Az 1997/98. tanévben megrendezett FIZIKA OKTV II. fordulójának feladatmegoldásai

A fizika I. kategória (szakközépiskolások) feladatai

1. feladat. *Rakéta modellünk egy kiskocsi, amelyen több rugós kilövő szerkezet van elhelyezve. Mindegyik rugó meg van feszítve, és így* $E=100$ J *rugalmas energiát tárol. A* $M=100$ kg *össztömegű rendszer kezdetben nyugalomban van. Mekkora lesz a kiskocsi sebessége, ha egymás után három, egyenként* $m=5$ kg *tömegű golyót lő ki a szerkezet a kocsi hossztengelye mentén ugyanabba az irányba?*

(Arany Tóth László)

Megoldás. Válasszuk vonatkoztatási rendszerül mindig a kocsi kidobás előtti sebességével haladó (tömegközépponti) vonatkoztatási rendszert! Legyen a kocsi sebessége az első kilövés után V_1, a golyó sebessége pedig v_1! A mechanikai energia és a lendület megmaradása miatt

$$E=\frac{1}{2}(M-m)V_1^2+\frac{1}{2}mv_1^2,\qquad (M-m)V_1-mv_1=0,$$

ahonnan a kiskocsi sebessége (sebességváltozása) az első kilövés után

$$V_1=\Delta V_1=\sqrt{\frac{2mE}{M(M-m)}}.$$

A második kilövés után a kocsi sebességváltozása pontosan a fenti képlet szerint számítható, azzal a különbséggel, hogy most M helyett $M'=M-m$ szerepel:

$$\Delta V_2=\sqrt{\frac{2mE}{(M-m)(M-2m)}},$$

a harmadik kilövés után pedig M helyett $M''=M-2m$ írandó:

$$\Delta V_3=\sqrt{\frac{2mE}{(M-2m)(M-3m)}}.$$

A kiskocsi teljes sebességváltozása (a talajhoz viszonyított sebessége) három golyó kilövése után:

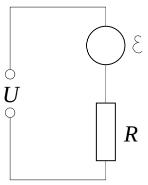
$$V_3=\Delta V_1+\Delta V_2+\Delta V_3=1{,}03\ \mathrm{m/s}.$$

2. feladat. *Egyenáramú villanymotorunk álló- és forgórész tekercse sorba van kapcsolva, s összesen* 62 Ω *ellenállása van. A motort* 220 V *egyenfeszültségre kapcsoljuk. Leadhat-e ez a motor* 200 W *mechanikai teljesítményt?*

(Légrádi Imre)

KöMaL – 1999/1 FIZ9901 2001. április 5. – 8:52 (1. lap)

Megoldás. A kapcsolás vázlata az *1. ábrán* látható. Ha a motor forog, az armatúra vezetőiben az állórész mágneses mezeje elektromotoros erőt indukál. Jelölje a forgórészben mint generátorban keletkezett feszültséget $\mathcal{E}$, az ohmikus ellenállásra eső feszültség pedig IR. Kirchhoff törvénye szerint: $U-\mathcal{E}-IR=0$, ebből $\mathcal{E}=U-IR$ a motor feszültsége, amely a mechanikai teljesítmény szempontjából számít. A motor teljesítménye:



1. ábra

$$P=I\mathcal{E}=I(U-IR)=-R\left(I-\frac{U}{2R}\right)^2+\frac{U^2}{4R}\leqslant\frac{U^2}{4R}=P_{\max}=195{,}16\ \mathrm{W}.$$

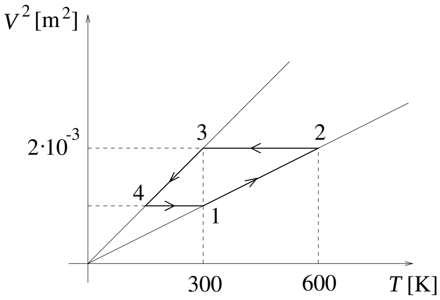
A motor tehát nem tud leadni 200 W mechanikai teljesítményt.

3. feladat. 1 *mól kétatomos gázzal a 2. ábrán látható körfolyamatot hajtunk végre. A gáz által felvett hőnek hány százaléka fordítódik hasznos munkára?*

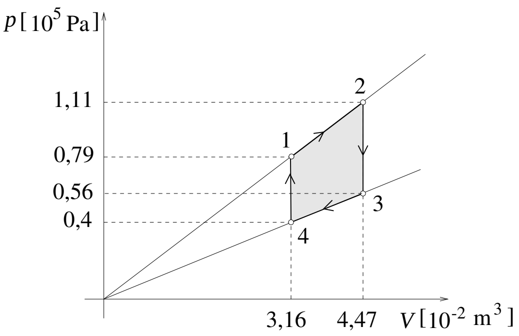
(Jurisits József)

Megoldás. Az $1\to 2$ és $3\to 4$ folyamatokban $T\propto V^2$, ahonnan a gáztörvény felhasználásával adódik, hogy $p\propto (T/V)\propto V$. A körfolyamat tehát a $p-V$ diagramon is egy trapézzal szemléltethető, és az 1., 2., 3. és 4. pontok állapotjelzői a megadott adatokból, illetve a gáztörvényből kiszámítható (*3. ábra*). A hasznos munka:

$$W=\frac{p_1+p_2}{2}(V_2-V_1)-\frac{p_3+p_4}{2}(V_2-V_1)=615{,}7\ \mathrm{J}.$$



2. ábra



3. ábra

A felvett hő:

$$Q_{\mathrm{fel}}=Q_{41}+Q_{12}=\Delta E_{41}+\Delta E_{12}-W_{12}=\frac{f}{2}nR\,(T_2-T_4)+\frac{p_1+p_2}{2}(V_2-V_1)=10{,}6\ \mathrm{kJ},$$

A hatásfok: $\eta=W/Q=5{,}81\ \%$.

4. feladat. *Egy fotocella katódját növekvő frekvenciájú fénnyel megvilágítva* $3\cdot10^{14}\ \mathrm{s}^{-1}$ *frekvencia esetén indul meg az anódáram. Ezen fotocella anódja és katódja közé* 1 pF *kapacitású kondenzátort kapcsolunk, és a katódot* 425 nm *hullámhosszú fénnyel világítjuk meg. Elegendő hosszú ideig történt megvilágítás esetén hány elektron érkezik az anódra?*

(Blészer Jenő)

Megoldás. Az anódáram megindulásakor a foton energiája a kilépési munkát fedezi: $W_{\text{ki}} = hf_1 = 2 \cdot 10^{-19}$ J. A második esetben alkalmazott fény frekvenciája: $f_2 = c/\lambda = 7 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}$. A katódot elhagyó elektronok mozgási energiája: $E_{\text{m}} = hf_2 - W_{\text{ki}} = 2{,}64 \cdot 10^{-19}$ J.

Miközben az elektronok a katódból kilépve az anódra jutnak, a katód pozitív, az anód negatív töltésűvé válik, és ezáltal egy „ellentér” alakul ki, amely elegendően hosszú idő múlva leállítja az elektronok anódra jutását. A kondenzátoron kialakult U ellenfeszültség mérhető a katód és az anód között is. Ez az elektromos mező az elektronok potenciális energiájának felemelésére elektrononként eU munkát végez, ami a munkatétel szerint ($W = \Delta E_{\text{kin}}$) megegyezik az elektron mozgási energiájának megváltozásával: $eU = 0 - E_{\text{m}}$, ahonnan kiszámítható a katódnak az anódhoz viszonyított feszültsége: $U = 1{,}65$ V. A kondenzátor töltése: $Q = CU = 1{,}65 \cdot 10^{-12}$ C, a kondenzátorra jutó elektronok száma: $n = Q/e = 1{,}03 \cdot 10^7$ db. (A fotocella saját kapacitását elhanyagoltuk.)

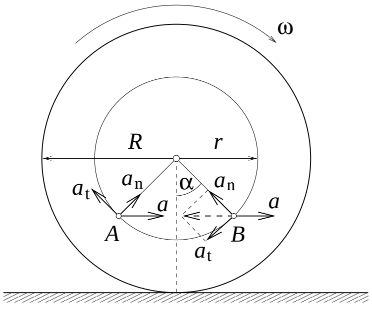
A fizika II. kategória feladatai

1. feladat. *Autó kerekének sugara R. A szelepsapka r távolságra van a kerék tengelyétől. Az autó álló helyzetből csúszásmentesen, állandó gyorsulással elindul. Megvalósítható-e valamilyen módon, hogy a szelepsapkának ne legyen gyorsulása*

a) *az alsó helyzet utáni $1/8$ fordulatnál,*

b) *az alsó helyzet előtti $1/8$ fordulatnál?*

(Jurisits József)



4. ábra

I. megoldás. A kívánt gyorsulásmentes állapothoz az adott pillanatban az autó (keréktengely) gyorsulásának (**a**), a szelepsapka sugár irányú (normál) gyorsulásának ($\mathbf{a}_n$) és érintőleges (tangenciális) gyorsulásának ($\mathbf{a}_t$) zérus eredőt kell adnia. A *4. ábrából* látszik, hogy az a) esetnek megfelelő A pontban ez nem teljesülhet.

A b) esetben (B pontban) fennállhat a kért gyorsulásmentesség, ha a tangenciális és normális gyorsulás egyenlő nagy, és a belőlük alkotott vektorparalelogramma olyan négyzet, amelynek az átlója éppen az autó gyorsulásával azonos nagyságú: $a_t = a_n = a/\sqrt{2}$, azaz $a/\sqrt{2} = r(a/R)$, ahonnan $R = r\sqrt{2}$. Eszerint a szelepsapka csak meghatározott távolságra ($r = R/\sqrt{2} \approx 0{,}71R$) lehet a tengelytől.

Mivel az indulás után t idővel $a_n = r(at/R)^2$ és $a_t = r(a/R)$, az $a_t = a_n$ feltétel akkor teljesül, ha $t = \sqrt{R/a}$, és így a kerék szögelfordulása az indulási helyzethez képest

$$\varphi = \beta\frac{t^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{a}{R}t^2 = \frac{1}{2}\,\text{rad} = 28{,}65^\circ.$$

Eszerint az indulás pillanatában a szelepsapkához húzott sugár a függőlegessel $\alpha + \varphi = 73{,}65^\circ$-os szöget kell bezárjon.

2. feladat. *Egy f szabadsági fokú ideális gáz T_0 hőmérséklettől $2T_0$-ig tartó folyamata esetén $V = aT^2$ (a = konstans). Adjuk meg a mólhőt a hőmérséklet függvényében!*

(Szvetnik Endre)

Megoldás. A hőtan első főtétele ($\Delta E = Q + W$) kis megváltozásokra (amikor a nyomás állandónak vehető):

$$nC_V\Delta T = nC\Delta T - p\Delta V.$$

Innen kifejezhetjük a T hőmérséklethez tartozó mólhőt:

$$C(T) = C_V + \frac{1}{n}p(T)\cdot\frac{\Delta V(T)}{\Delta T}.$$

Felhasználhatjuk, hogy pl. a szabadesésnél $gt^2/2$ változási gyorsasága gt, így az aT^2 függvény (T változó szerinti) változási üteme $2aT$. Eszerint

$$C(T) = C_V + \frac{1}{n}p(T)\cdot 2aT.$$

A nyomást az ideális gáz állapotegyenletéből kifejezve és $V = aT^2$ -et felhasználva végül azt kapjuk, hogy a folyamat során mólhő állandó, értéke $C = C_V + 2R = (f/2)R + 2R$.

3. feladat. *Egy l hosszúságú, N menetes nyitott szolenoid felénél, belül lévő r sugarú körgyűrűben az áramerősség időben egyenletesen változik. A körgyűrű síkja merőleges a szolenoid tengelyére, az áramerősség változási gyorsasága $\Delta I/\Delta t$.*

a) *Mekkora feszültség indukálódik a szolenoidban?*

(Adatok: $l = 2$ m, $N = 2000$, $r = 5$ cm, $\Delta I/\Delta t = 40$ A/s, $L_{12} = L_{21}$.)

b) *A fenti elrendezésnél a tekercs árama állandó I_2 nagyságú, a körgyűrű árama pedig kezdeti zérus értékről egyenletesen I_1-re nő. A körgyűrű önindukciós együtthatója L_1. Mennyivel változik a mágneses mező energiája a folyamat során?*

(Adatok: $I_1 = 2$ A, $I_2 = 4$ A, $L_1 = 0{,}3$ μH.)

(Szvetnik Endre)

Megoldás. *a*) A szolenoid feszültsége: $U_2 = L_{21}(\Delta I/\Delta t)$ módon számítható; feladatunk tehát L_{21}, vagy a vele megegyező L_{12} kölcsönös indukciós együttható meghatározása.

Tekintsük azt az elrendezést, amikor a körgyűrű nyitott, és a szolenoidon átfolyó áram tetszőleges $\Delta I_2/\Delta t$ tempóban változik! Ekkor a körgyűrű feszültsége a kölcsönös indukciós együtthatóval és a Faraday-féle indukciós törvénnyel felírva:

$$U_1 = L_{12}\frac{\Delta I_2}{\Delta t} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\mu_0 N r^2\pi}{l}\,\frac{\Delta I_2}{\Delta t},$$

ahonnan $L_{12} = \mu_0 N r^2\pi/l$, és szolenoidban indukálódó feszültség $U_2 \approx 0{,}4$ mV.

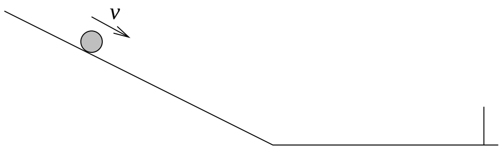
b) Határozzuk meg először a körgyűrű telepének a Joule-féle hőn felüli energiaváltozását! A szolenoid által keltett mágneses mező (állandó lévén) nem hoz létre fluxusváltozást a körgyűrűben, így a keresett energia úgy számítható, mintha a szolenoid nem lenne jelen. A körgyűrű telepének energiája tehát a mágneses mező keltése miatt $\Delta W_1 = -L_1 I_1^2/2$ értékkel megváltozott (lecsökkent). Mivel a körgyűrű változó árama fluxusváltozást hoz létre a szolenoidban, így annak állandó árama egy megfelelő telep működtetésével biztosítható. Keressük meg ennek a telepnek a fluxusváltozás miatti energiaváltozását:

$$\Delta W_2 = \mp U_2 I_2 t = \mp L_{12} \cdot (I_1/t) \cdot I_2 t = \mp L_{12} \cdot I_1 I_2.$$

(Az előjel attól függően pozitív vagy negatív, hogy a köráram és a szolenoidban folyó áram azonos vagy ellentétes irányú.)

A két telep együttes energiaváltozásának (-1)-szerese természetesen egyenlő a mágneses mező energiaváltozásával (a Joule-féle hőhöz szükséges energiaváltozástól eltekintve, amit itt nem is számítottunk bele.) Ezzel a mágneses mező keresett energiaváltozása:

$$\Delta W_m = -(\Delta W_1 + \Delta W_2) = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \pm L_{12} I_1 I_2 = (0{,}6 \pm 79) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{J}.$$



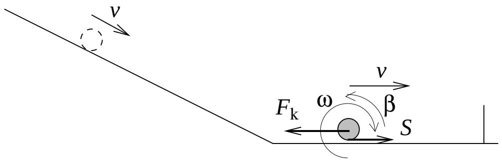
5. ábra

4. feladat. *Magas lejtőről csúszásmentesen gurul le egy golyó a törésmentesen csatlakozó vízszintes síkra. A golyó útjában egy fal áll. Melyik esetben ér előbb a pálya végén levő falhoz, ha van a vízszintes síkon súrlódás, vagy ha nincs? Adja meg és indokolja a válaszát arra az esetre, ha a folyamat* a) *levegőben, illetve* b) *vákuumban megy végbe!*

(Holics László)

Megoldás. a) A leguruló golyó a *hosszú* lejtőn viszonylag nagy sebességre tesz szert, tehát a közegellenállás jelentős. A két eset összehasonlításában csak ez okozhat különbséget.

A golyó mindkét esetben azonos végsebességgel érkezik a lejtő aljára. Ha nincs súrlódás a vízszintes síkon, akkor csak a közegellenállás fékezi a golyót, és az valamennyire csökkenő sebességgel valamennyi idő alatt eléri a falat, miközben változatlan szögsebességgel forog.



6. ábra

Ha van súrlódás a vízszintes síkon, akkor a tömegközéppontot fékező közegellenállás tapadó súrlódási erőt provokál ki a talajból (u.i. a csúszásmentesség kezdeti $a = r\beta$ kényszerkapcsolata mindvégig megmarad), és ez a kényszerkapcsolat a szögsebességgel ellentétes irányú (fékező) szöggyorsulást kell hogy eredményezzen. Így a forgási energia egy része áttevődik a haladási szabadsági fokra, illetve a haladás irányába előremutató S tapadó súrlódási erő segíti a golyót a haladásában (*6. ábra*). Lassabban csökken a tömegközéppont sebessége, és így előbb éri el a falat.

b) Ha nincs közegellenállás, a gördülő golyó lényegében mindkét (súrlódásos és súrlódásmentes) esetben azonos idő alatt éri el a falat, mivel hiányzik a tömegközéppont sebességét csökkentő erőhatás. A golyó tehát mindkét esetben csúszásmentesen gördül, még a tapadási erő hiányában is. Ha azonban figyelembe vesszük — az egyébként rendszerint elhanyagolható — gördülő ellenállást, a súrlódásos esetben ér egy hajszálnyival később ér a falhoz a golyó, ui. a gördülő ellenállás a talaj benyomódásának következménye (feltehetjük, hogy sima és érdes talajon azonos érték), és mint ilyen fékező forgatónyomatékot fejt ki a golyóra, azaz most a tömegközéppont gyorsabban halad, mint a sugár és szögsebesség szorzata, így a talajra előre mutató súrlódási erőt fejt ki. Ennek az erőnek az ellentettje hat a golyóra, tehát kis mértékben fékezi azt, míg a súrlódásmentes talajon ez az erő nem lép fel.

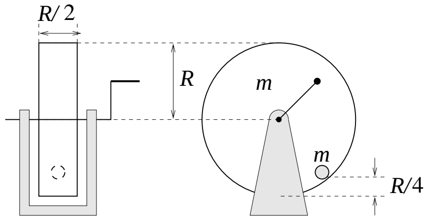
A fizika III. kategória feladatai

1. feladat. *Egy könnyen forgatható m tömegű szerencsekerék R sugarú, $R/2$ magasságú hengerének alapja és palástja azonos vastagságú és anyagú lemezből készült. A kezdetben nyugvó kerék belsejében $r=R/6$ sugarú, ugyancsak m tömegű tömör golyó a henger aljától $R/4$ magasságban érintkezik a henger felületével, és a kezdőpillanatban nyugalomban van.*

a) *Mekkora forgatónyomatékot kell a szerencsekerékre kifejtenünk, hogy a benne levő gömb tömegközéppontja nyugalomban maradjon?*

b) *Mekkora munkát végzünk így* 2 s *alatt?*

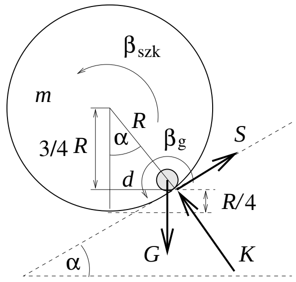
c) *Mekkora a golyó és a szerencsekerék szöggyorsulása? (A golyó csúszásmentesen gördül. Legyen $R=0{,}54$ m és $m=2$ kg. A hajtókar tömege elhanyagolható.)*



7. ábra

(Holics László)

Megoldás. *a*) Ahhoz, hogy a golyó tömegközéppontja helyben maradjon, a rá ható összes erők összege zérus kell hogy legyen. A golyóra a nehézségi erő, a kényszererő és a tapadó súrlódási erő hat (*8. ábra*). A tapadási erő $S=$ $=mg\sin\alpha$ kell legyen (hiszen a golyó érintő irányban nem gyorsul). A megadott feltétel szerint $\sin\alpha=d/R=\sqrt{7}/4$, innen $\alpha=41{,}4^\circ$, a tapadási súrlódási erő pedig 13,23 N.



8. ábra

A golyó kerületi gyorsulása

$$a_k=r\beta_{\text{golyó}}=r\frac{Sr}{\frac{2}{5}mr^2}=\frac{5g\sin\alpha}{2}.$$

(Természetesen ugyanekkora a szerencsekerék palástjának kerületi gyorsulását is.) A szerencsekerék szöggyorsulása: $\beta_{\text{szk}}=a_k/R$. Ezt a kerékre ható forgatónyomatékok, vagyis az általunk kifejtett M forgatónyomaték és a tapadó súrlódási erő SR forgatónyomatékának különbsége okozza: $M-SR=\Theta_{\text{szk}}\beta_{\text{szk}}$.

Meghatározandó még a szerencsekerék tehetetlenségi nyomatéka. Mivel (a megadott adatok mellett) a palást területe éppen megegyezik egy-egy körlap területével, a tömegek aránya is ennek megfelelő: $m_{\text{palást}}=\frac{1}{3}m$, illetve $m_{\text{alap}}=\frac{2}{3}m$. Így

$$\Theta_{\text{szk}}=\Theta_{\text{palást}}+\Theta_{\text{alap}}=m_{\text{palást}}\cdot R^2+m_{\text{alap}}\cdot\frac{R^2}{2}=\frac{m}{3}\cdot R^2+\frac{2m}{3}\cdot\frac{R^2}{2}=\frac{2}{3}mR^2.$$

Az általunk kifejtendő forgatónyomaték tehát $M=\frac{8}{3}mgR\sin\alpha\approx 19{,}1$ Nm.

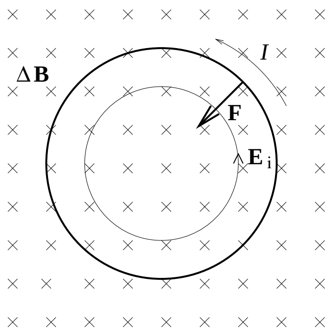
b) Munkavégzésünk a kerék és a golyó mozgási energiáját növeli:

$$W=\Delta E_{\text{szk}}+\Delta E_{\text{golyó}}=\frac{1}{2}\Theta_{\text{szk}}\,\omega_{\text{szk}}^2+\frac{1}{2}\Theta_{\text{golyó}}\,\omega_{\text{golyó}}^2=\frac{8}{15}mR^2\,(\beta_{\text{szk}}t)^2=1{,}17\text{ kJ}.$$

c) A szerencsekerék szöggyorsulása $\beta_{\text{szk}} = a_{\text{szk}}/R \approx 30{,}6\ \text{s}^{-2}$, a golyóé pedig $\beta_{\text{golyó}} = 6\beta_{\text{szk}} \approx 184\ \text{s}^{-2}$.

2. feladat. $R = 8$ cm *sugarú,* $A = 2\ \text{mm}^2$ *kör keresztmetszetű rézkarika egyenletesen változó indukciójú, a síkjára merőleges homogén mágneses mezőben van. Az indukció* $t = 0$*-kor* $B_0 = 0$*, és* $t = 0{,}2$ s *alatt* $B = 2$ T *értékre nő. Mekkora* ω *szögsebességgel kell a karikát egyenletesen forgatnunk, hogy* $t_1 = 0{,}1$ s *időpillanatban ne legyen benne rugalmas feszültség? Megoldható-e ez a feladat* 2 T*-ról* 0*-ra csökkenő mágneses indukció esetén? (Az önindukciós hatás elhanyagolható.)*

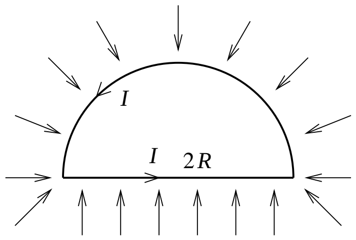
(Holics László)



9. ábra

I. megoldás Az időben változó mágneses mező elektromos mezőt kelt, amely a fémgyűrűbe hatol és abban áramot indít meg. Erre az immár áramtól átjárt vezetőre ugyanettől (az időben növekvő indukciójú) mezőtől az indukcióvonalakra és a körvezetőre merőleges, az indukált áram iránya miatt a kör középpontja felé irányuló Lorentz-erő hat (*9. ábra*), amely a körvezetőt összeroppantani igyekszik. Ezáltal abban rugalmas feszültséget hoz létre. (Ha időben csökkenő indukciójú mágneses mezőben lenne a karika, akkor arra szétfeszítő erő hatna!) Meg kell határoznunk ezt az erőt. Mivel a mező időben egyenletesen változik, az indukált elektromos térerősség és így a körfeszültség is időben állandó, az önindukció nem játszik szerepet. Az indukált áram erőssége (Ohm törvényét alkalmazva esetünkre):

$$I = \frac{U_0}{r} = \frac{\Delta\Phi}{r\Delta t} = \frac{\Delta B R^2\pi}{(2R\pi\varrho/A)\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t}\cdot\frac{RA}{2\varrho}.$$



10. ábra

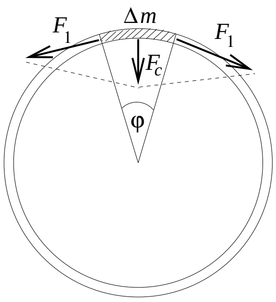
A keletkező rugalmas feszültséget úgy számíthatjuk ki legegyszerűbben, hogy meghatározzuk az egy félkörre ható eredő mágneses erőt, és azt osztjuk a vezeték keresztmetszetének kétszeresével. A félkörre ható erő pedig nyilván akkora, mint egy félkörből és átmérőjéből álló áramjárta vezeték $2R$ *átmérőjére* ható erő, hiszen a vezető a homogén mezőben semerre sem gyorsul, így a rá ható Lorentz-erő eredője nulla kell legyen (*10. ábra*). Ezzel a *félkörre* ható erő: $F = B_1 I \cdot 2R$, ahol B_1 a t_1 időpillanatban a mágneses indukció nagysága. Mivel a félkör végpontjaiban az egyik félkört a másikkal összenyomó erők egymással párhuzamosak, az egyik keresztmetszetre az eredő fele jut: $F_1 = F/2 = B_1 I R$, ahol $B_1 = (\Delta B/\Delta t)t_1 = B_{\max}/2$. Így a rugalmas feszültség, amit a Lorentz-erő okoz:

$$\sigma = \frac{F_1}{A} = \frac{1}{A}\,\frac{B_{\max}}{2}\,\frac{\Delta B}{\Delta t}\,\frac{RA}{2\varrho}R = \frac{B_{\max}}{4\varrho}\,R^2\cdot\frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

A karika megforgatásával azt érjük el, hogy a mágneses mező okozta nyomófeszültség mellett egy húzófeszültség is fellép, amelyek — megfelelő fordulatszám esetén — éppen kompenzálhatják egymást. Ezért nem sikerülne a kísérlet *csökkenő* indukciójú mezőben, ahol a mágneses erők is széthúzó jellegűek (a karikában az áram iránya ellentétesre változna, de a **B** vektor iránya ugyanaz maradna, s így a Lorentz-erő iránya megfordulna).

A mechanikai feszültség kétféle gondolatmenettel is meghatározható. A középpontján átmenő, síkjára merőleges tengely körül megforgatott gyűrű kicsiny, d sűrűségű, $\Delta m = d\,AR\varphi$ tömegű darabjára

$$F_c = \Delta m \cdot R\omega^2 = AR^2 d \cdot \varphi \cdot \omega^2$$



11. ábra

nagyságú centripetális erőnek kell hatnia, ha a kis tömegelemet egyenletes körmozgásra kényszerítjük. Ezt az erőt a vele érintkező szomszédos rétegek fejtik ki (rugalmas kölcsönhatás útján) a *11. ábrának* megfelelően. A φ középponti szög a kétfelé húzó erővektorok által bezárt szöggel is egyenlő (merőleges szárú szögek), ezért az erők eredője (a tömegelemre ható centripetális erő):

$$F_c = 2F_1 \sin\frac{\varphi}{2} \approx 2F_1\frac{\varphi}{2}.$$

F_c kétféleképpenm felírt alakjának összevetéséből a húzóerőre $F_1 = AR^2\omega^2 d$, a rugalmas feszültségre pedig $\sigma_r = F_1/A = R^2\omega^2 d$ adódik.

A két különböző okból keletkező, ellenkező irányú rugalmas feszültség megkívánt egyenlőségéből meghatározhatjuk a szükséges szögsebességet:

$$\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{B_{\max}}{\varrho d}\,\frac{\Delta B}{\Delta t}} \approx 177\ \mathrm{s}^{-1},$$

illetve a megfelelő fordulatszámot: $n = \omega/(2\pi) = 28{,}2\ \mathrm{s}^{-1}$.

II. megoldás. Abból is kiindulhatunk, hogy akkor nem keletkezik rugalmas feszültség a karikában, ha annak egy tetszőleges kis tömegelemére ható mágneses Lorentz-erő éppen az R sugarú körpályához tartozó normálerőt biztosítja (ekkor ui. akár egymástól mechanikailag független körívdarabkákra oszthatnánk a karikát, részei megmaradnának az R sugarú pályán, a karika alakja nem változna meg rugalmas feszültség hiányában sem).

A rézkarika kicsiny Δl hosszúságú, Δm tömegű darabkájának mozgásegyenlete (csak sugár irányú erő hat): $B \cdot i \cdot \Delta l = \Delta m R\omega^2$. Δl-lel osztva a lineáris tömegsűrűség jelenik meg, ami az össztömegből és a kerületből kiszámítható:

$$B \cdot i = \frac{\Delta m}{\Delta l}R\omega^2 = \frac{m}{2R\pi}R\omega^2 = \frac{m\omega^2}{2\pi}.$$

A pillanatnyi indukció és a pillanatnyi áramerősség értékét beírva:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}\,t \cdot \frac{U_{\mathrm{ind}}}{r} = \frac{m\omega^2}{2\pi}.$$

Az indukált feszültség és a körvezető ellenállása az adatokból meghatározható, a karika tömege pedig a sűrűségével és a geometriai adataival kifejezhető. Ezeket is felhasználva mozgásegyenletünk így írható:

$$\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)^2 \cdot t \cdot \frac{RA}{2\varrho} = RA\omega^2 d,$$

ahonnan a keresett szögsebesség (a karika sugarától és vastagságától függetlenül)

$$\omega = \frac{\Delta B}{\Delta t}\sqrt{\frac{t}{2\varrho d}} \approx 177\ \mathrm{s}^{-1}.$$

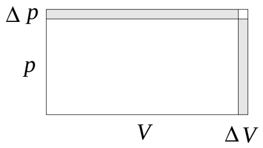
3. feladat. $T_0 = 300$ K *hőmérsékletű héliumgáz* $2T_0$*-ig tartó folyamatában a mólhő* $2R =$ *állandó. A folyamatban szereplő gáz anyagmennyisége* $n = 5$ *mol, a* T_0*-hoz tartozó térfogat* $V_0 = 0{,}2\ \mathrm{m}^3$. *Ábrázoljuk a folyamat* $p - V$ *diagramját!*

(Szvetnik Endre)

Megoldás. A hőtan első főtétele kis megváltozásokra egyatomos gáz esetén:

$$\frac{3}{2}Rn\Delta T = 2Rn\Delta T - p\Delta V, \qquad \text{vagyis} \qquad 2p\Delta V = nR\Delta T.$$

Az ideális gáz egyenlete kis megváltozásokra:



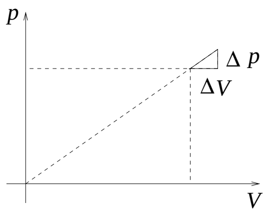
12. ábra

$$\Delta(pV) = \Delta(nRT), \qquad \text{azaz} \qquad p\Delta V + V\Delta p = nR\Delta T.$$

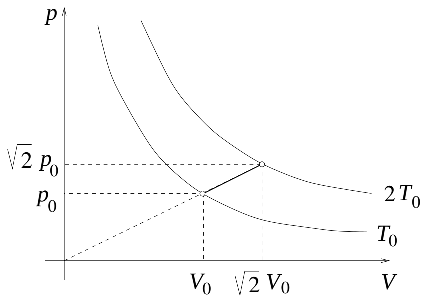
A pV szorzatot egy téglalap területének véve azonnal látszik, hogy egy kis területnövekedés a fenti módon kiszámítható (*12. ábra*). A fenti két egyenletből

$$\frac{\Delta p}{\Delta V} = \frac{p}{V},$$

és mivel az okoskodás a folyamat *bármely* részén érvényes, a $p - V$ diagram egyenes arányosságot fejez ki (lásd a *13. ábrát*).



13. ábra



14. ábra

A kezdeti nyomást a $p_0V_0 = nRT_0$ gáztörvényből lehet számolni: $p_0 = 6{,}2 \cdot 10^4$ Pa. A végső térfogat (V') és a végső nyomás (p') között a következő összefüggések állnak fenn: $p'V' = nR\,(2T_0)$ (gáztörvény), valamint $p/V = p'/V'$ (p és V arányossága). Ezekből $V' = \sqrt{2}V_0 = 0{,}28\ \mathrm{m}^3$ és $p' = \sqrt{2}p_0 = 8{,}8 \cdot 10^4$ Pa adódik. A folyamat a $p - V$ diagramon a kezdő- és a végállapotnak megfelelő pontok közötti egyenessel írhatjuk le (*14. ábra*).

A fizika I. kategória végeredménye

1. **Mihajlik Gábor** (Vác, Boronkay György Műszaki Szakközépiskola, 11. évf.), tanára: Arany Tóth László;

2. **Nagy Péter** (Budapest, Egressy Gábor Ipari Szakközépiskola, 12. évf.), tanára: Zentai Magdolna;

3. **Orbán József** (Budapest, Bolyai János Elektronikai Szki., 12. évf.), tanára: Csapó Mária;

4. *Hegedűs Miklós* (Debrecen, Gábor D. Elektr. Műsz. Középisk., 12. évf); 5. *Csibra Norbert* (Jászberány, Liska J. Erősáramú Szki. és Gimn., 12. évf.); 6. *Bíró Előd* (Budapest, Puskás T. Távközl. Techn., 12. évf.); 7. *Lovas László* (Szeged, Déri M. Ip. Szki., 12. évf.); 8. *Sipos Péter* (Budapest, Trefort Á. Kéttannyelvű Műsz. Szki. és Gimn., 11. évf); 9. *Lugosi Attila* (Budapest, Puskás T. Távközl. Techn., 12. évf.); 10. *Bodonyi Gábor* (Jászberény, Liska J. Erősáramú Szki. és Gimn., 12. évf.).

A fizika II. kategória végeredménye

1. **Tóth Bálint** (Budapest, Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimn., 11. évf.) tanárai: Dvorák Cecília, Horváth Gábor;

2. **Karádi Richárd** (Győr, Révai Miklós Gimn., 12. évf.) tanárai: dr. Somogyi Sándor, Nagy Attila;

3. **Józsa István Gergő** (Debrecen, KLTE Gyakorló Gimn., 11. évf.) tanárai: Farkas József, dr. Szegedi Ervin;

4. *Lippner Gábor* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.); 5. *Németh András* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.); 6. *Tóth Ádám* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.); 7. *Császár Balázs* (Szombathely, P. R. Szent Norbert Gimn., 12. évf.); 8. *Boja Bence* (Budapest, Árpád Gimn., 12. évf.); 9. *Gáli Gergely* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.); 10. *Bérczi Gergely* (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., 12. évf.).

A fizika III. kategória végeredménye

1. **Bálint Imre** (Szeged, JATE Ságvári Endre Gyakorló Gimn., 12. évf) tanára: Homolya Ernő;

2. **Kormos Márton** (Debrecen, KLTE Gyakorló Gimn., 12. évf.) tanárai: Farkas József, dr. Szegedi Ervin;

3. **Somogyi Gábor** (Debrecen, Tóth Árpád Gimn., 12. évf.) tanárai: Baló Péter, dr. Szegedi Ervin;

4. *Hegedűs József* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 12. évf.); 5. *Váry Mátyás* (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., 12. évf.); 6. *Szöllősi Gergely* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 12. évf.); 7. *Nagymányoki Zoltán* (Budapest, Veres Péter Gimn., 12. évf.); 8. *Vasvári Gergely* (Pannonhalma, Bencés Gimn., 12. évf.); 9. *Pál András* (Budapest, Eötvös J. Gimn., 11. évf.); 10. *Pandur Sándor* (Budapest, Apáczai Csere J. Gimn., 11. évf.).

Holics László

CSILLAGÁSZAT

Rovatvezető: Horányi Gábor

Újdonságok

A Hubble Űrtávcső „távolsági rekordja”

A Nagy Medve (Ursa Maior) csillagképben kijelöltek egy 2,7 ívperc átmérőjű „üres” területet, tehát ahol fényesebb égitest nem látható. 1995-ben ezt a területet („Hubble Mély Ég”) észlelte a Hubble Űrtávcső (HST) fő kamerája a látható színképtartományban 100 órán át, és távoli galaxisok ezreit találta itt. Most a keringő csillagvizsgáló infravörös tartományban vizsgálta e területet (kihasználva, hogy az infravörös sugárzást elnyelő földi légkörön kívül van), és egy 20 szögmásodperc átmérőjű tartományban 300 különféle galaxist kapott lencsevégre. Mivel a világegyetem legtávolabbi égitestjei erős vöröseltolódást mutatnak, nem csoda, hogy az infravörös kamera messzebbre lát, mint ultraibolya vagy látható tartományban észlelő társaik. A talált galaxisok némelyike – vöröseltolódása alapján számolva – több mint 12 milliárd fényévre van, tehát az eddig észlelt legtávolabbi égitestek.

A Neptunusz ívei

A naprendszerkutatók legutóbbi gyűlésén (Madison, Wisconsin, USA) elemezték a legújabb HST és Galileo képeket, hogy új adatokat tudjanak meg a Naprendszer külső részéről. Sikerként könyvelték el, hogy a HST NICMOS infravörös kamerája segítségével bizonytalan anyagcsomókat találtak a Neptunusz gyűrűrendszerében. Ezeket az „íveket” a Voyager-2 észlelte először 1989-ben, amikor elhaladt a bolygó mellett. A HST az íveket a Voyager egykori észlelésével közel azonos helyen figyelte meg. Viszont ez a hely nem egyezett azzal, amit egy arizonai kutató jelzett előre. Ő évekkel ezelőtt kidolgozott egy azóta széles körben elfogadott elméletet, amely szerint elsősorban a Galatea nevű Neptunusz-holddal való rezonancia-kölcsönhatások okozzák a gyűrűk létrejöttét. Az említett eltérések viszont azt jelzik, hogy a fizikusok még nem teljesen értik az ívek képződésének és eltűnésének dinamikáját.

Új óriás folt a Jupiteren

A legnagyobb földi ciklonok is jelentéktelen szellők ahhoz képest, mint amekkora gázörvények észlelhetők egyes bolygók légkörében. A kutatók fél évszázada figyelnek egy (tojás-alakja és fehér színe miatt) „fehér oválisnak” nevezett örvénytípust a Jupiteren. Most több ilyen „fehér ovális” örvény egy akkora kiterjedésű örvénybe olvadt össze, mint amekkora maga a Föld; ezáltal létrejött a Naprendszer második legnagyobb gázörvénye. A legnagyobb a Nagy Vörös Folt, amely szintén a Jupiteren található, s már 200 éve ismerjük. A „fehér oválisok” összeolvadását nem láthattuk a Földről, mert a Jupiter éjszakai, tőlünk is elforduló oldalán ment végbe. A tudósok úgy vélik, hogy a fehér ellipszisek fényes, látható felhői ammóniából állnak.

A Sky and Telescope anyagai alapján készítette
Makk Péter (Veres Péter Gimnázium 9.b.) és
Csaba György Gábor (tanár, Veres Péter Gimn.)

Új típusú neutroncsillagok: a magnetárok

A neutroncsillag nagy tömegű csillag magjának összeomlásával keletkezik. Az összeomlás szupernóva-robbanást okoz, amelynek következtében a csillag külső burkát szétrepíti az űrbe. A mag anyaga egy igen tömör (átlagosan 100 billió gramm/cm^3 sűrűségű), és mindössze néhányszor 10 km átmérőjű, szilárd felszínű égitestté esik össze, ez a neutroncsillag. A neutroncsillagok tömege tipikusan 1,4 és 3 naptömeg közé esik. A nagy tömegű, de nagyon kis átmérőjű csillag felszínén (és a belsejében is) rendkívül nagy a gravitációs vonzás. Ennek hatására, a nagy nyomás következtében a csillag anyagának protonjai és elektronjai neutronokká egyesülnek.

A neutroncsillagok forgása az egykori csillag perdületének megmaradása miatt igen gyors. Mágneses terük nagyon erős. A neutroncsillagok mágneses tengelyük mentén erőteljes rádiósugárzást bocsátanak ki. Ha a csillag forgástengelye nem esik egybe a mágneses tengellyel, akkor a rádióhullám-csóva úgy söpör végig az űrön, ahogy egy világítótorony fénye a tengeren. A csillag „felvillanásainak” sorozatát szabályosan ismétlődő, lüktető rádiójelekként érzékeljük. Innét származik a neutroncsillagok másik elnevezése, a *pulzár*. Egy átlagos pulzár forgási periódusa jóval 1 másodperc alatt van, s mágneses tere 100 millió és 1 milliárd tesla közé esik.

Az utóbbi évek egyik legnagyobb szenzációja szupererős mágneses térrel rendelkező pulzárok felfedezése volt, amelyeket új csillagtípusként soroltak be. A nevük: *magnetár* („mágnescsillag”). A magnetárok olyan lassan forgó neutroncsillagok, amelyek mágneses terének erőssége minden eddig ismert értéket felülmúl (elérheti a 80 milliárd teslát).

Az elmélet szerint a magnetárok „légkörében” lévő felforrósodott gázok heves gammasugárzást bocsájtanak ki. A gammasugárzó égitestek egyik típusát, az ún. Lágy Gamma Ismétlők (Soft Gamma Repeaters, SGRs) képezik. Ezek működését magnetárokkal magyarázzák.

A magnetárok másik sajátos tulajdonsága, hogy töltött részecskék közel fénysebességű nyalábjait dobják le magukról. A kitörések nem tartanak tovább néhány percnél, a töltött részecskék viszont – a mágneses térrel kölcsönhatva – több napig érzékelhető rádiósugárzást bocsátanak ki.

A magnetárok felszínének anyaga kb. 10 millió K hőmérsékletű, s így állandó röntgensugárzást bocsájt ki. Hat olyan röntgenpulzárt ismerünk, amelyek jelentősen különböznek társaiktól (Anomalous X-ray Pulsars, AXPs). Forgási sebességük kisebb a megszokottnál, mindegyikük 6–10 másodperces periódusidővel rendelkezik. Lehetséges, hogy ez esetben is magnetárokkal van dolgunk.

Feltételezhető, hogy a pulzárok életük folyamán sajátos átalakuláson mennek keresztül. Ezen átalakulás során az átlagos pulzárok viszonylag rövid idő alatt lelassulnak, mágneses terük felerősödik, SGR majd AXP típusú magnetárrá válnak, végül forgásuk leáll, s ezáltal számunkra láthatatlanokká válnak.

Mennyi a magnetárok száma a Galaxisban? Valószínűleg csak töredéküket tudjuk észlelni, mivel forgási sebességük gyorsan csökken. Eszerint a legtöbb magnetár ma már inaktív, halott égitest. A Tejútrendszerben 1–100 millió képviselőjük lehet. Azokban a szupernóva-maradványokban, ahol nem találunk „normális” pulzárt, halott magnetárok rejtőzhetnek, amelyek igen gyorsan keresztülmentek az SGR, majd az AXP állapoton.

A jövőben, érzékenyebb műszerekkel, talán feltárhatjuk a „halott pulzárok sírkertjét” is.

PULSARS – http://www.ast.cam.ac.uk/RGO/leaflets/pulsars/pulsars.html Rövid, lényegretörő anyag a pulzárokról. Bevezetésnek nagyon jó.

Neutron Stars – http://zebu.uoregon.edu/~soper/NeutronStars/neutronstars.html Nagyon jó és közérthető bevezető anyag, szemléletes ábrákkal.

Princeton Pulsar Group – http://pulsar.princeton.edu/ A Princeton Egyetem bőséges és látványos anyaga a pulzárokról, katalógussal, multimédia-elemekkel.

Akinek van rá lehetősége, hallgassa meg néhány pulzár hangfelvételét:
http://pulsar.princeton.edu/pulsar/multimedia.shtml

Radio Pulsar Resources – http://pulsar.princeton.edu/rpr.shtml Rádiópulzár linkek minden mennyiségben!

Black Holes and Neutron Stars – http://antwrp.gsfc.nasa.gov/htmltest/rjn_bht.html A fekete lyukak és neutroncsillagok szimulációi, matematikai leírásai.

AXAF – http://snail.msfc.nasa.gov/AXAF/AXAF.html A jövő nagy röntgentávcsövével még részletesebben tárhatjuk fel a neutroncsillagok természetét.

Milliszekundumos röntgenpulzár – http://universe.gsfc.nasa.gov/new/news/1998/98-129.html Az első megfigyelt kísérőcsillag egy szupergyors röntgenpulzár társaságában!

„Magnetar" discovery solves 19-year-old mystery –
http://science.msfc.nasa.gov/newhome/headlines/ast20may98_1.htm A magnetárok felfedezése – az első bizonyított kapcsolat egy SGR-rel.

Az előző cikk magyar nyelvű fordítása:
http://supernova.akg.hu/hirek/szeptem/index.html#magnetar

Magnetars – http://www.magnetars.com/ A NASA fő magnetár honlapja.

SGR and Magnetar web pages – http://solomon.as.utexas.edu/~duncan/magnetar.html Kitűnő összefoglaló oldal a Lágy Gamma Ismétlők és a magnetárok témakörében, a felfedezések történeti összefoglalójával.

Cosmic Flasher Reveals All – http://www.nsf.gov/od/lpa/news/press/pr9858.htm Újabb bizonyítékok a magnetárok mellett.

A legújabb SGR –
http://science.msfc.nasa.gov/newhome/headlines/ast09Jul98_1.htm

Újabb gammakitörés egy korábbi SGR-nél –
http://science.nasa.gov/newhome/headlines/ast29sep98_1.htm

Mindenkinek jó kutatást kívánok! Írjátok meg, miről szeretnétek információkat kapni a következő számokban, vagy küldjetek nekem e-mailt (tsimon@supernova.akg.hu)!

Simon Tamás

VISSZAPILLANTÓ TÜKÖR

A gyönyörű természet tudománya*

Herschel Úrnak többſzeri jobbítgatását a' Newton névű moſtani tsőn nem lehet elegendőképpen mind tsudálni, mind magaſtalni. Olly nagy, hogy a' tsillagvisgáló toronyban helye nem lehet, hanem Londontól 20. angulus mértföldre Houngban, a' ſzabad levegő alatt vann, 40. mázsát nyom, 's még is a' meſterséges kéſzület miatt könnyen fel

* Szemelvények Varga Márton 1808-ban Nagyváradon megjelent könyvéből

’s alá tsak fél kézzel is lehet mozdítni, ’s a’ tsillagok állásához alkalmaztatni. Evvel találta fel Herschel az Urania bajdosót 1781-ben, ’s ezután pedig az ő hat holdgyait, vagy is darabanttyait. A’ fenekén lévő értz tükör 2118. ff. nyom, az általérője pedig 49. hüvelyknyi.

❄

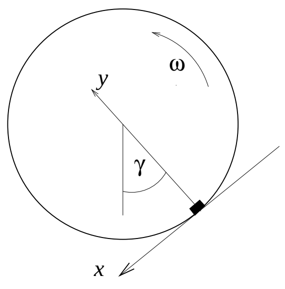
Mivel tapaſztallyuk, hogy a’ sötétes ſzobába ha valamelly lyukon, vagy hasadékon béjöhetnek a’ teſtektől viſſzaütött fugárak, a’ teſteknek képeit leírják a’ ſzobában, nem tsuda, ha a’ meſterség is követte, a’ mit a’ terméſzet majd mindennap mutogat. Ez illyen meſterségeſſen *sötétté tett ſzobáknak* feltalálója Nápoly orſzági Porta János volt, ki az ő ſzép terméſzeti esméreteiért az Olaſzoktól Ördönges Jánosnak tartatott.

Mivel tudgyuk, hogy a domború üveg, ha valamelly teſt elejbe tétetik, azt nem tsak távúl mutattya, hanem még meg is nagyobbítya, könnyű volt kigondolni illyen üveggel valamelly ládát, mellybe tétetvén valamelly jól lerajzolt kép, ’s megvilágosíttatván égő-lámpásokkal, gyönyörűen látassék a’ domború üvegen által. Az illyen láda üveg lentsés ládának mondatik. Illyent játſzanak az ollyan hoſſzú karafina, vagy hoſſzú nyaku göm-bölyű oldalú üvegetskék is, mellyekben a’ lentse, borsó a’ domború üveg által távúl a’ ſzemtől, és megnagyítva láttatnak.

Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása

FN. 3128. *A vízszintessel α szöget bezáró, r sugarú, elegendően hosszú csőben nyugszik egy m tömegű kis test. A súrlódási együttható a cső és a test között μ ($\mu > \operatorname{tg}\alpha$). Mekkora sebességgel és hol fog kicsúszni a test a csőből, ha a csövet saját tengelye körül ω szögsebességű forgásba hozzuk?*

Közli: *Balogh Péter,* Budapest



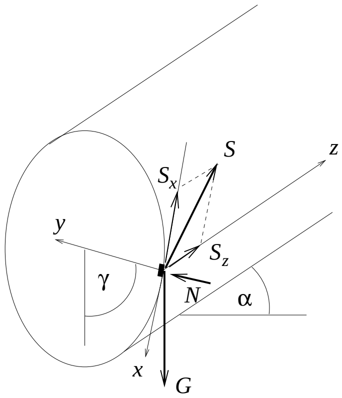
1. ábra

Megoldás. Vegyünk fel egy olyan koordináta-rendszert, melynek z tengelye párhuzamos a henger tengelyével. Hosszú idő után a test várhatóan z irányú, állandó nagyságú sebességgel fog mozogni. A testnek a csőben elfoglalt állandósult helyzetét a henger keresztmetszetét mutató *1. ábrán* látható γ szöggel jellemezhetjük. Helyezzük el a koordináta-rendszer origóját a testnél, az y tengelyt pedig a henger tengelyére illeszkedően. (Ezzel már az x tengely irányát is megadtuk.)

A testre az mg nagyságú **G** gravitációs erő, valamint a henger által kifejtett **S** súrlódási erő és **N** nyomóerő hat. Bontsuk fel ezeket az erőket a választott koordináta-rendszernek megfelelő komponensekre. A gravitációs erő z irányú összetevője $G_z = -mg\sin\alpha$, az $x - y$ síkbeli vetülete tehát $mg\cos\alpha$ (*2. ábra*). Ez utóbbit a tovább bonthatjuk:

$$G_x = mg\cos\alpha\cdot\sin\gamma,\qquad G_y = -mg\cos\alpha\cdot\cos\gamma.$$

A súrlódási erőnek nincs y irányú összetevője, a másik két komponensét jelöljük S_x-szel és S_z-vel. A nyomóerő tisztán y irányú, nagysága N.



2. ábra

A test állandó sebességgel (gyorsulásmentesen) mozog, a rá ható erők eredője nulla. Ezt az összefüggést komponensenként felírva:

(1) $G_x + S_x = 0$, ahonnan $S_x = -mg\cos\alpha\cdot\sin\gamma$,

(2) $G_y + N = 0$, innen $N = mg\cos\alpha\cdot\cos\gamma$,

(3) $G_z + S_z = 0$, vagyis $S_z = mg\sin\alpha$.

Tudjuk továbbá, hogy a test csúszása miatt fennáll a

(4) $$\sqrt{S_x^2 + S_z^2} = \mu N$$

összefüggés is. Innen (1), (2) és (3) felhasználásával a kérdéses γ szögre a

(5) $$\cos\gamma = \frac{1}{\cos\alpha\sqrt{1+\mu^2}}$$

összefüggést kapjuk, ez határozza meg tehát a csőből kicsúszó test helyzetét.

Ha bevezetjük a $\mu = \operatorname{tg}\varepsilon$ módon értelmezett ε súrlódási határszöget, (5) így is felírható:

(5*) $$\cos\gamma = \frac{\cos\varepsilon}{\cos\alpha}.$$

Mivel a megadott feltételek szerint $\varepsilon > \alpha$, (5*) jobb oldalán 1-nél kisebb szám áll, tehát az γ-ra megoldható.

A csúszó testre ható súrlódási erő iránya ellentétes a test és a felület *relatív* sebességével. Jelöljük $-v$-vel a test z tengely irányú sebességét. A hengerpalásthoz képest a test x irányban $r\omega$ sebességgel mozog. A súrlódási erő és a relatív sebesség párhuzamosságának feltétele:

$$\frac{v}{r\omega} = \frac{S_z}{S_x},$$

ahonnan a korábbi eredmények felhasználásával a kicsúszás sebessége:

$$v = r\omega\frac{mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha\sin\gamma} = r\omega\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\gamma}} = r\omega\operatorname{tg}\alpha\sqrt{\frac{1+\mu^2}{\mu^2-\operatorname{tg}^2\alpha}}.$$

Balogh Tímea (Mezőkövesd, Szent László Gimn., 10. o.t.) dolgozata alapján

22 dolgozat érkezett. Helyes Balogh Tímea, Borsos Júlia, Hegedűs Ákos, Kocsis Bence, Madarász Ádám, Péterfalvi Csaba, Ravasz Mária-Magdolna, Robotka Zsolt és Sarlós Ferenc megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) 1, hiányos (4 pont) 7, hibás 5 dolgozat.

FGy. 3173. *Legfeljebb hány embert képes fenntartani egy* 10 kg *tömegű parafa mentőöv a tengervízben, ha egy ember átlagos tömege* 60 kg *és teste térfogatának* 95 %-*a van a víz alatt? Az emberi test átlagos sűrűsége* 1,06 $\mathrm{g/cm^3}$, *a tengervíz sűrűsége* 1030 $\mathrm{kg/m^3}$, *a parafa sűrűsége* 240 $\mathrm{kg/m^3}$.

Frank János verseny, Szeged

Megoldás. Jelöljük az emberek számát n-nel, a sűrűségeket ϱ-val, a tömegeket pedig m-mel! Egyensúlyi állapotban a felhajtóerő az úszó testekre ható gravitációs erők eredőjével egyenlő: $\sum F_{\text{felhajtó}} = \sum F_{\text{grav}}$. A felhajtóerő akkor a legnagyobb, amikor a mentőöv teljes egészében a víz alá merül. Az erőegyensúly feltétele tehát így írható:

$$n \cdot \varrho_{\text{tenger}} \cdot 0{,}95 \frac{m_{\text{ember}}}{\varrho_{\text{ember}}} \cdot g + \varrho_{\text{tenger}} \frac{m_{\text{parafa}}}{\varrho_{\text{parafa}}} \cdot g \geqslant n \cdot m_{\text{ember}} \cdot g + m_{\text{parafa}} \cdot g.$$

Innen átrendezés és az adatok behelyettesítése után az adódik, hogy

$$n \leqslant \frac{\varrho_{\text{tenger}} - \varrho_{\text{parafa}}}{\varrho_{\text{ember}} - 0{,}95\varrho_{\text{tenger}}} \cdot \frac{\varrho_{\text{ember}}}{\varrho_{\text{parafa}}} \frac{m_{\text{parafa}}}{m_{\text{ember}}} = \frac{1030 - 240}{1060 - 0{,}95 \cdot 1030} \cdot \frac{1060}{240} \cdot \frac{10}{60} = 7{,}15.$$

A mentőöv tehát legfeljebb 7 embert képes úgy fentartani, hogy testüknek csak 95 százaléka legyen a víz alatt. (Ilyen helyzetben a mentőöv nem merül el teljesen.)

Borosán Péter (Zalaegerszeg, Zrínyi M. Gimn., 9. o.t.) dolgozata alapján

662 dolgozat érkezett. Helyes 525, Kicsit hiányos (3 pont) 37, hiányos (1–2 pont) 47, hibás 48, nem versenyszerű 5 dolgozat.

FGy. 3174. *Munkánk kezdetén egy* 40 *literes palackban 6 MPa nyomású,* 18 °C-*os* He *gáz volt. A munka végén a palackban a nyomás* 30 %-*kal kisebb, a hőmérséklet pedig* 20 °C *lett. Mennyi gázt használtunk el? Mennyibe került az elhasznált gáz, ha a frissen töltött palack ára* 20 000 *Ft és töltőtömege* 1,3 kg*?*

Budó Ágoston verseny, Szeged

Megoldás. Az általános gáztörvényből ($pV = (m/M)RT$) ki tudjuk számítani, hogy mennyi volt a gáz tömege a munka kezdetén, és mennyi a munka végén. Kezdetben

$$m_1 = \frac{p_1 V_1 M_{\text{He}}}{RT_1},$$

a munka végén pedig

$$m_2 = \frac{p_2 V_2 M_{\text{He}}}{RT_2}.$$

Az adatok behelyettesítése után al elfogyasztott gáz tömegére $m_1 - m_2 = 121$ g, az árára pedig (a teli palackhoz viszonyított aránypárból) 1860 Ft adódik.

Ábrány Miklós (Beregszász, Bethlen Gábor Gimn., 12. o.t.)

Megjegyzés. Sokan – tévesen – feltételezték, hogy a munka kezdetekor a gázpalack tele volt, s a munka végén érvényes adatokból számított tömeget a teli palack 1,3 kg-os töltőtömegéhez viszonyították. A feladat szövegében ilyen jellegű információ nem szerepelt, sőt, az adatokból azt lehet kiszámítani, hogy a palack kezdetben a töltősúlyának csak kb. egyharmadát tartalmazta.

514 dolgozat érkezett. Helyes 308 Kicsit hiányos (3 pont) 16, hiányos (1–2 pont) 78, hibás 104 dolgozat.

FGy. 3175. Munkavégzés mérésére is alkalmas szobakerékpár kerekének átmérője 60 cm. Erre a kerékre a peremén két fékpofa hat, a súrlódási erő fékpofánként 5 N. A vizsgált személy 10 percen keresztül egyenletesen hajtja a kereket, amely percenként 48 fordulatot tesz meg. Ez alatt a vizsgált személy 2,2 liter többlet oxigént használ fel. Egy liter többlet oxigén felhasználásával 20 kJ-lal csökken a szervezet kémiai energiája. Milyen hatásfokú a szervezet munkavégzése?

„Keresd a megoldást!" verseny, Szeged

Megoldás. A vizsgált személy által végzett munka a fékpofáknál disszipálódó energiával egyenlő. Ez utóbbi a kerék átmérőjéből és a fordulatszámból számítható $s = d \cdot \pi \cdot f \cdot t = 0{,}6\ \mathrm{m} \cdot 3{,}14 \cdot 48 \cdot 10 = 905\ \mathrm{m}$ elmozdulás és az $F = 2 \cdot 5\ \mathrm{N}$ erő szorzata, vagyis $W = 9{,}05\ \mathrm{kJ}$ nagyságú.

Az oxigénfelhasználás 2,2 liternyi „többlete" $\Delta E = 44$ kJ-nyi kémiai energiaváltozásnak felel meg, a kérdéses hatásfok tehát $\eta = W/\Delta E = 0{,}205 \approx 20\,\%$.

Tímár Gábor (Debrecen, Fazekas M. Gimn., 9. o.t.)

488 dolgozat érkezett. Helyes 367, Kicsit hiányos (3 pont) 58, hiányos (1–2 pont) 55, hibás 8 dolgozat.

FF. 3179. *Egy m tömegű, L hosszúságú, vékony, homogén pálca egyik végén átmenő rögzített tengely körül függőleges síkban foroghat. A pálca másik végéhez m tömegű, Q töltésű, kisméretű golyót rögzítünk. Az egész rendszer homogén elektromos mezőben van, az $E = mg/Q$ nagyságú térerősségvektor párhuzamos a vízszintesen kitérítve tartott pálcával.*

a) *Mekkora az m tömegű golyó gyorsulása az elengedés pillanatában?*

b) *Mennyi a pálca végének sebessége és gyorsulása abban a pillanatban, amikor a pálca áthalad a függőleges helyzeten? Milyen irányú a gyorsulás ekkor?*

Párkányi László verseny, Pécs

Megoldás. A rúd és a golyó által alkotott rendszerre a függőleges nehézségi erő, a vízszintes irányú elektrosztatikus mező, valamint a rögzített tengelynél fellépő ismeretlen irányú és nagyságú kényszererő hat. Ez utóbbinak a tengelyre vonatkoztatott forgatónyomatéka nulla, emiatt a rendszer mozgását legkönnyebben a forgómozgás alapegyenletéből határozhatjuk meg.

a) Kezdetben a rendszer szögsebessége nulla, így a golyó gyorsulása érintő irányú. A β_0 kezdeti szöggyorsulás a

$$\sum M = \Theta_{\text{rendszer}}\beta_0, \qquad \Theta_{\text{rendszer}} = \Theta_{\text{pálca}} + \Theta_{\text{golyó}}$$

összefüggésekből számítható:

$$mg\frac{L}{2} + mgL = \left(\frac{1}{3}mL^2 + mL^2\right)\beta_0,$$

azaz $\beta_0 = \frac{9}{8}(g/L)$. A golyó (függőlegesen lefelé irányuló) gyorsulása $a_0 = L\beta_0 = \frac{9}{8}g$.

b) A pálca függőleges helyzetében a golyó gyorsulásvektora a rendszer szöggyorsulásából származó (és ebben a helyzetben éppen vízszintes) tangenciális gyorsulással, valamint a körmozgásból adódó (az adott helyzetben éppen függőlegesen felfelé irányuló) centripetális gyorsulással adható meg. A gyorsulás-komponensek számszerű meghatározásakor 2 esetet kell megkülönböztetnünk: (i) amikor az elektrosztatikus mező segíti a pálca függőleges helyzetbe kerülését, illetve (ii) amikor gátolja azt. (A golyó töltésének előjele és az elektromos térerősség iránya határozza meg, hogy melyik eset valósul meg.)

(i) Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor az elektromos térerősség a mozgás kezdetén (egészen a függőleges helyzet eléréséig) növeli a rendszer szöggyorsulását. A munkatétel szerint

$$W_{\text{gravitációs}} + W_{\text{elektrosztatikus}} = \Delta E_{\text{mozgási}},$$

vagyis

$$mgL + mg\frac{L}{2} + EQL = \frac{1}{2}\Theta_{\text{rendszer}}\cdot\omega^2,$$
$$mg\frac{3L}{2} + \frac{mg}{Q}QL = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}mL^2\cdot\omega^2,$$

ahonnan $\omega^2 = \frac{15}{4}(g/L)$, a pálca végpontjának centripetális gyorsulása pedig

$$a_1 = L\omega^2 = \frac{15}{4}g.$$

A tangenciális gyorsulást a forgómozgás alaptörvényéből számíthatjuk ki:

$$EQL = \frac{4}{3}mL^2\cdot\beta, \qquad \text{ahonnan} \qquad \beta = \frac{3g}{4L},$$

a golyó vízszintes gyorsulása pedig (a pillanatnyi sebességgel egyező irányban) $a_2 = L\beta = = \frac{3}{4}g$.

A golyó gyorsulásának nagysága

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \frac{3\sqrt{26}}{4}g \approx 3{,}82g \approx 37{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

iránya pedig (előre és felfelé) $\operatorname{arctg} 5 \approx 79^\circ$-os szöget zár be a vízszintessel.

(ii) Hasonló módon (az elektromos térerősség előjelének megváltoztatásával) számolható a másik eset is. A pálca szögsebessége függőleges helyzetben $\omega = \sqrt{3g/(4L)}$, a golyó centripetális gyorsulása tehát $a_1 = L\omega^2 = \frac{3}{4}g$. A golyó tangenciális gyorsulása ugyanakkora nagyságú, mint az előző esetben (hiszen csak az elektromos térerősségnek van forgatónyomatéka), de az iránya a sebességgel ellentétes. A golyó gyorsulásának nagysága

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}g \approx 1{,}06g \approx 10{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

iránya pedig (hátra és felfelé) 45°-os szöget zár be a vízszintessel.

Balogh Tímea (Mezőkövesd, Szent László Gimn., 11. o.t.) dolgozata alapján

91 dolgozat érkezett. Helyes 16, Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 53, hibás 19 dolgozat.

FF. 3180. *Egy* 2 nF *kapacitású síkkondenzátort* 100 V *feszültségre töltünk fel, majd lekapcsoljuk a töltő áramkörről. A lemezek közötti teret* $\varepsilon_r = 5$ *relatív dielektromos állandójú csillámlemez tölti ki.*

a) Mekkora munkával tudjuk a csillámlemezt a kondenzátorlemezek közül kihúzni?

b) Mekkora lesz utána a kondenzátor feszültsége?

Jedlik Ányos verseny, Győr

Megoldás. A csillámlemez kihúzásával $1/\varepsilon_r$ arányban lecsökkentjük a kondenzátor kapacitását. Mivel a kondenzátort lekapcsoltuk a töltő áramkörről, a lemezek töltése a csillámlemez kihúzása közben változatlan marad. Így a kapacitás csökkenése a kondenzátor $Q^2/(2C)$ energiájának növekedését eredményezi, s az energia megváltozása éppen az általunk végzett munkával egyenlő:

$$W = \frac{Q^2}{2C_2} - \frac{Q^2}{2C_1} = \frac{Q^2}{2C_1}(\varepsilon_r - 1) = \frac{1}{2}C_1 U_1^2(\varepsilon_r - 1) = 4 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{J}.$$

Az új feszültség az eredeti ε_r-szerese, vagyis 500 V.

Berényi Melinda (Dombóvár, Illyés Gy. Gimn., 12. o.t.)

90 dolgozat érkezett. Helyes 56, Kicsit hiányos (4 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 27, hibás 4 dolgozat.

Fizikából kitűzött gyakorlatok és feladatok

203. mérési feladat. Mérjük meg minél pontosabban a mokkacukor, a kristálycukor, a porcukor és a szaloncukor sűrűségét! Hogyan befolyásolja a sűrűséget a nedvességtartalom?

(6 pont) Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

FGy. 3214. Egy falióra nagymutatójának hossza 24 cm. Milyen hosszú a kismutató, ha a hegye 18-szor lassabban mozog, mint a nagymutatóé?

(3 pont) *„Keresd a megoldást!” verseny,* Szeged

FGy. 3215. Mekkora energiabefektetéssel szakítható ki egy CO_2 molekula a szárazjégből? (A szükséges adatok a Függvénytáblázatból vehetők.)

(4 pont) Közli: *Szűcs Zsuzsa,* Budapest

FGy. 3216. Lánctalpas traktor vízszintes úton halad 36 km/h sebességgel. *a)* Határozzuk meg az egyik, 600 kg tömegű lánctalp mozgási energiáját!

b) Mennyi a lánctalp mozgási energiája a traktorvezető szerint?

(4 pont) Közli: *Kotek László,* Pécs

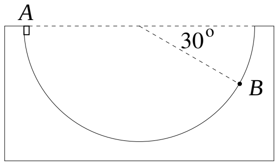
FGy. 3217. Kirándulók a reggeli induláskor a víz forráspontját 99 °C-nak, majd hegyes-völgyes terepen haladó út végén, napnyugtakor 97 °C-nak mérték. A Függvénytáblázat adatainak felhasználásával becsüljük meg a két hely közötti szintkülönbséget! A hőmérséklet mindkét helyen mindkét alkalommal 15 °C volt, és a légnyomás aznap nem változott!

(4 pont) Közli: *Szegedi Ervin,* Debrecen

FF. 3218. Egy kettőscsillag keringési ideje 2 év, a két csillag távolsága 300 millió km, és az egyik csillag tömege a Nap tömegével egyenlő. Mekkora a másik csillag tömege?

(4 pont) Közli: *Szalóki Dezső,* Budapest

FF. 3219. Egy vízszintes tengelyű, félhenger alakú, rögzített vályú felső pereménél (az *ábrán* az A pontban) kezdősebesség nélkül elengedünk egy kicsiny, lapos testet, amely leszánkázik a lejtőn.



a) Vajon elcsúszik-e a test a B pontig, ha a test és a vályú között a súrlódási együttható $\mu_1 = 0{,}5$?

b) Eljut-e a test a B pontig, ha a súrlódási együttható $\mu_2 = 0{,}268$?

(5 pont) Közli: *Károlyházy Frigyes,* Budapest

Mikola-verseny, Sopron

FF. 3220. Valamely ellipszis alakú pályán egyenletes 5 m/s sebességgel mozgó, 0,5 kg tömegű pontszerű testre a nagytengely végpontjaiban 10 N, a kistengely végpontjaiban 1,25 N erő hat. Mekkorák az ellipszis tengelyei?

(5 pont) Közli: *Holics László,* Budapest

FF. 3221. Éjfél után leghamarabb mikor változik az **FGy. 3214.** gyakorlatban szereplő falióra mutatóinak végpontjai közötti távolság a leggyorsabban, és mikor a leglassabban?

*(5 pont)** Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

FF. 3222. Cézium fotokatódra 0,5 W/cm^2 erősségű, 0,4 μm hullámhosszú fény esik a felületre merőlegesen. Az elektronok kilépési munkája 2 eV. Ha az elektronok is a felületre merőlegesen lépnek ki a céziumból, mekkora nyomást fejtenek ki rá? Hányszorosa ez a fotokatódra eső fénynyomásnak? (Tételezzük fel, hogy a beeső fotonok fele nyelődik el, a többi merőlegesen verődik vissza, és az elnyelt fotonok 10 százaléka vált ki fotoelektronokat.)

(5 pont) Közli: *Bíró Tibor,* Marosvásárhely

FN. 3223. Két ujjunkkal a két végén alátámasztva, vízszintes helyzetben tartunk egy m tömegű, l hosszúságú, homogén rudat. Ha ujjainkat lassan egymás felé közelítjük, végül a rúd alatt középen fognak találkozni, miközben hol az egyik, hogy a másik ujjunkon

* Az FGy. 3214. és FF. 3221. feladatok közül csak az egyik választható.

csúszik meg a rúd. Mennyi munkát végzünk a folyamat során, ha a tapadó súrlódási együttható μ_t, a csúszási súrlódásé pedig μ_{cs} ($\mu_t \geqslant \mu_{cs}$)?

(6 pont) Közli: *Balogh Péter,* Budapest

Helyesbítés

Az 1998. évi novemberi számban az **FF. 3200.** számú feladat hibás, ellentmondó adatokkal jelent meg. A korong kezdeti lassulása helyesen **3 m/s²**. A helyesbített feladat megoldása a jelen szám feladataival együtt pótlólag beküldhető.

A fizika feladatok megoldásai a következő címre küldendők:

Eötvös Loránd Fizikai Társulat, KöMaL feladatok

Budapest, Pf. 433. 1371

A beküldési határidő: **1999. február 11.**

Physics

Experimental problem: 203. Measure the densities of lump sugar, granulated sugar, icing sugar and Christmas fondant as accurately as possible. How does the water content affect the densities?

New exercises: 3214. The length of the minute hand of a wall-clock is 24 cm. How long is the hour-hand if its point moves 18 times more slowly than that of the minute hand? **3215.** How much energy is necessary to tear a CO_2 molecule from solid carbon-dioxide? (The required data can be found in scientific tables.) **3216.** A caterpillar tractor moves on a horizontal road at a speed of 36 km/h. *a*) Determine the kinetic energy of one of the 600 kg caterpillars. *b*) What is the kinetic energy of this caterpillar according to the driver of the tractor? **3217.** People at an excursion measure the boiling point of water to be 99 °C at the morning start and 97 °C at sunset, at the end of a walk in a hilly country. Using scientific tables, estimate the difference in the altitudes of the two places. The temperature is 15 °C at both places and times, and the atmospheric pressure does not change during the day.

New problems: 3218. The period of a binary system is 2 years, the distance between the two stars is 300 million kilometres and the mass of one of the stars equals that of the Sun. What is the mass of the other star? **3219.** A small, flat body is released with no initial speed and slides down from the rim (point A in the figure) of a fixed, half-cylinder shaped trough, the axis of which is horizontal. *a*) Does the body slide to point B if the coefficient of friction between the body and the trough is $\mu_1 = 0.5$? *b*) Does the body reach point B if the coefficient of friction is $\mu_2 = 0.268$? **3220.** A point-like body with a mass of 0.5 kg moving at a uniform speed of 5 m/s on an elliptical track experiences a force of 10 N at the endpoints of the major axis and a force of 1.25 N at the endpoints of the minor axis. How long are the axes of the ellipse? **3221.** When is the earliest time after midnight when the distance between the endpoints of the hands of the clock in exercise 3214 changes the most rapidly? And the most slowly? **3222.** A light with a wavelength of 0.4 μm and an intensity of 0.5 W/cm² falls perpendicularly onto the surface of a cesium photo-cathode. The exit energy of the electrons is 2 eV. If the electrons leave the surface perpendicularly, what pressure do they exert on it? How does this relate to the pressure of the incident light? (Assume that half of the incident photons is absorbed, the rest is reflected perpendicularly, and 10 percent of the absorbed photons produce photoelectrons.) **3223.** A homogeneous rod of mass m and length l is held horizontally by supporting its two ends with our fingers. When we slowly approach our fingers together, they finally meet under the centre of the rod, while the rod slips on either one or the other finger. How much work do we do during the process if the coefficient of static friction is μ_s, that of dynamic friction is μ_d ($\mu_s \geqslant \mu_d$)?

MATEMATIKA és FIZIKA TOTÓ az 1998. évi Téli Ifjúsági Ankéton*

1. Egységnyi sugarú körbe, illetve köré szabályos n-oldalú sokszögeket írunk, melyek területe rendre t_n, illetve T_n. Igaz-e véges sok kivétellel, hogy: $\pi - t_n > T_n - \pi$ (1). Igaz-e véges sok kivétellel, hogy: $T_n - \pi > \pi - t_n$ (2). Igaz-e mindkét állítás végtelen sokszor (X)?

2. Lehet-e egy mágnesrúd két vége északi pólusú, a közepe pedig déli? Lehet (1), nem, mert ez tripólus lenne, és az állandó mágnesek mindig dipólusok (2), csak úgy, ha két mágnest a déli pólusuknál összeérintve egymáshoz ragasztunk (pl. pillanatragasztóval) (X).

3. Hány megoldása van a pozitív egész számok halmazán az $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{xy}=\frac{1}{1998}$ egyenletnek? Végtelen sok (1), 144 (2), 1998 (X).

4. Vízben az ultrahang alig nyelődik el. Két tengeralattjáró halad egymással szemben a hang terjedési sebességének 1 %-ával. Az egyik ultrahang-jelet ad ki, ami a két jármű között ide-oda verődik. Hány visszaverődés kell, hogy a frekvencia megduplázódjék? 35 (1), 70 (2), tetszőlegesen sok visszaverődés sem elég a frekvencia megduplázásához (X).

5. A „Szerelem első látásra" című televíziós játékban három fiú és három lány egymástól függetlenül (véletlenszerűen) egy-egy lányt, illetve fiút választ. Kedvező eset az, amikor legalább egy olyan pár jön létre, akik kölcsönösen egymást választották. A résztvevők számát $4+4$-re növelve, annak a valószínűsége, hogy lesz legalább egy ilyen pár, növekszik (1), csökken (2), nem változik (X).

6. Egy bélyeget egyszerű nagyítón keresztül figyelünk meg. A leképezési törvény szerint meghatározzuk az $N=|k/t|$ mennyiséget (amit nagyításnak szoktak nevezni). Mekkora a szemünk által észlelt „nagyítás"? Éppen N (1), N-nél kisebb (2), N-nél nagyobb (X).

7. Van-e három olyan pozitív egész szám, amelyek negyedik hatványának összege is negyedik hatvány? Van (1), nincs (2), a probléma eldöntetlen (X).

8. Sok könnyű alumínium pénzt (pl. 10 fillérest) helyezünk egy tálban nyugvó víz tetejére. Milyen kölcsönhatás figyelhető meg a pénzek között? Vonzó (1), taszító (2), nincs közöttük észlelhető erőhatás (X).

9. $\pi(k)$ a k-nál nem nagyobb prímek száma (k pozitív egész). Igaz-e véges sok kivétellel, hogy $\pi(k) < \frac{k}{\ln k}$ (1)? Igaz-e véges sok kivétellel, hogy $\pi(k) > \frac{k}{\ln k}$ (2)? Mindkét állítás végtelen sokszor igaz (X)?

10. Öt párhuzamos keskeny résből álló optikai rendszerre monokromatikus fényt engedünk. Az elhajlási kép a kettősréshez lesz hasonló, azonban a főmaximumok között, azoknál sokkal halványabb mellékmaximumok jelennek meg. Vajon hány mellékmaximum található két fő-maximum között? Három (1), négy (2), öt (X)?

11. Van-e olyan (minden valós számon értelmezett) $f(x)$ függvény, amelyre $f(f(x)) = -x$ és szakadási helyeinek száma egy (1), három (2), nem egy és nem is három (X).

12. Nyugvó protonokba nagy sebességű protonok ütköznek. Az ütközés utáni irányuk szöge kisebb, mint 90° (1), éppen 90° (2), nagyobb mint 90° (X).

13. Egy felül nyitott hengeres víztartály alján egy kicsiny lyuk keletkezik. A víz fele 1 óra alatt folyik ki. Mennyi idő alatt ürül ki a tartály? 2 óra alatt (1), 3 óra alatt (2), több mint 200 perc alatt (X).

13 + 1. Monokromatikus fényt engedünk át egy optikai rácson. Mi változik, ha a kísérletet vízben végezzük el? Melyik válasz *rossz (!)* az alábbiak közül? Az elhajlási irányok megmaradnak, de a fény színe megváltozik (1). Olyan elhajlási képet kapunk, mintha $\frac{3}{4}\lambda$ hullámhosszúságú fénnyel végeztük volna el a kísérletet (2). Az elhajlási irányokat úgy kapjuk meg, hogy az eredeti irányokat a Snellius–Descartes-törvény szerint „megtörjük" (X).

* A helyes válaszokat a jövő havi számunkban közöljük.