{\Delta z}$ mindig ellentétes előjelűek. A törvényben éppen azért szerepel a negatív előjel, hogy a folyamatra jellemző D arányossági tényező – az ún. diffúziós állandó – pozitív lehessen.

Gondoljuk át, hogyan változik a kölnigőz sűrűségeloszlása a függőleges kémcsőben a betöltés pillanatától kezdve mindaddig, amíg beáll valamilyen – ha nem is egyensúlyi, de legalább időben állandó állapot (*4. ábra*).

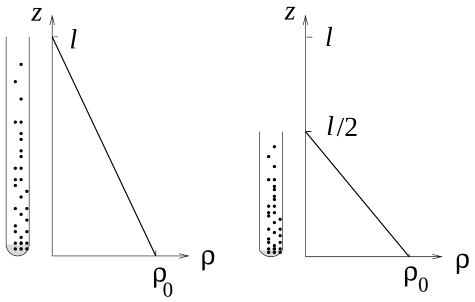


4. ábra. Nyitott kémcső esetén a kölnigőz sűrűsége a magasság függvényében:
a) kezdetben; b) kicsit később; c) az állandósult állapotban.

Felül nyitott kémcső esetén a kölni betöltésének pillanatában a kémcső levegővel van tele; a kölnigőz sűrűsége zérus. Kicsit később már lesznek a csőben „kölnimolekulák”, a kölnigőz sűrűsége a magassággal rohamosan csökken, csak közvetlenül a folyadék felszínénél éri el az egyensúlyi, telített gőz állapotát lényegében elérő sűrűséget. Lassanként egyre több kölnimolekula lesz a kémcsőben lévő levegőben, és előbb-utóbb beáll egy olyan egyenletes eloszlás, amikor a sűrűség-gradiens állandó, vagyis a sűrűség a magassággal lineárisan csökken. Feltételezhetjük, hogy a nyitott kémcső tetején annyi a kölnigőz sűrűsége, mint a szobában, tehát gyakorlatilag mindvégig zérus.

A *4.c) ábrán* látható állandósult sűrűségeloszlás mindaddig fennmarad, amíg a kémcső alján lévő kölnivíz teljesen el nem párolog.

Ezek után hasonlítsuk össze a hosszú (40 cm-es) és a rövid (20 cm-es) kémcsőben az állandósult sűrűségeloszlásokat (*5. ábra*)!



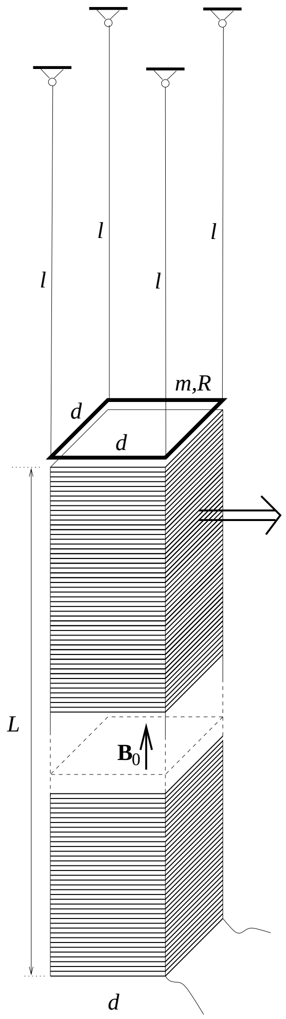
5. ábra. Az állandósult sűrűségeloszlások a felül nyitott hosszú és rövid kémcsőben.

Látszik, hogy a $\frac{\Delta\varrho}{\Delta z}$ hányados a fele hosszúságú kémcsőben kétszer akkora, tehát itt a $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ párolgási sebesség is kétszerese a másikénak. Mivel a hosszú kémcsőbe ráadásul kétszer annyi kölnivizet is töltöttünk, ezért jó közelítéssel *négyszer annyi idő alatt* párolog el 2 cm^3 kölnivíz a 40 cm hosszú kémcsőből, mint 1 cm^3 kölnivíz a 20 cm-esből.

Válaszoljunk még arra a kérdésre, hogy mi történne, ha mindkét kémcső tetejét annyira leragasztanánk, hogy a fedőlapokon csupán egy-egy parányi (egyforma) nyílás maradna. Módosulna-e az előző válasz? Természetesen igen, hiszen új, az előzőtől eltérő sűrűségeloszlás alakulna ki mindkét kémcsőben. Ha ugyanis csak egy nagyon pici nyíláson tud párologni a kölnigőz a kémcsőből, akkor jó közelítéssel feltételezhetjük, hogy gyakorlatilag az egész kémcsőben telített lesz a gőz, végig ugyanannyi lesz a sűrűsége. A párolgás sebességét a lyuk piciny keresztmetszete, valamint a lyuknál kialakuló (nagy) sűrűség-gradiens határozza meg. Ennek értéke azonban már nem függ attól, hogy milyen hosszú a kémcső. Ebben az esetben tehát csak az számít, hogy az egyik kémcsőből kétszer annyi kölnivíznek kell eltávoznia, mint a másikból, amihez pedig *kétszer annyi időre van szükség.*

A feladatot megoldottuk, foglaljuk össze azonban, hogy milyen feltételezésekkel éltünk a megoldás során, mert ezek érvényességének mértéke határozza meg becsléseink pontosságát. Megoldásunk lényege az volt, hogy a kémcsövekben kialakuló állandósult állapotokat hasonlítottuk össze. Az állandósult állapot kialakulásának, beállásának idejét elhanyagoltuk a teljes elpárolgáshoz szükséges időhoz képest. Mennyire jogos a fenti elhanyagolás? Ez a konkrét adatoktól függ. Tapasztalat szerint még nyitott kémcső esetén is napokban mérhető az elpárolgási idő, az állandósult sűrűségeloszlás pedig 5–10 perc alatt beáll a feladatban szereplő adatok esetén. Mérések szerint a párolgás valóban kb. 2-szer gyorsabb a rövidebb kémcsőnél, mint a hosszabbnál.

Elhanyagoltuk még a folyadék térfogatát a kémcső térfogatához képest; feltételeztük, hogy a folyamatok ugyanazon az állandó hőmérsékleten történtek; nem figyeltünk arra, hogy a kölniből hamarabb párolog el az alkohol, mint a víz; feltételeztük a Fick-törvény (lineáris összefüggés!) érvényességét; elhanyagoltuk a levegőben mindig meglévő szennyeződések hatását, amelyek a folyadék felszínén vékony (molekuláris) rétegben lerakódva azon olyan „filmet” képezhetnek, ami jelentősen fékezheti a folyadék párolgását.



6. ábra

3. Egy szolenoid keresztmetszete d oldalélű négyzet, hossza L ($L \gg d$). A tekercsben folyó egyenáram hatására mélyen a szolenoid belsejében B_0 indukciójú homogén mágneses maző alakul ki. A tekercset függőlegesen helyeztük el. Közvetlenül a tekercs felső vége felett egy ugyancsak d oldalélű, négyzet alakú, vízszintes vezető keret függ l hosszúságú fonalakon ($l \gg d$), az *ábrán* látható módon. A keret tömege m, elektromos ellenállása R.

A szolenoidot hirtelen vízszintesen, jobb felé elrántjuk. Melyik irányban lendül ki és milyen magasra emelkedik fel az ingaszerűen felfüggesztett keret?

(Gnädig Péter)

Megoldás. Gondoljuk át a folyamatot! Az ingaszerűen felfüggesztett keret mágneses mezőbe merül. Ha „kimegy alóla” a szolenoid, kimegy a mező is – ez pedig feszültséget indukál a keretben. A fellépő indukált áramra hat a távozóban lévő mágneses mező, ami a józan sejtés szerint maga után rántja a keretet is. Mindezeket a sejtéseket megfelelő fizikai törvényekkel kell még alátámasztanunk (vagy megcáfolnunk), s a kvantitatív törvények alkalmazásával majd arra is válaszolni tudunk, hogy milyen magasra emelkedik fel a keret.

A megoldás egyik kulcskérdése az, hogy mit állíthatunk arról a mágneses mezőről, amibe belemerül a keret. Tudjuk, hogy a mágneses indukcióvektor nagysága mélyen a tekercs belsejében B_0, de milyen a mágneses mező a szolenoid végén? Az is elég lenne, ha a fluxust meg tudnánk határozni.

Egy kis gondolatkísérlet segíteni fog. Tudjuk, hogy a fluxus mélyen a szolenoid belsejében: $B_0 \cdot A = B_0 \cdot d^2$. Gondolatban vágjuk itt a szolenoidot vízszintesen ketté! Nem kell a huzalt is elvágnunk, csupán gondoljuk azt, hogy itt két, azonos keresztmetszetű és menetemelkedésű, azonos árammal átjárt tekercs van összetolva. Nyilvánvaló, hogy mindkét tekercs azonos mértékben járul hozzá az itt kialakuló fluxushoz, amiből pedig már következik, hogy a mágneses fluxus a szolenoid végénél: $\frac{1}{2}B_0 d^2$.

Nem állíthatjuk azt, hogy a mágneses mező a szolenoid végén is homogén; a B vonalak széthajlanak. Azt azonban bizton állíthatjuk, hogy a mágneses indukcióvektor függőleges komponense a tekercs végénél mindenhol $\frac{1}{2}B_0$ nagyságú.

A d élhosszúságú, négyzet alakú keret tehát egy olyan mágneses mezőbe merül, amelynek fluxusa $\Phi = \frac{1}{2}B_0d^2$. Amikor – mondjuk Δt idő alatt – elrántjuk a szolenoidot, ez a fluxus zérusra csökken. Így a keretben indukálódó feszültség nagysága:

$$|U_{\text{ind}}| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{B_0d^2}{2\Delta t}.$$

A Δt idő alatt megszűnő fluxus által a keretben indukált áram nagysága:

$$I = \frac{1}{R}\,\frac{B_0d^2}{2\Delta t}.$$

Tételezzük fel, hogy pontosan ekkora áram folyik Δt időn keresztül a keretben – addig és csak addig, amíg változik a fluxus. De hát eközben a keret jobb oldali, d hosszúságú szakaszára (az itt folyó áramra) még erőt fejt ki a mágneses mező! Írjuk fel az erre ható erőlökést:

$$F\cdot\Delta t = BId\cdot\Delta t = \frac{B_0}{2}\,\frac{1}{R}\,\frac{B_0d^2}{2\Delta t}d\cdot\Delta t.$$

Ez a keretnek $mv_0 = F\Delta t = \frac{B_0^2d^3}{4R}$ lendületet ad. A keret tehát

$$v_0 = \frac{B_0^2d^3}{4Rm}$$

sebességgel kilendül, és felemelkedik

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{B_0^4d^6}{32R^2m^2g}$$

magasságra.

Már csak azt kell meghatároznunk, hogy milyen irányban lendül ki a keret. A feladathoz tartozó ábráról leolvasható, hogy a mágneses indukcióvektor a szolenoid belsejében függőlegesen felfelé irányul. A szolenoid elrántása közben a keretben olyan irányú áram indukálódik, amelyik (Lenz törvénye alapján) a keret fluxusának csökkenését akadályozni igyekszik. Ezek szerint az indukált áram a keretben felülről nézve az óramutató járásával ellentétes irányú, mivel az ebből származó indukcióvektor mutat felfelé. A keret jobb oldali szakaszán ezek szerint befelé, hátrafelé folyik az indukált áram. Ez Δt ideig bemerül egy olyan mágneses mezőbe, amelyben a mágneses indukcióvektor függőleges komponense felfelé mutat. Az erre ható erő pedig *jobbra* irányul!

Tehát a keret *jobbra* fog kilendülni. Helyes volt a sejtésünk, az elrántott tekercs maga után rántja a keretet.

Érdemes még kitérnünk arra, hogy valójában a keretben folyó áram nem lesz végig ugyanakkora, csupán az átlagértéke az az I, amit kiszámítottunk. Ennek megfelelően az áramra ható erő sem állandó, viszont az $F_{\text{átl}}\cdot\Delta t$ szorzat pontosan megadja azt a vízszintes erőlökést, amit a keret kap.

Természetesen ahhoz is időre van szükség, hogy a keret sebessége nulláról v_0-ra nőjön, az eközben megtett utat elhanyagoltuk a fenti megoldásban. Ez a szokásos elhanyagolás a ballisztikus inga és sok hasonló ütközési folyamat tárgyalásából ismerős. Eredményünk tehát most is csak közelítő érvényű, pontossága a közelítés jogosságától függ. A feladat ugyan paraméteresen lett kitűzve, az „elrántás” szó utalt azonban arra, hogy a fenti közelítést joggal alkalmazhatjuk.

A verseny eredménye

Első díjat és vele 6 ezer forintos pénzjutalmat nyertek:

Sarlós Ferenc, a JATE fizikus hallgatója, aki a bajai III. Béla Gimnáziumban érettségizett mint *Polgár László, Szkladányi András* és *Hilbert Margit* tanítványa;

Végh Dávid, az ELTE fizikus hallgatója, aki a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint *Horváth Gábor* tanítványa.

Második díjat és vele 5 ezer forintos pénzjutalmat nyertek:

Rozsonday Gerzson, a debreceni KLTE Gyakorló Gimnáziumának 12. osztályos tanulója, *Kirsch Éva* és *Szegedi Ervin* tanítványa;

Somogyi Gábor, a KLTE fizikus hallgatója, aki a debreceni Tóth Árpád Gimnáziumban érettségizett mint *Baló Péter* tanítványa;

Terpai Tamás, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa.

Harmadik díjat és vele 4 ezer forintos pénzjutalmat nyertek:

Gulyás Nándor, a mezőkovácsházai Hunyadi János Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Sallai István* és *Varga István* tanítványa;

Hegedűs Ákos, a pécsi ciszterci Nagy Lajos Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Orovica Márkné* tanítványa;

Kormos Márton, az ELTE fizikus hallgatója, aki a debreceni KLTE Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint *Szegedi Ervin* és *Farkas József* tanítványa;

Máthé András, a budapesti ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Flórik György* tanítványa;

Szőke Szilárd-Zsigmond, a temesvári Műszaki Egyetem (Traian Vuia Politechnica) mérnök hallgatója, aki a temesvári Bartók Béla Líceumban érettségizett mint *Toró T. Tibor* és *Benedek István* tanítványa.

Dicséretet kaptak a verseny 11–18. helyezettjei:

Bálint Imre, az ELTE fizikus hallgatója, aki Szegeden, a JATE Ságvári Endre Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint *Homolya Ernő* tanítványa;

Császár Balázs, a BME mérnök-fizikus hallgatója, aki a szombathelyi premontrei rendi Szent Norbert Gimnáziumban érettségizett mint *Heigl István* és *Kovács László* tanítványa;

Katona Gergely, a budapesti ELTE Trefort Ágoston Gyakorlóiskola 12. osztályos tanulója, *Szörényi Zoltán* tanítványa;

Nagy Kálmán, a budapesti Veres Péter Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Varga Mária* tanítványa;

Pogány Ádám, az ELTE fizikus hallgatója, aki a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint *Horváth Gábor* tanítványa;

Rácz Balázs, a budapesti Veres Péter Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Varga Mária* tanítványa;

Tóth Bálint, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Horváth Gábor* és *Dvorák Cecília* tanítványa;

Tóth Gyula, a debreceni Tóth Árpád Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Kovács Miklós* tanítványa.

Az ünnepélyes eredményhirdetésre a BME Fizikai Intézetében került sor 1998. november 20-án.

A megjelent versenyzőket és tanáraikat a házigazdák nevében *Kertész János* egyetemi tanár üdvözölte, majd a Versenybizottság elnöke emlékezett meg a 100 évvel ezelőtti versenyről s annak nyerteseiről. Az első díjat akkor *Kármán Tódor* nyerte, akinek *Beke Manó* volt tanára a budapesti Mintagimnáziumban. A második díjas *Gróffits Gábor* is a budapesti műegyetemen szerzett mérnöki diplomát, akárcsak Kármán Tódor.

Ezután a feladatok megoldásának diszkussziója következett, amelyhez *Härtlein Károly* mutatott be érdekes kísérleteket. A második feladathoz kapcsolódó mérést s ennek számítógépes kiértékelését videón tekinthették meg a jelenlévők.

A díjakat az Eötvös Loránd Fizikai Társulat főtitkára: *Nagy Dénes Lajos* és helyettese, a Versenybizottság elnöke adta át, aki köszönetet mondott a Nemzeti Tankönyvkiadónak és a TypoTeX Könyvkiadónak a felajánlott könyvutalványokért és könyvekért.

A díjkiosztáson megjelent *Dolinszky Tamás* is, aki 1939-ben nyert díjat a versenyen.

Radnai Gyula

Könyvismertetés

Biophysics problems címmel jelent meg az Akadémiai Kiadónál *Maróti Péter, Berkes László* és *Tölgyesi Ferenc* könyve, amely kiválóan alkalmas orvosegyetemre készülőknek és angolul tanuló, a fizika iránt érdeklődő, tehetséges középiskolásoknak ismereteik bővítésére. Lássuk mindjárt az első feladatot:

„How much oxygen is taken up into the lung from air at a temperature of 20 °C within 1 minute in a relaxed state of respiration? The partial pressure of the oxygen in the air is 21 kPa. The volume and the frequency of inspiration are 0.5 l and 15 min^{-1}, respectively."

Fizikatudását bővítheti az olvasó, ha megismerkedik a parciális nyomás fogalmával, angoltudását pedig azzal szélesítheti, ha a szövegkörnyezetből kitalálja a „lung", „respiration" és „inspiration" szavak jelentését. A könyv több, mint 250 feladata közül néhány szerepelt már a hazai egyetemi felvételi vizsgákon is. nem a matematikai nehézségek, hanem a fizikai aktualitások jellemzik a felvetett problémákat.

„The beam of a surgical laser of power $P=20$ W is focused onto a circular surface of diameter $d=0.4$ mm. What is the light intensity at the focus?"

„In a positron emission tomograph (PET), a pair of photons of the same energy, produced by positron–electron annihilation, are used for detection. Calculate the energy of the photons."

A modern témák változatosságát jelzik a fejezetcímek: Bioenergetics; Biomechanics; Radiation biophysics; The living world and its environment; Medical imaging; Biostatistics – hogy csak néhányat említsünk közülük.

A mintegy ötszáz oldalas könyv érdeme, hogy a részletes megoldások – amelyek előtt újra olvashatjuk a feladat szövegét – sok esetben további érdekességekkel szolgálnak a felvetett problémával kapcsolatban. Látszik, hogy a szerzők – a szegedi és a budapesti orvosegyetemek oktatói – nemcsak a biofizika tájékozott kutatói, hanem a tanításnak is avatott mesterei. A könyv ára 75 dollár, de az Akadémiai Kiadónál (1117 Budapest, Prielle Kornélia u. 4.) a magyar olvasók 4500 forintért megvásárolhatják.

R. Gy.

CSILLAGÁSZAT

Rovatvezető: Horányi Gábor

Újdonságok

Víz mindenütt

Alig kezdtek gyűlni a bizonyítékok arról, hogy a Jupiter Europa nevű holdjának jeges felszíne alatt folyékony víz-óceán rejtőzik, egy új tanulmány váratlanul amellett sorakoztat fel érveket, hogy nagyobb testvérén, a Kallisztón is felszín alatti óceán található. E hold, melynek mérete majdnem eléri a Merkurét, a Naprendszer kráterekkel leginkább borított felszínű égitestje. Kinézete semmiben sem emlékeztet az Europáéra, amelynek becsapódási kráterektől mentes jeges felszíne olyan mintha vízen sodródó jégtáblák borítanák.

A Galileo szonda mérései szerint a Kalliszto és az Europa mágneses terének változása összhangban van a Jupiter forgásával. Ennek oka egyes feltevések szerint az, hogy a Jupiter erős, a bolygóval együtt forgó mágneses tere áramokat indukál e holdakban, s ezen indukált áramok hozzák létre azok mágneses terét. A kérdés az, milyen közegben folynak ezek az indukált áramok. Mivel a Kalliszto és Europa igen ritka légkörében nincs elég anyag ahhoz, hogy abban elég erős áram folyjék, s a felszíni jég sem jó vezető, feltehető, hogy mindkét hold felszíne alatt jól vezető sós vízóceán rejtőzik.

A kutatók véleménye szerint a Ganümédésznek, a legnagyobb Jupiter-holdnak is lehet felszín alatti óceánja. Mivel a Ganümédésznek erős saját mágneses tere van, így mágneses terében a Jupiter által indukált áramok másodlagos mágneses tere aligha mutatható ki.

Üzemel az ionhajtómű

A NASA Deep Space nevű szondája, amelyet 1998. október 24-én bocsátottak föl, az első olyan űreszköz, amely elektromosan fölgyorsított xenon ionnyalábot használ fő meghajtó rendszerként. A szonda ezt az „ionhajtóművet" fogja használni júliusban pályamódosításra, hogy később a nagy pályahajlású 1992KD nevű kisbolygó mellett elrepülhessen. A hajtómű első próbáján, november 10-én, 4,5 perc működés után leállt. A mérnökök szerint a hibát két magasfeszültségű elem közti szennyeződés okozta, amelyet azóta elpárologtattak. A hajtóművet november 24-én újraindították, és az egy egész éjszaka hibátlanul működött. A repülésirányítók azt az utasítást adták a hajtóműnek, hogy növelje a tolóerőt. Ez megtörtént, s a hajtómű egy egész hétvége folyamán folyamatosan működött. A DS 1 végre teljes sebességgel halad célja felé.

Az Astronomy és a Sky and Telescope
anyagai alapján készítette
Makk Péter és **Szeredi Dániel**
(Veres Péter Gimnázium 9.b.)

Rádiócsillagászat

A rádiócsillagászat a Földön kívüli térből érkező, természetes eredetű rádiósugárzásokkal foglalkozik. A rádiótartomány az elektromágneses spektrum legnagyobb hullámhosszú és legkisebb energiájú része. A légkörön túlról érkező rádióhullámok hullámhossza $3 \cdot 10^5$ cm-ig terjed (a 3 km-esnél nagyobb hullámhosszú rádióhullámok már elnyelődnek a csillagközi anyagban). Alsó határa a távoli infravörös tartomány széléig, azaz 15 mikrométerig tart.

A Föld felszínéről az 1 mm-től 15–30 m-ig terjedő hullámhossztartományban végezhetők megfigyelések, mert a légkör ebben a sávban engedi át a rádióhullámokat (rádióablak). 30 méteres hullámhossz felett az ionoszféra veri vissza a sugárzást, 1 mm alatt pedig csak részlegesen jön át a légköri vízpárán és szén-dioxidon. A milliméternél rövidebb hullámhosszú tartomány a mikrohullámú sáv, (15 mikrométer és 1 mm között) gyakorlatilag átmenetet képez az infravörös- és a rádiótartomány között. Ez a tartomány csak ballonokról, repülőgépekről vagy műholdakról vizsgálható hatékonyan.

A rádiócsillagászat három nagy kutatási területe a Nap (illetve Naprendszer), a Tejútrendszer, illetve az extragalaxisok megfigyelése. A csillagászat ezen ága 1931-ben indult fejlődésnek, ekkor észleltek először Földön kívüli eredetű rádióhullámokat a 15 m-es hullámhosszon. Az azóta is rohamosan fejlődő rádiócsillagászat főbb felfedezései: a Nap rádiósugárzásának felfedezése (1942); a csillagközi semleges hidrogéngáz 21 cm-es hullámhosszúságú (1420,4 MHz) sugárzásának felfedezése (1951); kvazárok felfedezése (1963); a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás felfedezése (1965); pulzárok felfedezése (1967). 1968-tól megindult a csillagközi anyag-molekulák színképvonalainak feltérképezése, a 70-es évektől munkába állított nagy teljesítményű teleszkópok pedig az extragalaktikus rádiócsillagászat gyors fejlődését tették lehetővé.

A Naprendszerben a Nap a legerősebb rádióforrás. Sugárzásának állandó rádiókomponense (termikus sugárzás) a napkoronából érkezik, s a napkorona szerkezetéről árulkodik. A változó (sokkal erősebb) komponens intenzitása a naptevékenységtől függ (akár milliószorosa is lehet az állandó komponensnek). A bolygók és holdak termikus rádiósugárzásának vizsgálatából azok felszíni hőmérsékletére következtethetünk.

A Tejútrendszer rádiósugárzása is két összetevőből áll. Az egyik a csillagközi semleges hidrogéngáz 21 cm-es hullámhosszúságú sugárzása, amelynek segítségével nem világító anyagfelhőket térképezhettük fel. Ezek a galaxisunk karjaiban található sötét hidrogénfelhők fontos információkat szolgáltattak a Tejútrendszer szerkezetéről. A csillagközi anyagban lévő molekulák is rádiósugárzást bocsátanak ki (cm-es tartomány). Napjainkra mintegy félszáz képviselőjüket, köztük bonyolult szerves molekulákat is sikerült azonosítani. A molekulák vonalas rádiószínképe mellett folytonos rádiósugárzás is érkezik a Tejútrendszerből, melynek intenzitása a Tejútrendszer magjának irányában a legerősebb. Ez egyrészt az ionizált gázfelhők termikus sugárzásával azonosítható, másrészt pedig erős mágneses terekben mozgó nagysebességű elektronok hozzák létre.

A galaktikus rádiócsillagok közül a legfontosabbak a pulzárok (gyorsan forgó neutroncsillagok) és a kataklizmikus változócsillagok (a Napnál jóval nagyobb kitöréseket produkáló flercsillagok, valamint a nóvák és a szupernóvák).

Napjaink rádiócsillagászatának legizgalmasabb célpontjai az extragalaktikus rádióforrások. Ide soroljuk a klasszikus rádiógalaxisokat (az átlagosnál sokkal intenzívebb rádiósugárzással, pl. Cygnus A), de az aktív galaxisok legaktívabb csoportját, a kvazárokat is. Mindkét csoportról feltételezhető, hogy középpontjukban nagy tömegű fekete lyukat tartalmaznak. Valószínűsíthető, hogy ezen aktív galaxisok anyagkilövelléseiben (jetekben) nagy sebességgel kifelé haladó elektronok bocsátják ki a rádiósugárzást.

A rádiótávcső (rádióteleszkóp) három fő részből áll, ezek az antenna, a rádióvevő és az adatrögzítő. A legelterjedtebb antennatípus a parabolikus antenna. A paraboloid felületre érkező párhuzamos rádióhullámok a fókuszpontban elhelyezett kisméretű antennára esnek, s innét jutnak a vevőkészülékbe. A rádiótávcsövek felbontóképessége a parabola átmérőjével egyenesen, az alkalmazott hullámhosszal pedig fordítottan arányos. Az alkalmazható legkisebb hullámhossz a paraboloid felület pontosságától függ. Egy-egy elszigetelt rádiótávcsővel nem lehet igazán jó felbontást elérni, s ezért kifejlesztették a rádióinterferométereket. Az alaptípus két, egymástól meghatározott távolságban elhelyezett antennából áll, amelyek közös vevőkészülékhez csatlakoznak. Ebben a két antenna által azonos időben, azonos objektumról fogott jelek interferenciáját hozzák létre. Az adatokból matematikai módszerekkel a fényképhez hasonló rádióképet állítanak elő. A felbontóképesség az antennák távolságával (bázisvonal) arányos. Ilyen rendszerek működnek pl. Cambridge-ben (Anglia, 5 km-es bázisvonal) vagy Green Bank-ben (USA, 3,2 km-es bázisvonal). A legnagyobb rádiótávcső hálózatot Új- Mexikóban (USA) állították rendszerbe. Az Y alakban elrendezett 27 darab, egyenként 25 méter átmérőjű tányérból álló sorozatot – amelyet legtöbben a Kapcsolat c. filmben láthattak – VLA néven ismerjük (Very Large Array, azaz Nagyon Nagy Antennasorozat). Felbontóképessége 6 cm-es hullámhosszon 0,6 ívmásodperc, a bázisvonalak hosszúsága az Y szárai mentén 21-21-19 km.

A bázisvonal növelésével a felbontóképesség elvileg tetszés szerint fokozható. E célból került kifejlesztésre a VLBI technika (Very Long Baseline Interferometry, azaz „Nagyon Hosszú Bázisvonalú Interferometria”). Lényege, hogy a Föld különböző pontjain lévő teleszkópok között több száz, illetve több ezer km-es távolság van. A beérkező jelek nem közös vevőkészülékbe jutnak, hanem külön-külön, mágnesszalagokon rögzítik őket. Később a szalagokat az ún. korrelátoron összejátsszák, s előállítják az interferenciát. Az egymástól független jelsorozatok időbeli szinkronizálását atomórákkal biztosítják. A felbontóképesség növelésének csak a Föld átmérője szabhatott határt; az ezt megközelítő bázishosszakon ezred ívmásodperc körüli felbontóképességet értek el. A VLBI nagyon alkalmas kis szögátmérőjű rádióforrások (pl. bolygók, rádiócsillagok, kvazárok) vizsgálatára. A távoli kvazárokat stabil vonatkoztatási pontként használva és a bázisvonal hosszának igen pontos ismeretében a VLBI technika geodéziai és geofizikai mérésekre (pl. a kőzetlemezek mozgási sebességének meghatározására) is alkalmas.

A bázisvonal további növelésének egyetlen lehetséges módja, hogy az egyik rádióteleszkópot a földfelszínen kívül helyezzük el. Az űr-VLBI rendszer első elemét Japán helyezte üzembe 1997. februárjában (VSOP – VLBI Space Observatory Programme). A HALCA (Highly Advanced Laboratory for Communications and Astronomy) nevű, Föld körül keringő műholdon egy 8 méter átmérőjű, kinyitható antennát helyeztek el. A földtávolpont 21 400 km-es távolságban van, a maximális bázisvonal hossza 27 000 km. A műhold és a vele együtt dolgozó mintegy 40 földi teleszkóp által elért felbontás az ívmásodperc néhány százezred része (a mm-es hullámhosszakon)! Ez még a távoli rádiógalaxisok és kvazárok esetében is mindössze 1 parszek (3,26 fényév) átmérőnek felel meg. Ezzel a felbontással részletesen feltérképezhetjük e különleges objektumok szerkezetét. Az űr-VLBI programban magyar kutatók is részt vesznek.

Rádiócsillagászat a hálózaton

http://www.stsci.edu/astroweb/cat-radio.html – Radio Telescope Resources

http://www.cv.nrao.edu/fits/www/yp_radio.html – Radio Astronomy. A rádióteleszkópok, hálózatok és intézmények teljes listái a világhálón, közvetlen csatlakozási lehetőséggel. A címek alatt rövid leírást olvashatunk az egyes szervezetek tevékenységéről. Ezek a címek önmagukban is elégségesek hivatkozásgyűjtemény gyanánt, így a következőkben csak néhányat emelünk ki belőlük.

http://www.nrao.edu/ – National Radio Astronomy Observatory. Az USA rádiócsillagászatát irányító intézmény honlapja szintén jó kiindulási pont lehet, mivel többek között a VLA, VLBA (Very Long Baseline Array) és az űr-VLBI oldalaira kapcsolódhatunk.

http://www.naic.edu/ – Arecibo Observatory. A legnagyobb, 305 méter átmérőjű tányér látványa szintén a Kapcsolat c. filmből lehet ismerős. A földbe ágyazott antenna nem mozgatható, és állandóan a zenit környékét figyeli.

http://zia.aoc.nrao.edu/doc/vlba/html/VLBA.html – A VLBI-technikával működő hálózat egy 10 teleszkópból álló hálózat az USA területén, Hawaii-tól a Virgin-szigetekig. Az ezred ívmásodperces felbontást produkáló rendszerrel főleg galaxisokat, kvazárokat és gravitációs lencséket figyelnek meg.

http://www.nrao.edu/doc/vla/html/VLAhome.shtml – VLA (Very Large Array). Bővebben lásd a bevezető szövegben.

http://www.vsop.isas.ac.jp/ – VSOP (VLBI Space Observatory Programme). Általános és friss információk, fontos tudnivalók az űr-VLBI program első működő rendszeréről. Mindenképpen érdemes benézni az egyre gyarapodó képtárba.

http://www.sgo.fomi.hu/vlbi/vlbih.htm – FÖMI Kozmikus Geodéziai Obszervatórium – űr-VLBI Projekt. A Földmérési és Távérzékelési Intézet (FÖMI) Geodéziai Obszervatóriuma részt vesz az űr-VLBI munkájában. Honlapjukon magyar (és angol) nyelvű információkat, valamint a VLBI-vel és az űr-VLBI-vel kapcsolatos hivatkozásgyűjteményt találhatunk.

http://www.supernova.akg.hu/hirek/archive/szeptem/index.html#svlbi – A Földnél nagyobb rádióteleszkóp első képein ősi kvazárok képei tűnnek fel. A VSOP első megfigyeléseinek rövid összefoglalója magyar nyelven.

http://sma2.harvard.edu/index.html – The Submillimeter Array. A Mauna Kea csúcsára telepített 8 db 6 méteres antenna a csillagászok által „Terra Incognitának”, vagyis „ismeretlen földnek” nevezett tartományban észlel majd, a távoli infravörös és a milliméteres hullámhossz közötti tartományban. A földfelszínről eddig alig elérhető sávban a maximális szögfelbontás 0,1 és 0,4 ívmásodperc között lesz.

http://www.seti.org – SETI (Search for Extra Terrestrial Intelligence). Nem is lehetne teljes a főbb rádiócsillagászati címek áttekintése, ha hiányozna a Földön kívüli intelligenciák után kutató program elérhetősége. Bár egyre kevesebb teleszkópidő áll a kutatók rendelkezésére, a rengeteg adat feldolgozása még így is nehézségekbe ütközik. Éppen ezért hozták létre a SETI at Home („SETI otthon”) nevű programot, amelynek keretében PC-ken futtatható programok segítségével kereshetjük az idegenek jelzéseit. Az arecibói rádiótávcső által gyűjtött adatokat a gép a képernyőkímélő üzemmódban dolgozza fel, vagyis automatikusan elindítja a programot, ha nem fut más alkalmazás. Amennyiben szeretnél részt venni a kutatásban, látogass el a következő honlapra: http://setiathome.ssl.berkeley.edu/

http://deepspace.jpl.nasa.gov/dsn/index.html – The NASA Deep Space Network (DSN). A rádióteleszkópok egy másfajta alkalmazása. A DSN három nagy parabolaantenna hálózata, amelynek egyik fő célja a bolygókutató űrszondákkal való kapcsolattartás (parancsok felküldése, illetve adatok vétele). (A hálózat egyik tagját 1995-ben a Nemzetközi Fizikai Diákolimpia magyar résztvevői „testközelből” is megszemlélhették az ausztráliai Tidbinbillában.) Az antennák elhelyezése (kb. 120 fokos szöget bezáró irányokban) biztosítja, hogy legalább egyikükkel mindig elérhető egy adott űreszköz.

Simon Tamás

Mérési feladatok megoldása

199*. Étolajban egy kicsiny vízcsepp közelítőleg gömb alakot vesz fel és egyenletes sebességgel süllyed. Hogyan függ a süllyedés sebessége a csepp méretétől?

(6 pont) A soproni *Fényes Imre verseny* feladata nyomán

Megoldás. A mérés három részre bontható: a vízcseppek előállítása, a nagyságuk (átmérőjük, sugaruk, vagy esetleg a tömegük) megbízható mérése, végül pedig a mozgó vízcseppek (állandósult) sebességének meghatározása.

A cseppek előállítása, méretük meghatározása és a cseppek „útnak indítása” volt a mérés nehéz része. Ezek mellett a sebesség mérése (két megjelölt vízszintes magasság közötti út megtételéhez szükséges idő megmérésével) viszonylag egyszerű feladatnak bizonyult. Célszerű volt a mérést egy nagyobb átmérőjű mérőhengerben végezni, mert ott a falak hatása nem jelentős. A nagyobb útszakaszon történő időmérés pontosabban adja meg a süllyedési sebességet, de az edényméret növelésének az olaj nem elhanyagolható ára nyilván határt szab.

A legtöbb gondot a különböző méretű cseppek előállítása okozta. Sokan próbálkoztak szemcseppentővel, illetve injekciós fecskendővel és tűvel (ezek a gyógyszertárakban recept nélkül kapható, olcsó és sokféle méréshez felhasználható eszközök). A szemcseppentővel könnyen elő lehet állítani közel azonos méretű cseppeket, melyekből elegendően sokat megszámolva, majd az egyesítve őket és az össztérfogatot mérve az egyes cseppek térfogata (átmérője) is kiszámítható. Nem könnyű feladat a cseppek méretének változtatása. Injekciós tűvel az olaj felszíne alá is be lehet nyomni vizet, a csepp mérete azonban csak viszonylag szűk határok között változtatható. Ha nagyon kicsiny a csepp, akkor nem akar leválni a tű végéről, ha pedig túlságosan nagy, akkor több kicsiny cseppre hasad szét.

Ha szemcseppentőt használunk, akkor a levegőben előállíthatunk meghatározott méretű vízcseppeket, de ezek az olajba esve vagy nem süllyednek el (hanem a felületi feszültség miatt a felszínen maradnak), vagy pedig több részre szakadnak. A felszínen maradt kicsiny cseppek kocogtatással, óvatos piszkálással útnak indíthatók, és megkezdődhet a sebességmérés. A felületi feszültség „megtartó hatását” többen ügyesek kihasználták: még az olaj felszínén több kis vízcseppet „összeolvasztottak” (üvegpálcával, drótdarabbal piszkálva egyesítették a cseppeket), majd az így „meghízlalt” vízcseppek süllyedését tanulmányozták.

Nehezebben boldogultak azok, akik injekcióstű segítségével juttatták az olaj felszíne alá a vizet. A fecskendő beosztásán ugyan leolvasható a kifecskendezett folyadék térfogata, de csak ha elegendően nagy ez a térfogat. Kicsiny cseppeknél gyakorlatilag nem mérhető a térfogat, a nagyobb folyadékmennyiség pedig nem egyetlen nagy, hanem sok kis cseppet eredményez.

---

* A feladat kitűzésekor tévesen 198-as szám szerepelt.

Lengyel Tímea (Kaposvár, Munkácsy M. Gimn., 12. o.t.) egy 2,3 mm-es kapilláris csőbe felszívott víz térfogatát a vízoszlop hosszából számította ki, majd a (már ismert térfogatú) vizet egy evőkanálban levő kevés olaj alá juttatta (fújta). A víz általában sok kis cseppre szakadt, de ezek ütögetéssel egyesíthetők. Az egyetlen cseppé összeállt vizet a kanálból az olajjal együtt a mérőhengerbe engedte, majd megmérte (viszonylag széles mérettartományban, 2-től és 7 mm-ig változtatva az átmérőt) a cseppek süllyedési sebességét.

Izsák Rudolf (Szombathely, Premontrei Rend Szent Norbert Gimn., 12. o.t.) pipettából egy ferdén tartott tölcsérbe cseppentett mérhető mennyiségű vizet, majd a tölcsérből az olajjal töltött kicsiny kádba engedte azt. Ezzel a módszerrel 1 cm-es átmérőjű cseppeket is elő tudott állítani. A mért sebességek (v) és cseppméretek (d) közötti kapcsolatot $v=a\cdot r^n$ alakban kereste. Mindkét mennyiség logaritmusát vette, majd $\log v$-t $\log d$ függvényében ábrázolva a mérési pontokra egyenest illesztett. Az egyenes meredekségéből meghatározta az n kitevőt, s azt kb. 1,6-nak találta. Hasonló méréskiértékelést végzett *Ivaskó György* (Baja, III. Béla Gimn., 11. o.t.) is, ő a hatványkitevőt 1,4-nek mérte, és a mérés hibáját (a fecskendő beosztásainak kb. 10 %-os leolvasási pontosságából, az időmérés ±1 másodperces pontosságából és a hosszmérés 1 %-os pontosságából összességében 15 %-osnak becsülte.

Hegedűs Ákos (Pécs, Ciszterci Nagy Lajos Gimn., 11. o.t.) 1–10 mm átmérőjű cseppekkel végzett méréseket. A kisebb cseppeket injekcióstű végén „növesztette”, és gyurma-tartóba rögzített nagyítólencsén keresztül szemlélve (az olajjal töltött befőttesüveg hátsó felére ragasztott) milliméterpapír csíkon olvasta le a cseppek látható méretét. Nagyobb ($d>4$ mm-es) cseppeket egy óraüvegben „készítette elő”, ugyancsak a gyurmába rögzített lupén keresztül olvasva le az injekciós fecskendő skálabeosztásán a térfogatukat. Ezután az olajba csúsztatta a cseppeket, és az üveg oldalán előzőleg filctollal bejelölt „start- és célvonal” közötti áthaladási időt mérve kiszámította a sebességüket. Az eredmények kiértékelése után azt találta, hogy a sebesség $v\propto d^{1,7}$ módon függ a csepp átmérőjétől. Megfigyelte, hogy a nagyobb méretű (és emiatt nagyobb sebességű) cseppek mérési adatait használva a kiszámított hatványkitevő fokozatosan csökken. Ezt a tapasztalatot összevetette azzal az elméleti megfontolással, hogy a sebességgel (és a csepp sugarával) arányos fékezőerő esetén $v\propto d^2$, míg a sebesség négyzetével és a keresztmetszetével arányos közegellenállási erő esetén $v\propto\sqrt{d}$. Megállapította, hogy cseppek fékeződésének magyarázatához mindkét hatást figyelembe kell venni, és a megfigyelések szerint nagyobb sebességeknél egyre nagyobb szerepet kap a turbulens áramlásokra jellemző (v^2-es) tag.

Tóth Adrienn (Hajdúszoboszló, Hőgyes E. Gimn., 10. o.t.) az olajjal töltött 100 cm^3-es mérőhengert egy másfél literes műanyag palackba állította, és mindkét folyadékba egy-egy hőmérőt helyezett. A külső „hőfürdővel” biztostani tudta, hogy a mérés során a hőmérséklet jó közelítéssel változatlan maradjon, és a hőmérőkön ellenőrizni is tudta ennek pontosságát. A „hőtartályból” vett vízcseppek hőmérséklete így megegyezett az olaj hőmérsékletével. Két mérési sorozatot is végzett, egyszer 18 C$^\circ$-os, majd 35 C$^\circ$-os olajjal és vízzel kísérletezett. Megállapította, hogy a magasabb hőmérsékletnél a vízcsepp süllyedési sebessége (azonos cseppméreteket hasonlítva össze) kb. 2-szer nagyobb, mint a hidegebbeké. Ennek feltehetően az az oka, hogy az olaj viszkozitása (belső súrlódása) erősen függ a hőmérséklettől. Ugyanerre a következtetésre jutott *Geresdi Attila* (Pécs, Árpád Fejedelem Gimn., 9. o.t.) is, aki 20 C$^\circ$-os és 5 C$^\circ$-os folyadékokkal kísérletezett. Megfigyelte, hogy a hidegebb esetben nagyobb cseppeket tud előállítani, s ezt a viszkozitás hőmérséklet-függésének tulajdonította.

Több versenyző megpróbálkozott azzal, hogy a mért adatokat elméleti megfontolásokkal összevesse. Legtöbben a Stokes-féle $F=6\pi v\eta r$ erőtörvényből indultak ki (az η viszkozitás értékét táblázatokból, katalógusokból vették), de nem kaptak elfogadható számszerű egyezést a mért adatok és a számított értékek között. Ez részben a ellenőrizetlen hőmérséklettel, másrészt a Stokes-formula indokolatlan alkalmazásával magyarázható. Ezt az összefüggést (amely nagyon fontos szerepet játszott Millikan 1910-es években végzett kísérleteiben, az elektron töltésének meghatározásánál) az ismert alakjában csak kismérető, viszonylag lassan mozgó és merev (vagy legalábbis a környező közeghez képes nagy belső súrlódású gömböcskékre érvényes. Millikan olajcseppek mozgását vizsgálta levegőben, jelen esetben pedig folyadék mozog folyadékban. Ilyenkor (az egyéb feltételek teljesülése esetén) hasonló formula érvényes, de a 6-os szám helyett annál kisebb együttható szerepel. (Ha például parányi légbuborék mozog viszkózus folyadékban, akkor 4, ha pedig egymással összemérhető a két folyadék belső súrlódása, akkor 5 az arányossági tényező.)

A mérési eredmények kiértékelésének lényeges (bár nem feltétlenül kötelező) része azok összevetése valamilyen elmélet megfontolásaival, jóslataival vagy várakozásaival. Ez az összevetés azonban nem helyettesíthető a mérés elhagyásával, az eredmények „kitalálásával”, a „minek mérjek, úgyis tudom, hogy mit *kell* kapjak!” érveléssel.

98 dolgozat érkezett. Helyes Ábrány Miklós, Gáspár Merse Előd, Geresdi Attila, Hegedűs Ákos, Ivády Balázs, Ivaskó György, Izsáki Rudolf, Kóspál Ágnes, Lengyel Tímea, Lipcsei Gábor, Pénzes Andrea, Soós Péter, Tamás Levente és Tóth Adrienn megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) 14, 4 pontot kapott 18, hiányos (1–3 pont) 22, nem értékelhető, mert a mérés ténylegesen elvégzése helyett csak elvi megfontolásokat tartalmaz) 29, nem versenyszerű (név nélküli) 2 dolgozat.

200. *A tévékészülék távirányítója láthatatlan, infravörös fényt bocsát ki. Vizsgáljuk meg, hogy mennyire engedik át és mennyire verik vissza papírlapok ezt a fényt!*

(6 pont) Közli: *Horányi Gábor,* Budapest

Megoldás. A tévé távirányítója által kibocsátott infravörös jelek akkor képesek működésbe hozni a tévékészüléket, ha az intenzitásuk (egységnyi idő alatt egységnyi felületre jutó energiájuk) elér vagy meghalad egy bizonyos „küszöbértéket. Ezt a jelenséget jól megfigyelhetjük, ha fokozatosan távolítjuk a távirányítót a tévékészüléktől; egyszer csak irányíthatatlanná válik. A küszöb-távolság értéke függ a tévé infra-érzékelőjének érzékenységétől és a távirányító elemeinek állapotától, nagyságrendileg néhány méteres tartományba esik, és a mérés ideje alatt állandónak tekinthető.

A küszöb-jelenséget használhatjuk fel a mérés elvégzésénél, megkerülve azt a kérdést, hogy miképp mérjük meg egyéb mérőműszer hiányában a sugárzás intenzitását, illetve annak gyengülését. Ha pl. a nyaláb útjába helyezett papírlap a sugárzásnak csak a negyedét engedi át (a többit elnyeli vagy visszaveri), akkor a legyengített nyalábbal csak 2-szer közelebbről tudjuk irányítani a tévét, hiszen felére csökkentve a távirányító és a készülék távolságát az infravörös sugárzásból 4-szer több jut az érzékelő adott méretű felületére. Fordítva: a távolságadatok mérésével meghatározhatjuk az intenzitáscsökkenés mértékét. (Ha a távirányító olyan erősen sugároz, hogy a szobában mindenhonnan működtethető, akkor a tévé elé tett mesterséges sötétítővel, pl. egy vékony papírlappal érhető el, hogy a küszöbeffektus a mérhető távolságtartományba tolódjék el.

Katona Gergely (Bp., Trefort Á. Gyak. Isk. 12. o.t.) kartonpapírból és alufóliából készített hengerbe dugta a távirányítót, ezzel kívánta elkerülni az oldalirányból visszaverődő jelek zavaró hatását. Különböző számú és különböző minőségű papírlapokat helyezett a távirányító elé, és a bekapcsolási távolság mért adataiból arra következtetett, hogy mindegyik papírlap kb. ugyanolyan arányban csökkenti az intenzitást, de ez az arány függ a papír vastagságától és minőségétől. Mások határozott eltérést tapasztaltak az $I_n = I_0 \cdot k^n$ csökkenési ütemtől, és ezt azzal magyarázták, hogy az egyes lapok között ide-oda verődő sugarak hatása sem hanyagolható el.

Többen észrevették, hogy a távirányító sugárzása erősen irányfüggő. Szokásos körülmények között ez nem zavaró, hiszen a tévékészülékbe jutó jel bőven elegendő annak működtetéséhez. Ha viszont annyira legyengítjük a sugárzást, hogy a tévé *éppen* az irányíthatóság határán van, akkor lényegessé válik, hogy milyen szögben tartjuk az „irány-karakterisztikával” rendelkező távirányítót. Célszerű a távirányítót valamilyen nagyobb testhez (hosszabb vonalzó, pálca) rögzíteni, és ily módon biztosítani, hogy a tévékészülékhez viszonyított iránya az odébbhelyezés ellenére se változzék meg.

A visszaverődési együttható úgy mérhető, hogy a tévével ellentétes irányban tartott (és ezért működésképtelen) távirányító sugarainak útjába tükörként egy papírlapot (vagy más tárgyat) tartunk, majd a tévéhez közelítve megkeressük azt a helyet, ahol éppen bekapcsol a távirányító. A mérési adatok azt mutatják, hogy a visszaverődés erőssége gyakorlatilag független a papír vastagságától (tehát felületi jelenség), de érzékeny a papír minőségére (pl. itatóspapíron más, mint rajzlapon).

A működőképesség jelzőjeként célszerű a csatornaváltót, vagy egy éppen nem adó csatornán a hangerőszabályzót működtetni. Néhány versenyző a távirányító és a készülék távolságát nem változtatta, hanem a működés sebességéből (pl. a hangerő teljes felerősítéshez szükséges idő mért értékeiből) próbált következtetni a nyaláb intenzitására, annak erősségére. A megfigyelt kicsiny (kb. 10 százalékos) sebességkülönbség azonban feltehetően „zaj-effektus” (a kibocsátott infravörös-impulzusok közül némelyik éppen nem képes működtetni a tévét, ezért annak meg kell várnia a következő impulzust), emiatt nem alkalmas a jel erősségének (gyengülésének) megbízható mérésére.

Egy másik kiértékelési hiba: ha nem gondoskodunk a falakról és egyéb tárgyakról visszaverődő jelek zavaró hatásának kiküszöböléséről, akkor a megfigyelt „tényekből” arra a (nagy valószínűséggel hibás) következtetésre juthatunk, hogy az infravörös sugarak akármilyen vastag papírrétegen (pl. egy vastag lexikonon is) akadálytalanul áthatolnak. Néhányan — a szisztematikus hibaforrásokra nem gondolva — tapasztalati tényként rögzítették ezt az állítást.

Ábrány Miklós (Beregszász, Bethlen G. Gimn., 12. o.t.) egy másik, a bekapcsolási küszöbeffektustól független mérést is elvégzett. Teljes sötétben kibontott egy fekete-fehér fotópapírt, erre egészen közelről 300 jelet adott a távirányítóval, majd ugyanezt a kísérletet 1, 5, 10 és 15 papírlap közbeiktatásával megismételte. Az előhívás után észlelhető (és papírlapok számától függő mértékű) megfeketedés tapasztalt. (A képeket a jegyzőkönyvhöz mellékelte. Módszere kvalitatívan jól mutatja az intenzitás-csökkenést, de annak számszerű jellemzésére közvetlenül nem alkalmas.

65 dolgozat érkezett. Teljes értékű (a mérési eljárás világos leírását, kellő számú és pontosságú mérési adatot tartalmazó, azokat áttekinthetően táblázatban és grafikonon megadó, kiértékelést, hibaszámítást is tartalmazó) Ábrány Miklós, Hegedűs Ákos, Katona Gergely, Tamás Levente és Soós Péter mérése. Kicsit hiányos (5 pont) Flender Gyöngyi, Kovács Géza és Szatmári Emőke dolgozata. Hiányos (1–4 pont) 44, hibás 11, nem versenyszerű (nevet nem tartalmaz) 2 dolgozat.

Fizikából kitűzött gyakorlatok és feladatok

205. mérési feladat. Mérjük meg a fa hőtágulási együtthatóját szálirányban és a szálra merőleges irányban!

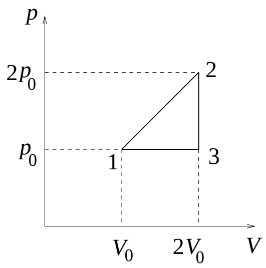
(6 pont) Közli: *Tichy Géza,* Budapest

FGy. 3233. Az ember szíve egy dobbanás közben kb. 1,6 J munkát végez. Mennyi munkát végez a szív egy nap alatt? Hány kg homokot tudna egy ilyen teljesítményű gép egy nap alatt 1 m magasra „fellapátolni”?

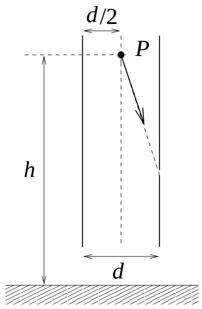
(3 pont) Közli: *Diószeghy Árpád,* Kassa

FGy. 3234. Egy bizonyos mennyiségű gázzal az *ábrán* látható körfolyamatot végeztetjük. A körfolyamat termodinamikai hatásfoka $\frac{1}{12}$. Lehet-e ez a gáz radon?

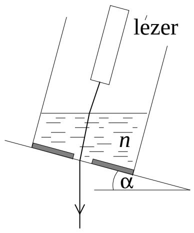
(4 pont) Közli: *Varga István,* Békéscsaba



3234.



3241.



3242.

FGy. 3235. Egy 35°-os lejtő alján hasalva puskával próbáljuk eltalálni a lejtőn fölfelé 40 méterre levő célt. Milyen irányban kell tartanunk a puskát, ha a lövedék kezdősebessége 100 m/s, és a levegő ellenállásától eltekintünk?

(4 pont) Közli: *Láng Róbert,* Balatonfüred

FGy. 3236. Egy könnyű, 40 cm hosszú, 0,5 cm átmérőjű, hengeres tartórúd szabad végére 0,5 kg tömegű testet rögzítünk. A rendszer kis kitérésű rezgéseinek periódusidejét 0,1 másodpercnek mérjük. Határozzuk meg a Young-modulus értékét!

(5 pont) Közli: *Tichy-Rács Ádám,* Budapest

FGy. 3237. Egy árammal átjárt szolenoid belsejébe juttatott elektronok körpályán keringenek. Milyen irányban: a szolenoid huzaljában áramló elektronokéval egyezően vagy ellentétesen?

(3 pont) Közli: *Gnädig Béla,* Budakeszi

FF. 3238. Két azonos súlyú és sugarú tömör, homogén gömböt engedünk le egyszerre egymás mellett, ugyanazon a lejtőn, kezdősebesség nélkül. A gömbök felületeinek minősége különböző, így az egyiknél a csúszási súrlódási együttható $\mu_1 = 0{,}1$, a másiknál $\mu_2 = 0{,}4$.

a) Melyik gömb ér le előbb a lejtő aljára?

b) Melyik gömbnek nagyobb a kinetikus energiája a lejtő alján?

Ábrázoljuk az idő- és energia-arányokat a lejtő hajlásszögének függvényében!

(5 pont) Közli: *Holics László,* Budapest

FF. 3239. Gitárunk „E" húrját a már behangolt „A" húrhoz akarjuk hangolni a szokásos módon: lefogjuk, hogy annak is „A" hangon kelljen szólnia, majd mindkét húrt megpendítjük és fülelünk. Azt tapasztaljuk, hogy a hallott hang másodpercenként elhalkul. Hány százalékkal tér el a hamis „A" hang rezgésszáma a kívánttól? Magasabb vagy mélyebb? A behangolt „A" húr rezgésszáma 110 Hz.

(4 pont) Közli: *Koniorczyk Mátyás,* Budapest

FF. 3240. Becsüljük meg, hogy mennyi ideig működtethető egy 4 kg gázt tartalmazó, 10 liter térfogatú szén-dioxidos tűzoltó berendezés? Tegyük fel, hogy a gáz egy 0,1 cm^2 keresztmetszetű lyukon egyenletesen csökkenő sebességgel áramlik ki!

(5 pont) Közli: *Tegzes Kinga,* Budapest

FF. 3241. U feszültségre feltöltött függőleges síkkondenzátor belsejében az *ábrán* látható P pontból elengedünk egy Q töltésű, m tömegű részecskét. Azon a helyen, ahol a részecske eléri a jobb oldali lemezt, kis lyuk van, amin a részecske áthaladhat.

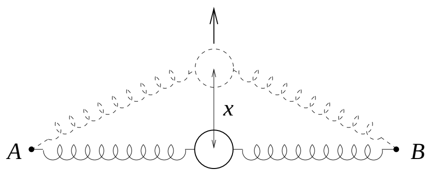
Milyen pályán mozog a részecske? Mennyi idő múlva és hol éri el a talajt? (A közegellenállástól eltekinthetünk.)

(4 pont) Közli: *Tichy Ágnes,* Budapest

FF. 3242. Egy nemrég szabadalmaztatott „függőón" egy hengeres edénybe töltött megfelelő törésmutatójú folyadékból és egy kis lézerből áll. Hogyan kell megválasztani az n törésmutatót, ha azt akarjuk elérni, hogy a fény a folyadékprizmán megtörve gyakorlatilag függőlegesen lépjen ki a berendezésből, ha $|\alpha| < 10°$. Milyen pontos lehet ez a berendezés?

(5 pont) Közli: *Mara József,* Budapest

FN. 3243. Egy m tömegű test vízszintes síkban súrlódásmentesen mozoghat. Az *ábrán* látható A és B pontokban rögzített rugók kezdetben nyújtatlanok, rugóállandójuk D.



a) Mekkora erő hat a testre, ha az AB egyenesre merőlegesen x távolsággal kitérítjük? Hogyan közelíthető ez az erő kis kitérések esetén?

b) Mekkora a rezgésidő 2 cm-es amplitúdó esetén, ha 1 cm-es amplitúdónál a rezgés periódusideje 2 s, és $AB \gg 1$ cm?

(6 pont) Közli: *Gnädig Péter,* Budapest

A fizika feladatok megoldásai a következő címre küldendők:

Eötvös Loránd Fizikai Társulat, KöMaL feladatok

Budapest, Pf. 433. 1371

A beküldési határidő: **1999. április 11.**

Problems of the 1998 Eötvös Physics Competition

1. The curvature variometer of Roland Eötvös consisted of two small bodies of identical mass, affixed at the ends of a light horizontal rod suspended by its middle onto a thin torsion fibre.

Eötvös measured the period of the rotary oscillations of the curvature variometer (for small oscillations) by the foot of Hill Gellért in two different arrangements: in the first one, the horizontal rod, oscillating on a horizontal plane, pointed towards the centre of the hill in its equilibrium position, whereas in the second one it oscillated around a position perpendicular to the previous one. In the first case, he found the period of the rod to be 564.6 seconds, while in the second one it was 572.2 seconds.

Assume that the gravitational effect of Hill Gellért is equivalent to the attraction of a point-like body of identical mass, at a distance of 300 metres from the apparatus horizontally. Now, using the above measurement data of Eötvös, estimate the angle by which Hill Gellért modifies the direction of a plumb line at the position of the measurement.

2. There are 1 and 2 cubic centimetres of perfume in two straight, vertically test tubes of identical cross-section, 20 cm and 40 cm long, respectively, and open at the top. Approximately how many times longer does it take the perfume to completely evaporate from the second test tube than from the first?

Is the answer modified if the tops of the test tubes are closed, only leaving a small (identical) hole on each cover?

3. The cross-section of a solenoid (long, straight coil) is a square of side d, while its length is L ($L \gg d$). Deep inside the solenoid, a homogeneous magnetic field of induction B is built up, due to the direct current flowing in the coil. The coil is in a vertical position (see the figure on page 178). Right above the top end of the coil, a conducting frame of the form of a horizontal square with sides d is suspended on vertical threads of length l ($l \gg d$).

The mass of the frame is m, its electrical resistance is R. The solenoid is suddenly pulled to the right horizontally. In what direction does the frame, suspended as a pendulum, swing out and how high does it rise?

Az 1998. évi Eötvös-verseny díjazottjai.
Elöl (balról jobbra): Sarlós F., Rozsonday G., Tóth B., Gulyás N. és Végh D.
Középső sor: Rácz B., Nagy K., Bálint I., Kormos M., Somogyi G., Tóth Gy., Terpai T.
Hátsó sor: Katona G., Pogány Á., Máthé A. és Hegedűs Á.

Physics

Experimental problem: 205. Measure the coefficient of thermal expansion of wood along the grain and perpendicularly to it.

New exercises: 3233. A person's heart does approximately a work of 1.6 J during a beat. How much work does it do during a day? How many kg of sand could a machine with such a power output 'shovel up' to a height of 1 m? **3234.** A certain quantity of gas makes the cycle shown in the *figure*. The thermodynamic efficiency of the cycle is $\frac{1}{12}$. Can this gas be radon? **3235.** Lying on his stomach at the bottom of a slope that has an inclination of 35°, somebody tries to hit the mark 40 metres upward along the slope with a gun. Where should the gun point if the initial speed of the bullet is 100 m/s and air resistance is neglected? **3236.** A body with a mass of 0.5 kg is fastened to the free end of a light, cylindrical rod with a length of 40 cm and a diameter of 0.5 cm. The period of the small oscillations of the system is measured to be 0.1 second. Determine the value of Young's modulus. **3237.** Electrons inside a solenoid revolve along a circular path. In what direction: according or opposite to that of the electrons moving inside the wire of the solenoid?

New problems: 3238. Two solid, homogeneous spheres of identical weight and radius start down the same slope at the same time, with no initial speed. The quality of the surface of each sphere is different: the coefficient of dynamic friction is $\mu_1 = 0.1$ for one of them and $\mu_2 = 0.4$ for the other one. *a*) Which sphere arrives first at the bottom of the slope? *b*) Which sphere has a greater kinetic energy at the bottom of the slope? Represent these ratios as a function of the inclination of the slope. **3239.** We want to tune the E-string of our guitar to the A-string already tuned, applying the usual method: we hold it down so that it also gives an A, then we touch both strings and listen. We can hear the sound fading every second. By how many percents does the frequency of the false A differ from the required value? Is it higher or lower? The frequency of the tuned A-string is 110 Hz. **3240.** Estimate the length of time up to which a fire extinguisher with a volume of 10 litres, containing 4 kg of carbon dioxide can be operated. Assume that the gas leaves the container through a hole with a cross-section of 0.1 cm^2, at a uniformly decreasing speed. **3241.** A particle of charge Q and mass m is released from point P inside a vertical plane capacitor charged to pd. U, as shown in the *figure*. There is a small hole at the point where the particle reaches the right plate, through which the particle can pass. What is the trajectory of the particle? In how much time and where does the particle reach the ground? (Air resistance can be neglected.) **3242.** A recently patented 'plummet' consists of a liquid with a suitable refractive index poured into a cylindrical vessel and of a small laser. How should the refractive index n be chosen so that the light refracted by the liquid prism leaves the apparatus practically vertically when $|\alpha| < 10°$? How accurate can this apparatus be? **3243.** A body of mass m can move without friction in a horizontal plane. The springs fixed in points A and B shown in the *figure* are initially not expanded, their spring constant is D. *a*) What force does the body experience when it is displaced to distance x perpendicularly to the straight line AB? How can this force be approximated for small displacements? *b*) What is the period of the oscillations for an amplitude of 2 cm if it is 2 s for an amplitude of 1 cm and $AB \gg 1$ cm?