## Az 1997–98-es tanév fizika pontversenyének összesített eredménye

| | FGY, és FF verseny | | Mérési verseny | | Összesen | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | benevezett | dicséret | benevezett | dicséret | benevezett | dicséret |
| Legf. 8. osz.: | 48 | 17 | 8 | 2 | 49 | 17 |
| 9. osztályosok: | 294 | 87 | 43 | 8 | 305 | 93 |
| 10. osztályosok: | 321 | 97 | 42 | 7 | 327 | 99 |
| 11. osztályosok: | 216 | 78 | 39 | 9 | 230 | 81 |
| 12. osztályosok: | 105 | 36 | 12 | 5 | 111 | 40 |
| összesen: | 984 | 315 | 144 | 31 | 1022 | 330 |

Az alábbiakban azokat az iskolákat soroljuk fel, amelyeknek volt az 1998/7. számban közölt végeredményben legalább dicséretet elért diákja. Az iskolanév után álló számpár(ok) a gyakorlatok és a feladatok versenyében, illetve a mérési versenyben (m) ezen tanulók számát és az általuk szerzett összpontszámot jelzik. A számok után az előbbi tanulók szaktanárainak neve olvasható (ha az a nevezési lapon szabályosan szerepelt); az esetleges névelírásokért szíves elnézést kérünk.

**Baja:** *III. Béla Gimn.* (2,245), (m:1,47), Polgár László, Sasfalvi Ildikó, Szkladányi András; *Tóth Kálmán Gimn.* (1,133), Jaloveczki József; **Balassagyarmat:** *Balassi Bálint Gimn.* (1,52), Hégely György; **Balatonfüred:** *Lóczy Lajos Gimn.* (1,111), (m:1,38), Láng Róbert; **Barcs:** *Dráva Völgye Középiskola* (3,450), Horváth Ferenc; **Bátonyterenye:** *Váci Mihály Gimn.* (1,121), (m:1,18), Varga Ildikó; **Békéscsaba:** *Széchenyi István Közg. és Ker. Szki* (1,84), dr. Szabó János; **Bonyhád:** *Petőfi Sándor Evangélikus Gimn.* (6,603), Erdélyesi János, Hortobágyi János, Wiandt Péter; **Budapest:** *Árpád Gimn.* (3,323), dr. Schuszter Ferenc, dr. Vankó Péter; *Berzsenyi Dániel Gimn.* (3,291), Gyenes Gábor, Istók Katalin; *Budai Nagy Antal Gimn.* (1,54), Szász Péter, Tóth Csaba; *Deutsche Schule* (1,81); *ELTE Apáczai Csere János Gyak. Isk.* (12,1118), Czirók Endre, Flórik György, dr. Holics László, Zsigri Ferenc; *ELTE Radnóti Miklós Gyak.Isk.* (2,264), dr. Honyek Gyula, Szalóki Dezső; *ELTE Trefort Ágoston Gyak. Isk.* (2,273), Szörényi Zoltán; *Eötvös József Gimn.* (2,152), Varga Balázs; *Fasori Evangélikus Gimn.* (1,120); *Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn.* (20,2258), (m:1,29), Dvorák Cecília, Horváth Gábor, Szabó Szabolcs, Takács Lajos, Tóth László; *Kodály Zoltán Magyar Kórusiskola* (1,67), Latorcai Ágnes; *Könyves Kálmán Gimn.* (1,55), Zempléniné Kertész Zsuzsa; *Móricz Zsigmond Gimn.* (1,94), (m:1,30), Horányi Gábor, Részegh Anna; *Petőfi Sándor Gimn. és Közgazd.Szki.* (1,119), (m:1,21), Sári Györgyi; *Piarista Gimn.* (1,113), Guba András, Nyeste Pál; *Szent István Gimn.* (13,992), Moór Ágnes; *Táncsics Mihály Gimn.* (1,139), Czeczei József; *Veres Péter Gimn.* (2,196), Székely György, Varga Mária; **Budaörs:** *Illyés Gyula Gimn.* (4,335), (m:1,23), Péter László, Székely Györgyi; **Csurgó:** *Nagyváthy János Középisk.* (4,519), Kiss Balázs, Majnik Szabolcs; **Debrecen:** *Arany János Ált. Isk.* (1,41),*Fazekas Mihály Gimn.* (2,217), Lakatos Tibor; *Gábor Dénes Elektr. Műsz. Középisk.* (2,184), Gyebnárné Nagy Andrea, dr. Kopcsa József; *KLTE*

*Gyak. Gimn.* (25,2900), (m:1,17), Dudics Pál, Egri Sándor, Farkas József, dr. Szegedi Ervin, dr. Szegediné Nagy Judit; *Tóth Árpád Gimn.* (1,137), (m:1,37), Kovács Miklós; **Dombóvár:** *Illyés Gyula Gimn.* (2,105), Börzsönyi Péter, Freller Miklós; **Dunaújváros:** *Bánki Donát Gimn. és Szki.* (1,43), Bata Márta, Zloch Istvánné; *Széchenyi István Gimn.* (3,186), (m:2,42), Kispál István, Kobzos Ferenc; **Edelény:** *4. sz. Ált. Isk.* (1,44), Orosz Györgyné; **Eger:** *Dobó István Gimn.* (5,401), Homolya Lajos, Pecsenye Pál; *Lenkey János Ált. Isk.* (1,57), (m:1,19); *Sancta Maria Leánygimnázium* (1,55), Palotás László; *Szilágyi Erzsébet Gimn.* (1,45), (m:1,26), Flaskay Miklós; **Esztergom:** *Szakmunkásképző és Szki.* (m:1,14), Mihalovics Sándor; **Fonyód:** *Mátyás Király Gimn.* (2,148), Hecz Gáborné, Németh László; **Győr:** *Bercsényi Miklós Gimn.* (1,129), Nagyné Szabó Jolán; *Kazinczy Ferenc Gimn.* (1,61), Poócza József; *Révai Miklós Gimn.* (4,482), Csatóné Zsámbéki Ildikó, dr. Somogyi Sándor; **Gyöngyös:** *Berze Nagy János Gimn.* (2,192), Komenczi Bertalanné; **Hajdúszoboszló:** *Hőgyes Endre Gimn.* (m:1,37), Oláh Józsefné; **Heves:** *Eötvös József Gimn.* (6,507), Tófalusi Péter; **Hódmezővásárhely:** *Bethlen Gábor Gimn.* (4,474), Berecz János, Nagy Tibor; **Jászapáti:** *Mészáros Lőrinc Gimn.* (1,151), László Péterné; **Kalocsa:** *Szent István Gimn.* (1,76), Szőke Imre; **Kaposvár:** *Munkácsy Mihály Gimn.* (1,178), Gelencsér Jenő; *Táncsics Mihály Gimn.* (1,111), Drankovics József; **Kazincbarcika:** *Ságvári Endre Gimn.* (2,212), (m:1,53), Hidas Gábor, Petróczy Gábor; **Kecskemét:** *Bányai Júlia Gimn.* (2,143), Borsos Ferenc; *Katona József Gimn.* (1,108), Sáró Péter; **Keszthely:** *Vajda János Gimn.* (2,210), Farkas László; **Kiskunhalas:** *Bibó István Gimn.* (1,69), Pestality Antal; **Kiskőrös:** *Petőfi Sándor Gimn.* (2,203), Suhajda János; **Kőszeg:** *Jurisics Miklós Kísérleti Gimn.* (1,78), Molnár Tibor; **Mezőkovácsháza:** *Hunyadi János Gimn.* (1,136), Sallai István; **Mezőkövesd:** *Szent László Gimn.* (8,826), Rácz György; **Miskolc:** *Földes Ferenc Gimn.* (2,184), Zámborszky Ferenc, dr. Zsúdel László; **Monor:** *József Attila Gimn.* (m:3,71), Megyeri István; **Nagykanizsa:** *Batthyány Lajos Gimn.* (1,80), (m:1,16), Balogh László, Bertók Éva, Dénes Sándor; **Nyíregyháza:** *Krúdy Gyula Gimn.* (1,92), Balogh Istvánné; **Paks:** *Vak Bottyán János Gimn.* (3,341), dr. Müller János; **Pannonhalma:** *Bencés Gimn.* (1,150), Pintér Ambrus; **Pápa:** *Református Gimn.* (2,102), Somosi István; *Türr István Gimn.* (1,92), Eppelné Csizmadia Katalin; **Pécs:** *Apáczai Csere János Gimn.* (1,167), Pintér László; *Árpád Fejedelem Ált. Isk.* (1,127), (m:1,28), dr. Györpál Eleméné; *Ciszterci Nagy Lajos Gimn.* (6,585), (m:1,48), dr. Orovica Márkné; *Janus Pannonius Gimn.* (1,67), Sáráné Dombi Anna, Ritter Attila; *JPTE Babits Mihály Gyak. Gimn.* (6,628), (m:1,14), Koncz Károly, Vörös József; *Leöwey Klára Gimn.* (1,69), Simon Péter; *Magyar Németnyelvű Iskolaközpont* (1,46), Nesz Emese; *Széchenyi István Gimn. és Szki.* (7,675), Bányai Zsuzsa, Györkő Zoltánné, Pesti Lívia; *Testvérvárosok Terei Ált. Isk.* (3,145), Sebestyén Zoltán; *Zipernowsky Károly Ipari Szki.* (1,65), Kiss Jenő; **Putnok:** *Serényi Béla Gimn. és Mezőg. Szki.* (1,109), Bucsi Barnabásné; **Salgótarján:** *Bolyai János Gimn.* (1,69), Juhász Zsuzsanna; **Siklós:** *Táncsics Mihály Gimn.* (1,57), Uracsné Beck Etelka; **Siófok:** *Perczel Mór Gimn.* (1,55); **Sopron:** *Széchenyi István Gimn.* (3,358), (m:1,47), Lang Ágota; **Szeged:** *Radnóti Miklós Kísérleti Gimn. és Ált. Isk.* (4,427), (m:1,17), Dudás Zoltánné, dr. Mező Tamás, Schultz János; *Ságvári Endre Gyak. Gimn.* (1,71), Homolya Ernő; **Székesfehérvár:** *József Attila Gimn.* (1,68), Wolkensdorfer János; **Szekszárd:** *Garay János Gimn.* (25,2560), (m:1,50), Bayer József, dt. Jurisits József, Pesti Gyula; **Szolnok:** *Tiszaparti Gimn. és Humán Szki.* (3,137), Topolyai Tibor; *Varga Katalin Gimn.* (1,101), Vincze Gábor; *Verseghy Ferenc Gimn.* (5,341), Pécsi István; **Szombathely:** *Bolyai János Gyak. Ált. Isk. és Gimn.* (1,54), Pájer Szabolcs; *Kanizsai Dorottya Gimn.* (2,193), (m:1,16), Módos Tibor; *Nagy Lajos Gimn.* (2,215), Márton János; *Premontrei Szt. Norbert Gimn.* (m:2,43), Heigl Istvánné, Rauscher Dóra; **Tata:** *Eötvös József Gimn.* (3,250), Kovács Mária; **Tiszaújváros:** *Eötvös József Gimn.* (2,218), Magyar Árpád, Osváth Zsuzsanna; **Veszprém:** *Lovassy László Gimn.* (1,61), Varga Vince; **Zalaegerszeg:** *Ságvári Endre Gimn.* (4,313), Dormán Tibor, Horváthné Szabó Anna; *Zrínyi Miklós Gimn.* (15,1251), Juhász Tibor, Orbán Edit, Pálovics Róbert, Vadvári Tibor.

Németország: **Oberasbach:** *Dietrich-Bonhoeffer Gym.* (1,79), dr. Zöller; Románia: **Marosvásárhely:** *Bolyai Farkas Líceum* (2,177), (m:1,43), László József, Máthé Márta; **Sepsiszentgyörgy:** *Mikes Kelemen Líceum* (2,259), Balló Árpád, Ravasz József; *Székely Mikó Kollégium* (1,77), Bodor Mária; **Temesvár:** *Bartók Béla Líceum* (3,282), Benedek István; Szlovákia: **Révkomárom:** *Selye János Gimn.* (7,732), (m:1,26), Hevesi Anikó, Szabó Endre.

# CSILLAGÁSZAT

Rovatvezető: Horányi Gábor

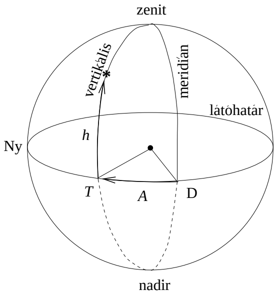
## A szferikus csillagászat alapfogalmai I.

### A csillagászati koordináta-rendszerek

A csillagászatban éppúgy, mint a fizikában bárhol, az események helyét koordinátákkal adjuk meg. Mivel azonban ekkor az esemény tőlünk mért távolságával nem törődünk, a „hely” voltaképpen csak egy irányt jelent.

Képzeljünk el egy tetszőleges sugarú gömböt, melynek középpontja koordinátarendszerünk kezdőpontja. Ez az *éggömb.* Az éggömb középpontjából a vizsgált égitesthez húzott félegyenes egy pontban metszi a gömböt, ez az égitest *szférikus helye.* Ennek megadásához két adat szükséges és elégséges.

A csillagászatban többféle koordináta-rendszert használunk, ezek gömbi polárkoordináta-rendszerek. A rendszer középpontja lehet a megfigyelő szeme vagy műszerének érzékelője (topocentrikus), a Föld középpontja (geocentrikus), a Nap középpontja (heliocentrikus) stb. Hogy mikor melyiket használjuk, a feladat jellegétől függ.




**A horizontális koordináta-rendszer.** Origója a megfigyelő helye, alapköre a *horizont*, amelyet a megfigyelőhely vízszintes síkja metsz ki az éggömbből. Az origóban a horizont síkjára állított merőleges két pontban metszi az éggömböt: felettünk a *zenit*, alattunk pedig a *nadir* pontban. Az éggömb középpontján át a Föld forgástengelyével párhuzamosan húzott egyenes az éggömböt a *pólusokon* döfi.

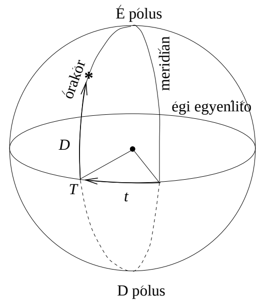
A zeniten, a pólusokon és a nadiron áthaladó főkör a *meridián.* Ez a horizontot két pontban metszi, ezek közül az északpont a zenittel közrefogja az ég északi pólusát. A másik metszéspont a *délpont.* A zenitet és a nadirt összekötő főkörök (pontosabban félkörök) a *vertikálisok*; a meridiánra merőlegesen állnak az *első vertikálisok*, amelyek a horizonton a nyugat- és keletpontot metszik ki. A horizonttal párhuzamos síkok által az éggömbből kimetszett körök az *almukantaratok.*

Egy égitest horizontális koordinátáit (*azimut* és *magasság*) a következoképpen határozzuk meg: Tekintsük az égitesten áthaladó vertikális és a horizont metszéspontját ($T$)!

A metszéspontnak a délponttól nyugati irányban fokokban mért szögtávolsága az égitest *azimutja* ($A$); $T$ és az égitest szögtávolsága a vertikális mentén fokokban mérve a *magasság* ($h$), amely a horizont fölött pozitív, alatta negatív. Néha a magasság helyett annak pótszögét adjuk meg, ez a *zenittávolság* ($z$).

Az égitestek horizontális koordinátái a Föld forgása miatt folytonosan változnak. A Föld különböző helyeiről tekintve ugyanazon égitest horizontális koordinátái még ugyanabban a pillanatban mérve is különbözők.

## Az I. ekvatoriális rendszer

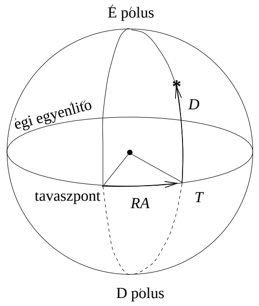



Alapköre az *égi egyenlítő* (ekvátor), amit a Föld egyenlítősíkja metsz ki az éggömbből. A pólusokat összekötő egyenes merőleges az ekvátor síkjára. Az égi egyenlítő és a meridián két metszéspontja az égi egyenlítő észak- és délpontja. A pólusokat összekötő félköröket *óraköröknek* nevezzük.

Ebben a rendszerben a két koordináta az *óraszög* ($t$) és a *deklináció* ($D$ vagy $\delta$). Tekintsük a vizsgált égitesten áthaladó órakör és az ekvátor metszéspontját ($T$)! Ennek az égi egyenlítő mentén a délponttól nyugat felé fokokban mért szögtávolsága az óraszög; $T$ és az égitest szögtávolsága az órakör mentén órákban mérve a deklináció. Utóbbi az éggömb északi felén pozitív, a délin negatív. Az óraszög meghatározásakor természetesen a $360^\circ$-os szöget 24 órának feleltetjük meg.

Az égitestek deklinációja (jó közelítéssel) állandó; az óraszög viszont időben lineárisan nő, és a Föld különböző földrajzi hosszúságú helyeiről mérve még ugyanazon pillanatban is más. Ezt kihasználhatjuk mind az idő mérésében, mind a csillagászati navigációban.

## A II. ekvatoriális rendszer




Az I. ekvatoriális rendszertől csak abban különbözik, hogy itt az alapirány nem a délpont felé mutat, hanem a *tavaszpont* felé. (Ez az a pont, ahol a Nap középpontja a tavaszi napéjegyenlőség pillanatában tartózkodik.) Mivel a tavaszpont helyzete nem állandó, hanem a *precesszió* következtében lassan hátrál az ekliptikán (kb. 26 ezer év alatt jár körbe), az égitestek koordinátái ebben a rendszerben sem szigorúan állandók. De a precesszió okozta lassú, nem szigorúan periodikus elmozdulást számítással, illetve táblázatok segítségével jól követni lehet.

Ebben a rendszerben az egyik koordináta, a deklináció azonos az I. ekvatoriális rendszerbelivel. A másik, a *rektaszcenzió* ($RA$ vagy $\alpha$) a $T$ pontnak az égi egyenlítő mentén a tavaszponttól keleti irányban órákban mért szögtávolsága.

## Átszámítás a megismert koordinátarendszerek között

Nagyon sok érdekes számítást végezhetünk el, ha az égitestek koordinátáit az egyik rendszerből a másikba tudjuk transzformálni. Erre a gömbháromszögtan szinusz- és koszinusztétele nyújt lehetőséget. A gömbháromszögtanban olyan idomokkal foglalkozunk, amelyeket a gömbfelület három pontja, és az ezeket összekötő, félkörívnél nem nagyobb főkörívek határoznak meg. A gömbháromszög szöge definíció szerint a csúcsban az oldalakhoz húzott érintők által bezárt konvex szög; „oldala” pedig az a szög, amelyet a gömb középpontjából az oldal két végpontjához húzott félegyenesek zárnak be.

Ha a gömbháromszögtani szinusz- és koszinusztételt felírjuk az ún. *csillagászati háromszög* (azon gömbháromszög, melynek csúcsai a zenit, a pólus és az égitest) oldalaira és szögeire, a következő képleteket vezethetjük le:

$$\sin D = \sin\varphi \sin h - \cos\varphi \cos h \cos A;$$
$$\cos D \sin t = \cos h \sin A;$$
$$\cos D \cos t = \cos\varphi \sin h + \sin\varphi \cos h \cos A.$$

(Itt $\varphi$ a megfigyelő helyének földrajzi szélessége.) Ezekkel a horizontálisból az I. ekvatoriális rendszerbe tudunk átszámolni. Visszafelé a következő képletekkel dolgozhatunk:

$$\sin h = \sin\varphi \sin D + \cos\varphi \cos D \cos t;$$
$$\cos h \sin A = \cos D \sin t;$$
$$\cos h \cos A = -\cos\varphi \sin D + \sin\varphi \cos D \cos A.$$

A II. ekvatoriális rendszerbe való transzformációhoz már az időt is figyelembe kell venni, ezzel a következő részben foglalkozunk.

## Újdonságok

### Új kisbolygó-osztály?

Az első kisbolygót, a Cerest 1801 január 1-jén fedezte föl Piazzi olasz csillagász. A Ceres pályáját C. F. Gauss számította ki, és megállapította, hogy a bolygócska a Mars és a Jupiter közt kering. Hamarosan még három hasonló méretű bolygót találtak ugyanebben a térségben, majd a meginduló szorgos kutatás nyomán egyre többet; a mai napig már több ezret. Fölfedezték a kisbolygó-övezetet; bár nem minden kisbolygó pályája fekszik ezen belül. Legújabban a Plútó távolságában és azon túl fedeztek föl több tucat hasonló bolygócskát; van tehát a Naprendszerben egy második kisbolygó-övezet is (Kuiper-öv).

Hawaii tudósok – a hírek szerint – nemrég egy új kisbolygó-osztályt fedeztek föl, amelynek tagjai a Föld pályáján belül keringenek. A felfedezést 1998. július 1-jén jelentették be. Számításuk szerint az 1998 $DK_{36}$ jelű objektum kb. 40 m átmérőjű – ilyen lehetett a 90 éve Szibériában lezuhant Tunguz-meteor is. Mivel az objektum sötétedés után hamar nyugodott, valamint bizonyos technikai problémák miatt csak két éjszakán tudták lefényképezni februárban a Mauna Kea tetején lévő 2,24 m-es távcsővel, sajnos csak 4 (mindkét, egymást követő észlelési napon két-két) kép készült, és mindez már több mint 5 hónapja. Ezekből nem lehet olyan pontos pályát számítani, hogy az objektumot a megfigyelők követhessék. (Ehhez legalább három, időben egymástól távolabb eső megfigyelés kell.) Az sem bizonyos, hogy az égitest pályája a földpályán belül van, elképzelhető egy a földpályát keresztező pálya is. Bizonyosnak látszik viszont, hogy a bolygócskának a Naptól mért legkisebb távolsága kicsi, nem nagyobb 1,1 Csillagászati Egységnél (kb. 165 millió km-nél).

### Galaxisunk magja

A Tejútrendszer spirálkarjainak – a 21 cm-es rádió-színképvonal segítségével történt – feltérképezése óta ismeretes, hogy Galaxisunk magja a Sagittarius (Nyilas) csillagkép irányában van. Magát a magot azonban nem sikerült megfigyelni, mivel a Galaxis szimmetriasíkja közelében tömörülő sűrű csillagközi anyag fényelnyelése ezt megakadályozza. A rádió- és az infravörös tartományban azonban közelebb láthatunk a maghoz. Rádiótartományban egy különös sugárforrást találtak ott, a Sag A-t, amelyet sűrű csillagcsoport vesz körül. Az infravörösben sugárzó fényes csillagok mozgását is kimérték. Kimutatták, hogy ez olyan, mintha egy láthatatlan, 2,6 millió naptömegű objektum körül keringenének. Ez pedig arra utal, hogy Galaxisunk magjában egy hatalmas fekete lyuk van.

### Új színképosztály

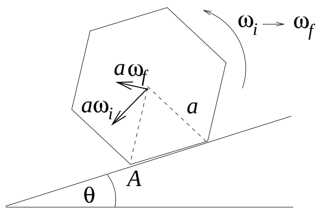
A csillagászok már mintegy 100 éve a csillagokat színképük szerint osztályozzák. A különböző színképosztályok lényegében a csillagnak a felszíni hőmérséklet (vagy színindex) szerinti sorozatban elfoglalt helyét adják meg. A legforróbbtól a leghűvösebb csillagokig a színképosztályok betűjelei: O, B, A, F, G, K, M; és van még négy mellékosztály: W, R, N, S. Pontosabb osztályozáskor még számokkal jelzett alosztályokat is használnak, pl. a Nap G2 típusú. Most azonban amerikai csillagászok egy csoportja új színképosztály, az L csillagok felvételét javasolja a sorozatba. Ezek az újonnan talált csillagok törpék, felszíni homérsékletük 1500–2000 K körüli, fényük nagy részét infravörösben bocsátják ki. Egy részük barna törpe, a többi alig képes magjában a H–He fúziót fenntartani, mert csekély a tömege. Becslések szerint ilyen L csillagból több van, mint a többiből összesen, de tömegük olyan kicsi (30–80 Jupiter-tömeg), hogy nem befolyásolják a Tejútrendszer dinamikáját.

A Sky and Telescope anyagai alapján készítette
**Makk Péter** (Veres Péter Gimnázium 9.b.)
és **Csaba György Gábor** (tanár, Veres Péter Gimn.)

## A 29. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatainak megoldása*

### Az elméleti feladatok megoldása

**1. feladat. a)** A hasáb gördülése közben, az egymást követő becsapódásokkor nagy erők lépnek fel a lejtővel érintkező élek (pl. az *1.1 ábrán* $A$-val jelölt él) mentén. Ezek az erők pillanatszerűen lecsökkentik a hasáb érintés előtti $\omega_i$ szögsebességét a becsapódást közvetlenül követő $\omega_f$ értékre. Észrevehetjük azonban, hogy a hasábra ható erők nem változtatják meg az $A$ pontra számítható perdületet, ami saját- és pályaperdületből áll:




*1.1. ábra*

$$I\omega_i + Ma \cdot \frac{1}{2} a\omega_i = I\omega_f + Ma \cdot a\omega_f.$$

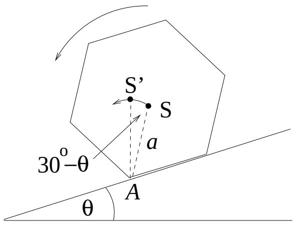
* A feladatok szövege múlt havi számunkban olvasható.

Az $I$ tehetetlenségi nyomaték megadott értékének behelyettesítése után azonnal megkapjuk az eredményt:

$$s=\frac{\omega_f}{\omega_i}=\frac{11}{17}.$$

**b)** A test $K$ mozgási energiája az ütközés előtt is és a becsapódást követően is a hasáb egy-egy oldaléle körüli forgásból számítható. A mozgási energiák aránya:

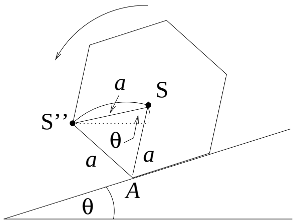
$$r=\frac{K_f}{K_i}=\frac{\frac{1}{2}I'\omega_f^2}{\frac{1}{2}I'\omega_i^2}=\frac{\omega_f^2}{\omega_i^2}=s^2=\frac{121}{289}.$$




*1.2. ábra*

**c)** A hasáb következő éle akkor érinti a lejtőt, ha energiája elegendő ahhoz, hogy súlypontját „átemelje” pályájának legmagasabb pontján. Az *1.2 ábráról* leolvasható, hogy a súlypont emelkedése $a-a\cos(30^\circ-\theta)$, ahol $\theta$ a lejtő hajlásszöge. Ha az érintés előtti minimális energiát $\delta\cdot Mga$ alakban írjuk fel, akkor a kritikus esetre a következő egyenlet adható:

$$Mga\left[1-\cos(30^\circ-\theta)\right]=r\delta\cdot Mga,\qquad \text{amiből}\qquad \delta=\frac{1-\cos(30^\circ-\theta)}{r}.$$




*1.3. ábra*

**d)** Tegyük fel, hogy a hasáb úgy mozog, hogy az érintés előtti mozgási energiája már felvette az állandósult $K_{i,0}=\varkappa\cdot Mga$ értéket. Az állandósult mozgásnak az a feltétele, hogy a becsapódásonként a mozgási energia vesztesége éppen egyenlő legyen az egy-egy lépésre eső helyzeti energia csökkenéssel. Az *1.3 ábra* alapján:

$$Mga\sin\theta=(1-r)\varkappa\cdot Mga,\qquad \text{azaz}\qquad \varkappa=\frac{\sin\theta}{1-r}.$$

**e)** Minél kisebb egy lejtő hajlásszöge, annál kisebb egy-egy lépésben a hasáb helyzeti energiájának csökkenése, másrészt annál nagyobb a súlypont emelkedéséből származó „fékező korlát”. A kettő egyenlősége (a két előző alkérdés eredményének egybevetése) adja meg az állandósult mozgásra még alkalmas $\theta_0$ minimális hajlásszöget:

$$\frac{\sin\theta_0}{1-r}=\frac{1-\cos(30^\circ-\theta_0)}{r},$$

amiből a kérdéses szögre meglepően kicsiny érték, $\theta_0=6{,}6^\circ$ adódik.

*Megjegyzés.* A feladat $a$) része úgy is megoldható, hogy felírjuk a a becsapódáskor bekövetkező sebesség- és szögsebesség-változásokat a fellépő erők és forgatónyomatékok segítségével. Ezek az erők olyan nagyok, hogy mellettük a hasábra ható nehézségi erő elhanyagolható.

**2. feladat. a)** A jég megolvasztásához szükséges hőt a Föld mélyéből érkező hőáram fedezi: $L_j\varrho_jAd=J_QAt$ $(t=1$ év), amiből az évente megolvadó jégréteg vastagsága: $d\approx 6$ mm.

**b)** A jégtábla alján a nyomás a külső légnyomás ($p_0$) és a jég súlyából származó hidrosztatikai nyomás összege:

$$p_j(x) = p_0 + \varrho_j g\,\left[y_2(x) - y_1(x)\right] = p_0 + \varrho_j g h_0 + \varrho_j g x(\,\mathrm{tg}\,\beta - \,\mathrm{tg}\,\alpha).$$

A jégtábla alján vékony vízréteget képzelhetünk el, ami akkor nem folyik egyik irányba sem, ha a felette lévő jégréteg nyomása megegyezik a víz nyomásával. $x=0$-nál a víz nyomása $p_j(0) = p_0 + \varrho_j g h_0$, magasabban pedig a hidrosztatikai nyomásnak megfelelően kisebb:

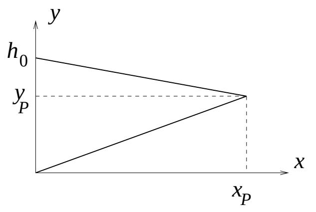
$$p_v(x) = p_0 + \varrho_j g h_0 - \varrho_v g x\,\mathrm{tg}\,\alpha.$$

A víz és a jég nyomása akkor lesz $x$-től függetlenül egyenlő, ha $\varrho_j(\,\mathrm{tg}\,\beta - \,\mathrm{tg}\,\alpha) =$ $= -\varrho_v\,\mathrm{tg}\,\alpha$, azaz

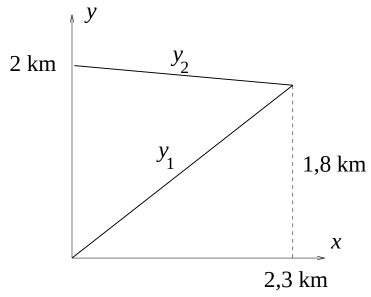
$$s = \frac{\mathrm{tg}\,\beta}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{\varrho_j - \varrho_v}{\varrho_j} = -0{,}091.$$

Egyensúlyi állapotban tehát a jégréteg felső felületének süllyednie kell, ha az alatta lévő talaj emelkedik *(2.1 ábra)*.

Ha a sziklatalaj menetét az $y_1 = 0{,}8x$ egyenlet írja le, továbbá a jég vastagsága az $x_0 = 0$ helyen $h_0 = 2$ km, akkor a jégfelszínt leíró egyenlet: $y_2 = 2$ km $- 0{,}073x$ (*2.2 ábra*). A két egyenes az $x_P = 2{,}3$ km, $y_P = 1{,}8$ km koordinátájú pontban metszi egymást.




*2.1. ábra*

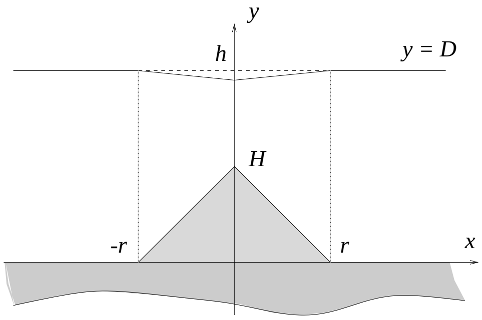



*2.2. ábra*

**c)** Mivel a víz sűrűsége nagyobb a jégénél, így olvadáskor a keletkezett víz kisebb térfogatot foglal el, és a jégtábla felszínén (éppen a megolvadt kúp alakú víztömeg felett) fordított kúp alakú bemélyedés jön létre. A behorpadás legnagyobb $h$ mélységét a *b*) alkérdésre adott válasz alapján számíthatjuk ki:

$$h = |r\,\mathrm{tg}\,\beta| = \frac{\Delta\varrho}{\varrho_j} r\,\mathrm{tg}\,\alpha \approx 91 \text{ m}.$$

A felszínen kialakult bemélyedést a *2.3 ábra* mutatja.




*2.3. ábra*

**d)** A jégréteg aljára behatoló forró magma miatt nagy mennyiségű jég olvad meg. A folyamatot három lépésben képzelhetjük el. Először a magma-benyomulás helyén lévő $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h_1$ térfogatú jég olvad meg, és a keletkező víz elfolyik. Második lépésben fordított kúp alakú benyomódás jön létre a jégréteg felszínén, miközben a magma-benyomulás felett keletkező víz folyamatosan elfolyik. Ez a szakasz a nyomás-egyensúly kialakulásáig tart, a horpadás $h_2$ mélységét az előző alkérdésekre adott válaszok alapján számíthatjuk ki:

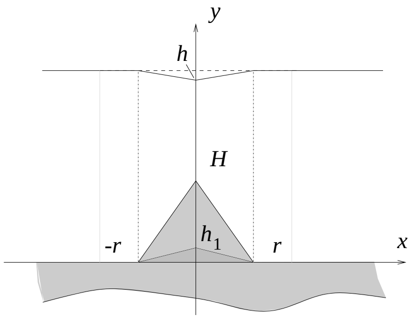
$$V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h_1 \frac{\Delta\varrho}{\varrho_j}.$$

Feltételezhetjük, hogy a magma-benyomulás anyaga még ekkor is igen meleg, tehát a magma további jégmennyiséget olvaszt meg, ami viszont már nem folyik el, hiszen a megolvadása nem befolyásolja a kialakult nyomás-egyensúlyt. A harmadik lépésben elolvadó jég térfogatát is kezelhetjük egy kúp térfogataként: $V_3 = \frac{1}{3}\pi r^2 h_3$, amelyből a magma-benyomulás felett $h_3' = \frac{\varrho_j}{\varrho_v} h_3$ magasságú „vízkúp” jön létre. A „vízkúp” tovább növeli a felszíni behorpadás mélységét, amit szintén az előző alkérdésekre adott válaszok szerint határozhatunk meg. Az olvadási folyamat végére létrejövő horpadás teljes $h$ mélységét így írhatjuk fel:

$$h = \frac{\Delta\varrho}{\varrho_j}(h_3 + h_3') = \frac{\Delta\varrho}{\varrho_j} \cdot H,$$

amelyből a vízkúp tetőpontjának $H$ magasságát a jégtábla alapjának eredeti szintjéhez képest már könnyen kiszámíthatjuk: $H = 1{,}1$ km. A magma-behatolás $h_1$ magasságát kalorimetrikus egyenlet alapján határozhatjuk meg (a magma belső energiacsökkenése fedezi a jég megolvasztásához szükséges hőt):

$$(L_k + c_k \Delta T)\frac{1}{3}\pi r^2 h_1 \varrho_k = L_j \frac{1}{3}\pi r^2 (h_1 + h_2 + h_3)\varrho_j =$$
$$= L_j \frac{1}{3}\pi r^2 \left[h_1 \varrho_j + h_2 \Delta\varrho + (H - h_1)\varrho_v\right].$$



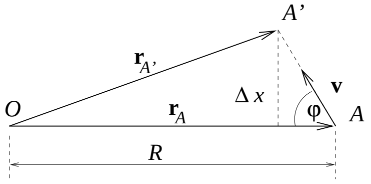
*2.4. ábra*

A szükséges behelyettesítések és számítások elvégzése után a magma-behatolás magasságára $h_1 = 103$ m adódik. A magma-behatolás és a visszamaradt víztömeg alakját a *2.4 ábra* mutatja. A keletkezett és elfolyt víztömegeket ezek után már igen könnyű meghatározni, hiszen $V_1 + V_2 + V_3$ adja a teljes elolvadt jégtérfogatot, míg $V_1 + V_2$ azt a jégtérfogatot, amiből a megolvadt víz elfolyt. A numerikus számítások szerint a keletkezett teljes víztömeg: $m_t = 2{,}9 \cdot 10^{11}$ kg, míg az elfolyt víz tömege: $m' = 2{,}7 \cdot 10^{10}$ kg.

**3. feladat**

**a)** A közös centrumtól távolodó két objektum látszólagos szögsebességét könnyen meghatározhatjuk, ha látószögüket az idő függvényében ábrázoljuk, és a kapott egyenesek meredekségét leolvassuk. Ha 1-es index jelöli a bal oldali, 2-es index pedig a jobb oldali forrást, akkor $\omega_1 = 9{,}54 \cdot 10^{-13}$ rad/s, illetve $\omega_2 = 4{,}88 \cdot 10^{-13}$ rad/s értékekre jutunk. A rádióforrások $v'_\perp$ transzverzális (keresztirányú) sebességét a szögsebesség és az $R = 12{,}5$ kpc $= 3{,}86 \cdot 10^{20}$ m távolság szorzataként számíthatjuk ki: $v'_{1,\perp} = 3{,}68 \cdot 10^8$ m/s $\approx 1{,}23c$, $v'_{2,\perp} = 1{,}88 \cdot 10^8$ m/s $\approx 0{,}63c$, ahol $c$ a fénysebesség.

**b)** Egyszerű számításaink alapján arra a meglepő eredményre jutottunk, mintha a bal oldali objektum *fénynél sebesebben* (!) mozogna. A probléma körültekintőbb tárgyalása érdekében képzeljünk el egy fényforrást, ami $\mathbf{v}$ sebességgel mozog egy tőle távoli $O$ megfigyelő irányához képest $\varphi$ szögben *(3.1 ábra)*. A sebesség nagyságát jelölje $v = \beta c$. A fényforrás távolságát a megfigyelő $R$-nek méri, szögsebességét $\omega$-nak észleli. Tekintsük a forrás mozgását $\Delta t$ ideig, miközben az $A$ pontból az $A'$ pontba jut: $\mathbf{r}_{AA'} = \mathbf{r}_{A'} - \mathbf{r}_A = \mathbf{v}\Delta t$.



*3.1. ábra*

Jelölje $\Delta t'$ az $A$-ból, illetve $A'$-ből induló jelek beérkezésének időbeli különbségét az $O$ pontban. Mivel $A$ és $A'$ távolsága különböző, a fénysebesség pedig véges:

$$\Delta t' = \Delta t + \frac{r_{A'} - r_A}{c}.$$

Kis $\Delta t$ idők esetén $v\Delta t \ll r_A = R$, tehát

$$r_{A'} - r_A \approx -v\Delta t \cos\varphi.$$

Mindezek figyelembe vételével

$$\Delta t' \approx \Delta t(1 - \beta\cos\varphi), \quad (\beta = v/c).$$

Így a forrás $O$-beli látszólagos keresztirányú sebessége

$$v'_\perp = \frac{\Delta x}{\Delta t'} = \frac{\Delta x}{\Delta t(1 - \beta\cos\varphi)} = \frac{c\beta\sin\varphi}{1 - \beta\cos\varphi},$$

ahol felhasználtuk, hogy a megfigyelő vonatkoztatási rendszerében a valódi keresztirányú sebesség $v'_\perp = \Delta x/\Delta t = c\beta\sin\varphi$. Az $O$-ban észlelhető szögsebesség:

$$\omega = \frac{v'_\perp}{R} = \frac{c\beta\sin\varphi}{R(1 - \beta\cos\varphi)}.$$

**c)** Ha feltételezzük, hogy a két objektum egy egyenes mentén, azonos nagyságú sebességgel távolodik egymástól, akkor a következő összefüggéseket írhatjuk fel a látszólagos szögsebességekre:

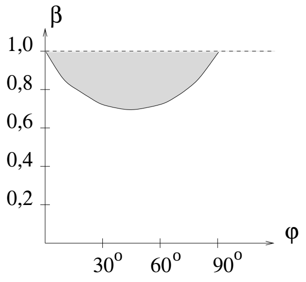
$$\omega_1 = \frac{c\beta\sin\varphi}{R(1 - \beta\cos\varphi)}, \qquad \omega_2 = \frac{c\beta\sin\varphi}{R(1 + \beta\cos\varphi)}.$$

A megadott, illetve mért numerikus értékek segítségével a fenti két kifejezésből egyszerű algebrai átalakításokkal $\varphi$ és $\beta$ értéke kiszámítható: $\varphi = 68{,}8°$, $\beta = 0{,}89$. Megnyugodhatunk tehát, hiszen az észlelt rádióforrások mindössze a fénysebesség 89 %-ával mozognak.

**d)** A látszólagos keresztirányú sebesség akkor lehet nagyobb vagy egyenlő a fénysebességnél, ha a $\beta\sin\varphi \geqslant 1-\beta\cos\varphi$ feltétel teljesül, ami a vizsgált esetben fenn is áll. Ez a feltétel a következő alakba írható át:

$$\beta \geqslant f(\varphi) = \left[\sqrt{2}\sin(\varphi+\pi/4)\right]^{-1}.$$

A $(\beta,\varphi)$ síkon az egyenlőség jelöli ki azt a tartományt, amin belül a feltétel teljesül *(3.2 ábra).*




*3.2. ábra*

**e)** Könnyen meggyőződhetünk arról, hogy a *b*) alkérdés válaszában megadott

$$v'_\perp = \frac{c\beta\sin\varphi}{1-\beta\cos\varphi}$$

kifejezésnek a fizikailag értelmes szögtartományban adott $\beta$ esetén akkor van maximuma, ha $\varphi_{\max} = \arccos\beta$. Eszerint a látszólagos keresztirányú sebesség végtelenhez tarthat, ha $\beta$ megközelíti az 1-et, ami persze azt is jelenti, hogy $\varphi$ nullához tart, vagyis a mozgó objektum a megfigyelő felé mozog közel fénysebességgel.

**f)** A relativisztikus Doppler-eltolódás egyenleteit kell kezelnünk:

$$\frac{\lambda_{1,2}}{\lambda_0} = \frac{1\pm\beta\cos\varphi}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

A szög kiejtésével kell $\beta$-t kifejeznünk, amit a két egyenlet összeadásával, majd rendezésével tehetünk meg:

$$\beta = \sqrt{1-\frac{4\lambda_0^2}{(\lambda_1+\lambda_2)^2}},$$

tehát a kérdéses szám: $\alpha = 4$. A *c*) alkérdésre adott válasz két egyenletében $\varphi$ és $\beta$ voltak az ismeretlenek, $R$-et más mérésekből meghatározott, adott értéknek vettük. Ha viszont a legutóbbi összefüggésünket harmadik egyenletnek tekintjük, ami közvetlenül megadja $\beta$ értékét, akkor $\varphi$ mellett az $R$ távolság is meghatározható.

**Honyek Gyula**

## A kísérleti feladat megoldása

### I. rész. Mágneses árnyékolás vizsgálata.

A mérésnek ebben a részében a versenyzők feladata az árnyékolást leíró (a feladat szövegében megadott) képletben szereplő $\alpha$ együttható frekvenciafüggésének meghatározása volt. Ehhez különböző frekvenciákon különböző vastagságú aluminium fóliával kellett méréseket végezni. A mérés maga nagyon egyszerű: a rendelkezésre álló digitális műszerekkel a frekvenciát és a mérőtekercsben indukálódott feszültséget lehetett mérni – itt legfeljebb a helyes méréstartomány megválasztására kellett figyelni. A versenyzőknek talán azt volt a legnehezebb eldönteni, hogy a rendelkezésre álló idő alatt hány különböző frekvencián és hány különböző fóliavastagság esetében mérjenek.

A mérési adatok kiértékelése is elég hosszadalmas munka. A megadott képlet alapján egy adott frekvencián

$$e^{-\alpha d} = \frac{B}{B_0} = \frac{U}{U_0}, \qquad \text{azaz} \qquad \ln U = \ln U_0 - \alpha d$$

kifejezést kapjuk, tehát ha $\ln U$-t $d$ függvényében ábrázoljuk, akkor az elmélet szerint a mérési pontoknak a mérés hibahatárán belül egy $-\alpha$ meredekségű egyenesen kell lenniük. Ezt a grafikont minden egyes mért frekvenciánál el kell készíteni, a mérési pontokra egyenest kell illeszteni, az egyenesek meredekségét le kell olvasni. Ezután lehet ábrázolni $\alpha$-t $f$ függvényében.

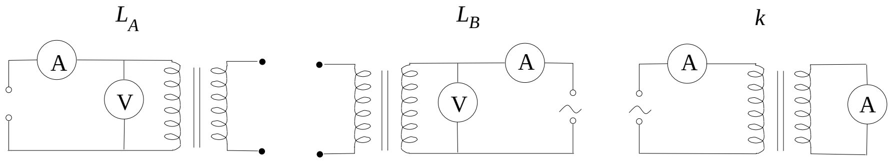
**II. rész Mágneses fluxus-csatolás vizsgálata.**

A feladat második részében a versenyzők a méréssel kapcsolatos elméleti feladatokat is kaptak. Az 1. kérdésben az önindukciós együtthatókat és a csatolási tényezőt megadó összefüggéseket kellett igazolniuk. Az önindukciós együtthatók definiciója közismert, a csatolási tényező képletét pedig a feladat szövegében megadott összefüggésekkel könnyen igazolhatjuk:

$$\varepsilon_B = c\omega N_B(N_B I_B - kN_A I_A) = 0,$$

amiből $k = (N_B I_B)/(N_A I_A)$ adódik.

A definiáló összefüggések alapján könnyen összerakhatóak a mérési kapcsolások:




*Megjegyzés.* A kapcsolás megtervezésekor érdemes figyelembe venni, hogy a digitális feszültségmérők 1 MΩ-nál nagyobb belső ellenállásukkal „sokkal ideálisabbak”, mint az árammérők.

A 2. és 3. kérdésre ehhez hasonlóan, a feladat szövegében megadott összefüggésekbe való behelyettesítéssel és rendezéssel lehet válaszolni. Ezt az olvasóra bízzuk. A keresett összefüggések:

$$I_p = I_A = \frac{\varepsilon_A}{\omega L_A(1-k^2)}, \qquad \frac{U_A}{U_B} = \frac{N_A^2 - kN_A N_B}{N_B^2 - kN_A N_B}.$$

A 4. és az 5. feladat két korábbi feltevés számszerű igazolása volt. Az önindukciós együttható menetszámtól való függését három eredmény ($L_A$, $L_B$ és $L_{A+B}$) összevetésével igazolhatjuk. Az $L/N^2$ érték mindhárom esetben hibahatáron belül megegyezik. A primer tekercs 2–3 Ω-os ohmos ellenállása pedig valóban elhanyagolható a tekercs $\omega L(1-k^2)$ induktív ellenállásának kb. 100 Ω-os értékéhez képest.

A 6. feladat a ferritmag relatív permeabilitásának meghatározása volt. A ferritmagon vékony papírlapok segítségével két rést lehetett létrehozni. Az Ampère-féle gerjesztési törvényt alkalmazva mindkét esetre:

$$NI_1 = \oint \frac{1}{\mu} B\,dl = \frac{2l}{\mu_0 \mu_r} B_1 \qquad \text{a rés nélküli esetben,}$$

illetve

$$NI_2 = \oint \frac{1}{\mu} B dl = \left( \frac{2l}{\mu_0 \mu_r} + \frac{2d}{\mu_0} \right) B_2 \qquad \text{a rést tartalmazó mag esetére.}$$

Felhasználva, hogy $U_1 = \omega N B_1 A$, illetve $U_2 = \omega N B_2 A$ és hogy $L_1 = U_1/\omega I_1$, illetve $L_2 = U_2/\omega I_2$ azt kapjuk, hogy

$$\mu_r = \frac{l}{d} \left( \frac{L_2}{L_1} - 1 \right),$$

ahol $l$ a ferritmag középvonalának hossza, $d$ pedig a papír vastagsága. $\mu_r$ numerikus értékének meghatározásához a geometriai adatokon kívül már csak a rést tartalmazó vasmagon lévő tekercs önindukciós együtthatóját kellett megmérni.

**Vankó Péter**

## Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása

**FF. 3094.** *Azonos előjelű pontszerű töltések összeérintéséhez a Coulomb-törvény alapján végtelen nagy erőre lenne szükség. Mi a helyzet akkor, ha a töltések egy-egy kicsiny körlemezen vannak egyenletesen elosztva? Mekkora erővel lehet a két $Q$ töltésű, $r$ sugarú körlemezt lapjával összetolni?*

Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

**I. megoldás.** Közelítsük egymáshoz a függőlegesen és egymással párhuzamosan tartott korongokat. Az egyik (mondjuk a bal oldali) korongra ható erő a másik (jobb oldali) korong elektromos teréből és a bal oldali korong töltéséből számítható ki. (A bal oldali korong elektromos tere nyilván nem fejt ki eredő erőt a bal oldali korongra.)

Cseréljük meg gondolatban a bal oldali korong töltését $Q$-ról $-Q$-ra! Az ellentétes töltésű, egyenletes töltéseloszlású korongok síkondenzátort alkotnak, melynek lemezei között az ismert összefüggés szerint (lásd pl. a függvénytáblázatot) $F = -\frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q^2}{2\pi r^2}$ vonzóerő hat.

Az eredeti, azonos előjelű töltések között a fentivel azonos nagyságú, de ellentétes irányú taszítóerő lép fel, hiszen a jobb oldali korong elektromos tere mindkét esetben ugyanolyan, csupán a bal oldali töltések előjele különböző.

*Páles Csaba* (Debrecen, KLTE Gyak. Gimn., 12. o.t.)

**II. megoldás.** A korongok közötti taszítóerő a távolságuk csökkenésével egyre növekszik, akkor a legnagyobb, amikor a két körlap már majdnem érintkezik egymással. Ilyenkor a közöttük levő elektromos mező erősen inhomogén lesz, s nem csupán a szélek közelében, de már a korongok közepefelé (pl. a sugár harmadánál-felénél) is erősen eltér a korongokra merőleges iránytól. (Vigyázat: az elektromos erővonalaknak csak a vezetők esetében lépnek ki merőlegesen a felületből, szigetelőknél általában *nem*!) Az egyik (mondjuk a bal oldali korongra ható erő) a másik körlemez által létrehozott (helyről helyre változó irányú és nagyságú) elektromos mező és a bal oldali korong egyes darabkáin található töltés szorzatából, ilyen szorzatok összegéből számítható ki. Ez látszólag igen bonyolult matematikai feladat, a valóságban azonban az összezés könnyen elvégezhető.

Szimmetria-megfontolásokból közvetlenül adódik, hogy elegendő az elektromos térerősségnek a korongokra merőleges összetevőjét kiszámítanunk, a korongok síkjával párhuzamos komponensek járulékának összege nulla kell legyen. A korongokra merőleges összetevő viszont a Gauss-tétel alapján a jobb oldali körlap $Q$ össztöltésének $\frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{2\pi r^2}$-szerese, s ez az érték – a korongok egyenletes töltéseloszlása miatt – a felület közelében mindenhol ugyanakkora. Ezek szerint a bal oldali korongra ható erő $F = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{Q^2}{2\pi r^2}$.

*G.P.*

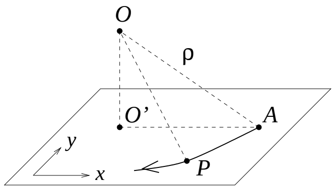
*Megjegyzés.* Sokan úgy érveltek, hogy a közeli körlemezek között homogén elektromos mező alakul ki, amelynek energiájából következtettek a lemezek között ható erőre. Ez az eljárás – jóllehet helyes eredményre vezet – nem megalapozott, hiszen az elektromos mező nagyon inhomogén. Néhányan egy 2-es faktor hibát tartalmazó képletet vezettek le, mert nem vették figyelembe, hogy mindegyik lemezre csak a másik által keltett elektromos mező hatását kell számításba venni.

43 dolgozat érkezett. Helyes 15 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 5, hiányos (1–3 pont) 16, hibás 7 dolgozat.

**FF. 3117.** *Egy repülőgép állandó nagyságú sebességgel mozog vízszintes síkban. Milyen a pályagörbéje, ha van olyan pont, ahová a pálya minden pontjából ugyanakkor ér oda a repülőgép hangja? (A pályagörbe meghatározásánál alkalmazhatunk grafikus és numerikus módszereket is.)*

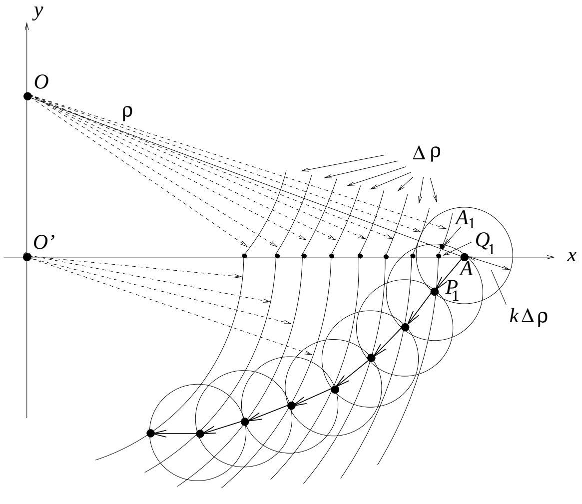
Közli: *Gnädig Péter,* Budapest

**Megoldás.** Jelöljük a megfigyelő helyét $O$-val, a repülőgép pályájának kezdőpontját $A$-val, a repülő pillanatnyi helyzetét $P$-vel (*1. ábra*), a repülő sebességének és a hangsebességnek az arányát pedig $k$-val. A hang akkor fog a $P$ pontból és az $A$ pontból egyszerre érkezni $O$-ba, ha a repülő görbe pályájának $AP$ íven mért hossza $k$-szor akkora, mint az $OA$ és $OP$ távolságok különbsége.




*1. ábra*

Ez a feltétel tetszőleges $P$ pontra igaz kell legyen, így az $A$-hoz közeli $P_1$-re is. A pályagörbét közelítőleg a következő szerkesztéssel határozhatjuk meg. Rajzoljuk fel az $AO'O$ derékszögű háromszöget, ahol $O'$ az $O$ pont merőleges vetülete a repülőgép pályasíkján (*2. ábra*).




*2. ábra*

Csökkentsük le az $OA$ szakasz $\varrho$ hosszát egy kicsiny $\Delta\varrho$ értékkel, majd az így adódó $OA_1$ sugárral rajzoljunk $O$ középpontú körívet. Ennek a körívnek $O'A$-val való metszéspontja legyen $Q_1$. Rajzoljunk $O'$ középpontú, $O'Q_1$ sugarú körívet, illetve $A$ középpontú, $k\cdot\Delta\varrho$ sugarú körívet. Ezek $P_1$ metszéspontja határozza meg a repülőgép pályájának egyik, $A$-hoz közeli pontját. Az eljárás azért közelítő, mert az $A$ és $P_1$ közötti pályagörbe hosszát az $AP_1$ egyenes szakasz hosszával helyettesítettük.

Az eljárárás tovább folytatható, ha az $OA$ szakaszra $\Delta\varrho$ egész számú többszöröseit mérjük fel, ezek segítségével szerkesztünk köríveket, és a kicsiny $k\Delta\varrho$ sugarú köröket mindig a pályagörbe előzőleg meghatározott pontjából mérjük fel.

A szerkesztés csak akkor vezethet eredményre, ha $k>1$, ellenkező esetben a pályagörbe újabb pontjait megadó körök nem metszenék egymást. Ez még akkor is előfordulhat, ha $k>1$, de a repülő túlságosan közel kerül a megfigyelési ponthoz; ettől kezdve a feladatban megkövetelt feltétel nem teljesíthető.

Ha a megfigyelő a pályasíkban helyezkedik el ($O=O'$), akkor a pályagörbe a logaritmikus spirál nevű görbe, amely egészen a megfigyelési pontig folytatható.

*Borsos Júlia* (Győr, Révai M. Gimn., 12. o.t.)

67 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Borsos Júlia és Kocsis Bence, 5 pontot Gál Tamás, Péterfalvi Csaba, valamint Sarlós Ferenc megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 40, hiányos (1–3 pont) 18, hibás 4 dolgozat.

**FF. 3127.** *Elhanyagolható sebességű elektronnak ütközik egy $v$ sebességű pozitron. A folyamat során két foton keletkezik, melyek egymásra merőlegesen haladnak. Határozzuk meg a fotonok energiáját! Legalább mekkora sebességű pozitronok kelthetnek ilyen fotonokat?*

Közli: *Varga István,* Békéscsaba

**Megoldás.** A pozitron sebessége helyett kényelmesebb a részecske

$$E=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{1}$$

energiájával számolni ($m_0$ a nyugalmi tömeg). A pozitron $\mathbf{p}=\frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ impulzusvektora és az energiája között fennáll az

$$E^2-p^2c^2=m_0^2c^4 \tag{2}$$

összefüggés.

Jelöljük az egyik foton impulzusát $\mathbf{k}_1$-gyel, az energiája ekkor $E_1=|\mathbf{k}_1|c$. (A fotonok tömege nulla.) A megmaradási törvények szerint a másik foton impulzusa $\mathbf{k}_2=\mathbf{p}-$ $-\mathbf{k}_1$, energiája pedig $E_2=m_0c^2+E-E_1$. A két foton impulzusa merőleges egymásra, a skalárszorzatuk tehát nulla: $\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2=0$, vagyis

$$\mathbf{k}_1(\mathbf{p}-\mathbf{k}_1)=0. \tag{3}$$

Másrészt $E_2$ és $\mathbf{k}_2$ között fennáll az $E_2^2-k_2^2c^2=0$ összefüggés, amely a fentiekkel kifejezve így írható:

$$\left(m_0c^2+E-E_1\right)^2-(\mathbf{p}-\mathbf{k}_1)^2\,c^2=0.$$

A négyzetre emeléseket elvégezve és felhasználva, hogy (2) alapján $p^2c^2=E^2-m_0^2c^4$, valamint (3) szerint

$$\mathbf{k}_1\mathbf{p}=|\mathbf{k}_1|^2=E_1^2/c^2,$$

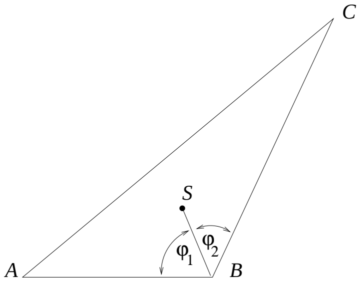
$E_1$-re egy másodfokú egyenlet adódik: $E_1^2-(m_0c^2+E)E_1+m_0c^2(m_0c^2+E)$. Valós megoldást csak akkor kaphatunk $E_1$-re, ha a diszkrimináns nemnegatív, ez pedig $E\geqslant 3m_0c^2$ esetén teljesül. Az egyenlőtlenség (1) segítségével a pozitron sebességével is kifejezhető: $E=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\geqslant 3m_0c^2$, azaz $v\geqslant\frac{2\sqrt{2}}{3}c$.

*Ravasz Mária-Magdolna* (Sepsiszentgyörgy, Mikes K. Líceum 11. o.t.) és *Csikvári András* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn. 12. o.t.) dolgozata alapján

38 dolgozat érkezett. Helyes Csikvári András, Hegedűs Ákos, Kormos Márton, Ravasz Mária és Sarlós Ferenc megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 2, hiányos (1–3 pont) 14, hibás 17 dolgozat.

**FGy. 3129.** *Keménypapírból kivágott tompaszögű háromszögeket próbáljunk megállítani a vízszintes asztalon. Van-e olyan háromszög, amelyik csak egyetlen oldalán állhat meg? (Biztosítjuk, hogy a háromszög síkja mindig függőleges maradjon.)*

Közli: *Varga István,* Békéscsaba




**Megoldás.** Egy vízszintes asztalra állított háromszög akkor billen fel, ha a súlypontjának függőleges vetülete nem esik az asztalon fekvő oldalélre. Ez csak akkor fordulhat elő, ha a háromszög nem a leghosszabb (vagyis nem a tompaszöggel szemközti) oldalán fekszik.

Kérdés: lehet-e a tompaszög csúcsából kiinduló mindkét oldal „instabil”, eshet-e a $S$ súlypont merőleges vetülete mindkét oldalon kívülre? Nem, hiszen ennek az lenne a feltétele, hogy az *ábrán* látható $\varphi_1$ és $\varphi_2$ szögek egyaránt tompaszögek legyenek, akkor viszont a $B$ csúcsnál levő szög 180°-nál nagyobb lenne, ami lehetetlen.

*Darabos Andrea* (Budapest, Petőfi S. Gimn., 9. o.t.) dolgozata alapján

*Megjegyzés.* Energetikai megfontolásokkal is érvelhetünk. Stabil egyensúlyi helyzetben a rendszer súlypontja a lehető legmélyebben helyezkedik el. A háromszög akkor billen át a tompaszög melletti (mondjuk az $AB$) oldalról a $BC$ oldalra, ha eközben a súlypontja mélyebbre kerül. Ekkor viszont a $BC$ oldal nem lehet instabil, arról nem billenhet át a háromszög az $AB$ oldalra, mert az a súlypont emelkedésével járna. (Azt is végig kell gondolnunk, hogy a háromszög csak a tompaszögű csúcsa körül fordulhat el, és hogy „közbenső helyzetben” (az egyik csúcsán állva) nem lehet stabil egyensúlyban.

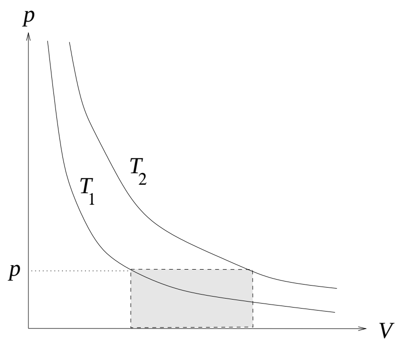
186 dolgozat érkezett. Helyes 127 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 11, hiányos (1–2 pont) 39, hibás 9 dolgozat.

**FGy. 3132.** *Hányszor több munkát végez a gáz, amikor izobár módon tágul ki, mint abban a folyamatban, amelynek során nyomása a térfogatával arányosan nő? A kezdő- és a véghőmérsékletek egyenlőek.*

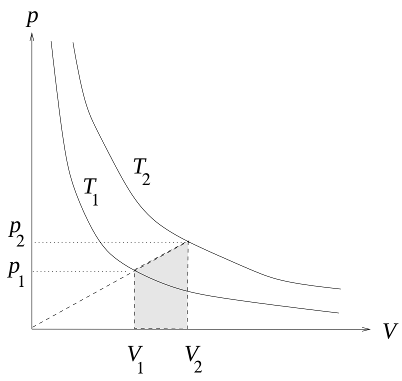
Közli: *Kotek László,* Pécs

**Megoldás.** Ha az $N$ molekulából álló gáz hőmérséklete izobár módon $T_1$-ről $T_2$-re nő, akkor a gáz által végzett munka *(1. ábra)*:

$$W_1 = p\Delta V = Nk\Delta T = Nk(T_2 - T_1).$$




*1. ábra*




*2. ábra*

Ha az állapotváltozás olyan, hogy a térfogat egyenesen arányos a nyomással *(2. ábra)*, tehát $p_1/V_1 = p_2/V_2$, akkor a munka

$$W_2 = \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) = \frac{p_2V_2 - p_1V_1 + p_1V_2 - p_2V_1}{2}.$$

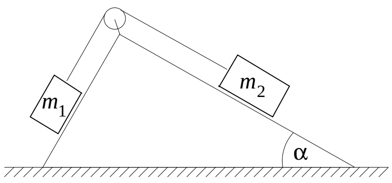
A nyomás és a térfogat arányossága miatt $p_1V_2 - p_2V_1 = 0$, így

$$W_2 = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{2} = \frac{1}{2}Nk(T_2 - T_1) = \frac{1}{2}W_1.$$

Eszerint az izobár állapotváltozás során végzett munka kétszer akkora, mint a másik esetben.

*Horváth Ákos* (Szekszárd, Garay J. Gimn. 9. o.t.) dolgozat alapján

190 dolgozat érkezett. Helyes 148 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 8, hiányos (1–2 pont) 11, hibás 20, nem versenyszerű 3 dolgozat.




**FGy. 3133.** Mindegyik felületén súrlódásmentes kettős lejtő derékszögű csúcsához elhanyagolható tömegű, súrlódásmentes csigát erősítünk. A csigán átvetett fonal $m_1$ és $m_2$ tömegű testeket köt össze. Határozzuk meg $\alpha$-t $m_1$ és $m_2$ függvényeként arra az esetre, amikor nem csúszik el a lejtő a súrlódásmentes, vízszintes asztalon!

Közli: *Rácz György,* Mezőkövesd

**Megoldás.** Súrlódási erő hiányában a lejtőből és a két testből álló rendszerre nem hat vízszintes irányú külső erő, így a rendszer vízszintes irányú impulzusa időben állandó mennyiség. Ha az $m_1$ és $m_2$ tömegű testek a lejtőhöz képest valamelyik irányban gyorsulnának, mindkét testnek nőne a vízszintes irányú impulzusa, az egész rendszer impulzusának megmaradása tehát csak úgy teljesülhetne, ha a lejtő elmozdulna. Mivel ennek a feladat szövege szerint nem szabad bekövetkeznie, mindhárom testnek nyugalomban kell maradnia (feltéve, hogy kezdetben nem mozogtak).

Az $m_2$ tömegű test egyensúlyának az a feltétele, hogy a fonal által kifejtett erő nagysága egyenlő legyen a test súlyerejének lejtő irányú komponensével: $K = m_2 g \sin\alpha$. A másik test egyensúlyának feltétele: $K = m_1 g \sin(90^\circ - \alpha) = m_1 g \cos\alpha$. (Kihasználtuk, hogy a kettős lejtő derékszögű.) A két egyenletből a lejtő hajlásszögére a

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{m_1}{m_2}$$

megszorítás adódik.

*Több dolgozat alapján*

160 dolgozat érkezett. Helyes 87 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 25, hiányos (1–2 pont) 18, hibás 30 dolgozat.

## Pályázat kísérleti fizikából

A József Attila Tudományegyetem **Kísérleti Fizikai Tanszéke** pályázatot hirdet középiskolás diákok (9-12. évfolyam) számára. Az 1998/99-es tanévben az alábbi témában lehet pályázatot benyújtani:

**„Kísérletek az elektrosztatika témaköréből”**

A pályázat két fordulós. Az első fordulóban a kísérlet lényegét leíró dolgozattal lehet részt venni. A beadott munkában (mely tartalmazhat fotókat, rajzokat, táblázatokat, grafikonokat stb. is) vázolni kell a nem, vagy kevésbé ismert kísérletek elvégzésének menetét, az alkalmazott módszereket. A pályamunkában fel kell tüntetni a felhasznált forrásmunkákat is. A pályázatok értékelését szakmai zsűri végzi. A legjobb dolgozatok készítői jutnak a második fordulóba, ahol a kísérleteket „élőben” is be kell mutatni a zsűri előtt. A pályázatok végső sorrendjét a bemutatás után állapítja meg a zsűri.

Pályázni egyénileg, vagy 2 fős „csapattal” lehet. A pályázat díjai:

| | |
|---|---|
| **I. díj:** | 20 000 Ft; |
| **II. díj:** | 10 000 Ft; |
| **III. díj:** | 5000 Ft. |

Az első 5 helyezett munkáját oklevéllel jutalmazzuk. A konzultáló, illetve felkészítő tanár a díjazott diák(ok)-kal megegyező értékű jutalomban részesül.

A dolgozatot két példányban kell benyújtani, a maximális terjedelem 10 oldal lehet. A pályázat jeligés, ezért a dolgozaton csak a jeligét szabad feltüntetni. A pályázó(k) adatait zárt, a dolgozat jeligéjével ellátott borítékban mellékelni kell:

1. a pályázó(k) neve, lakcíme, telefonszáma,
2. a pályázó(k) iskolájának neve, címe, telefonszáma,
3. a felkészítő tanár neve.

A pályázatot az alábbi címre kérjük küldeni *„Pályázat kísérleti fizikából”* megjelöléssel:

**dr. Szatmári Sándor** *tanszékvezető egyetemi tanár,*

**JATE Kísérleti Fizikai Tanszék, 6720 SZEGED, Dóm tér 9.**

*Beküldési határidő:* **1999. február 1.**
(A 2. forduló megtartására ezt követően kb. 1 hónap múlva kerül sor.) A pályázatal kapcsolatos további kérdésekre válasz kérhető dr. Molnár Miklós egyetemi adjunktustól (tel.: 62/454-358, e-mail: `mmiklos@physx.u-szeged.hu`).

## Fizikából kitűzött gyakorlatok és feladatok

**201. mérési feladat.** Mérjük meg a lépéshossz, illetve a lépések frekvenciájának sebességfüggését – lassú sétától a gyors futásig!

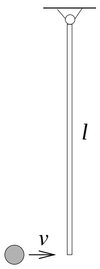
*(6 pont)* Közli: *Szabó Endre,* Révkomárom

**FGy. 3195.** Egy kosárlabda-játékos zsákoláskor 76 cm-re emelkedik fel függőlegesen. Mennyi időt tölt ilyenkor a pályája felső, illetve alsó 15 cm-én? Miért van az az érzésünk, hogy a játékosok lebegnek a levegőben?

*(4 pont)* (**Á**) *Budó Ágoston verseny,* Szeged

**FGy. 3196.** Másodpercenként 100 MJ elektromos energiát kell a fogyasztókhoz eljuttatni 20 km hosszú, 100 $mm^2$ keresztmetszetű alumínium távvezetéken. Mekkora a veszteség, ha a felhasználás helyén 100 kV a feszültség? Mekkora lenne a veszteség 380 V feszültségnél?

*(4 pont)* (**Á**) Komárom-Esztergom megyei *„Ifjú fizikus”* verseny



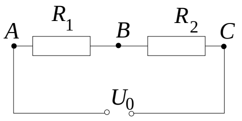

**FGy. 3197.** Egy 2 kg tömegű test 0,3 m/s vízszintes sebességgel rugalmasan ütközött az egyik végén felfüggesztett 1,5 m hosszú és 3,36 cm átmérőjű, homogén rúd alsó végével, s közben teljes mozgási energiáját átadta a tőle elpattanó rúdnak. Milyen anyagból készülhetett a rúd? Mekkora szögsebességgel indult el, s mennyi idő múlva haladt át újra a kiindulási helyzeten?

*(4 pont)* Közli: *Simon Péter,* Pécs

**FGy. 3198.** Egy főzőpohárban alul olyan folyadék helyezkedik el, amelynek sűrűsége a víz sűrűségének 3-szorosa. Felette víz van, a víz az említett folyadékkal nem keveredik. Van a főzőpohárban még egy jégdarab is, amibe belefagyott egy alumíniumdarabka. A jégdarab elolvadása során hogyan változnak meg a folyadékszintek?

*(5 pont)* Közli: *Balogh Péter,* Budapest

**FF. 3199.** Az *ábrán* látható elektromos hálózatban $R_1 = 400\ \Omega$, $R_2 = 600\ \Omega$, $U_0 = 50$ V. Az áramforrás belső ellenállása elhanyagolható. Ha az $A$ és $B$ pontok közé voltmérőt kapcsolunk, az 19,5 V-ot mutat. Mennyi a voltmérő ellenállása? Mekkora feszültséget mutat a voltmérő a $B$ és $C$ pontok között? Hányszorosára kell növelni a voltmérő ellenállását, hogy a feszültségmérések relatív hibáját 1 % alá csökkentsük?




*(4 pont)* *Vermes Miklós* feladata nyomán

**FF. 3200.** Egy fizikus által írt levélből idézünk: „Két egyforma, $m = 0{,}4$ kg tömegű korongot könnyű, nyújtatlan, $D = 10$ N/m erősségű húzó-nyomó rugóval kötöttem össze. A korongokat vízszintes talajra tettem, majd az egyik korongot $v_0 = 2$ m/s kezdősebességgel meglöktem a korongokat összekötő egyenes mentén úgy, hogy a másiktól távolodni kezdjen. Méréseim szerint a meglökött korong kezdeti lassulása 0,3 m/s$^2$ volt, a korábbi megfigyeléseimből azt is tudtam, hogy a tapadási súrlódás együtthatója éppen akkora, mint a csúszási súrlódásé.

Megfigyeltem, hogy a rendszer mozgása négy szakaszból állt. Megmértem a mozgás egyes szakaszainak időtartamát, és $t_1 = 0{,}064$ s, $t_2 = 0{,}197$ s, $t_3 = 0{,}305$ s és $t_4 = 0{,}130$ s értékeket kaptam, amelyek jól egyeztek az elmélet alapján számolt értékekkel. A legérdekesebbnek a tömegközéppont mozgását találtam. Képzeld el ...”.

A levél itt megszakadt. Próbált meg befejezni az alábbi kérdéseknek megfelelően:

a) Ábrázold a rendszer tömegközéppontjának sebességét az idő függvényében!

b) Mekkora a tömegközéppont sebessége a mozgás egyes szakaszainak végén?

*(5 pont)* *Wiedemann László* (Budapest) feladata nyomán
Olimpiai válogatóverseny, Sopron, 1998.

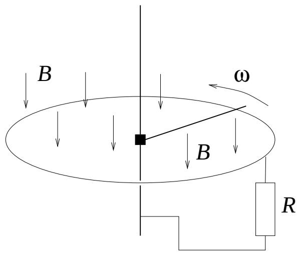
**FF. 3201.** Vízszintes tengelyű, $R$ sugarú henger tetejéről súrlódásmentesen csúszik le egy $m$ tömegű, $Q$ töltésű kis test. A henger homogén mágneses mezőben van, **B** a henger tengelyével párhuzamos irányú.

Hol válik el a hengertől a kis test? Előfordulhat-e olyan (reális) eset, hogy a kis test sehol sem válik el a hengertől?

*(5 pont)* Közli: *Varga István,* Békéscsaba

**FF. 3202.** Függőleges vezető tengelyhez elforgathatóan csatlakozik egy vízszintes, 50 cm hosszúságú fémrúd. A fémrúd végénél egy vezető körívre támaszkodik; a körívet az *ábra* szerint egy 0,1 Ω ellenállású vezető köti össze a tengellyel. (Minden más vezető ellenállása és a súrlódás elhanyagolható.) A berendezés homogén, 0,8 T indukciójú, függőleges mágneses mezőben van.

Mekkora forgatónyomatékot kell kifejtenünk a rúdra, hogy az állandó, 10 s$^{-1}$ szögsebességgel forogjon?




*(4 pont)* Közli: *Holics László,* Budapest

**FN. 3203.** Hőszigetelt, de könnyen táguló burokban lévő gáz környezetében a nyomás $p_1$-ről $p_2$-re csökken, ezért a bezárt gáz kitágul és lehűl. Mikor csökken jobban a burokban levő gáz hőmérséklete: ha a külső nyomás csökkenése lassan, vagy ha hirtelen következik be?

*(6 pont)* Közli: *Kotek László,* Pécs

A fizika feladatok megoldásai a következő címre küldendők:

**Eötvös Loránd Fizikai Társulat, KöMaL feladatok**

**Budapest, Pf. 433. 1371**

A beküldési határidő: **1998. december 11.**

# Physics

**Experimental problem: 201.** Measure the speed dependence of pace-length and of the rate of paces, ranging from a slow stroll to fast running.

**New exercises: 3195.** When sacking, a basketball player rises vertically to 76 centimetres. How much time does he spend then in the lower and upper 15 centimetres of his trajectory? Why do we get the feeling that players are soaring in the air? **3196.** 100 MJ of electrical energy per second needs to be transmitted to consumers through a 20-kilometre aluminium cable of 100 mm$^2$ cross-section. What is the loss, if the p.d. is 100 kV at the point of consumption? What would the loss be at 380 V? **3197.** A homogeneous rod of 1.5 m length and 3.36 cm diameter is hanging, fixed at one end. A 2-kilogram ball collides elastically at a horizontal velocity of 0.3 m/s with the lower end of the rod. Meanwhile, it has transmitted its full kinetic energy to the rod bouncing away. What material do you think the rod may have been made of? At what angular velocity did the rod start moving? How much later did it pass the initial position again? **3198.** At the bottom of a glass there is a liquid the density of which is three times as much as that of water. Above this liquid there is water. The two materials do not mix. There is also a piece of ice in the glass, with a piece of aluminium frozen into it. How do the levels of liquids change when the ice melts?

**New problems: 3199.** In the electric circuit shown in the figure $R_1=400\ \Omega$, $R_2=600\ \Omega$, $U_0=50$ V. The internal resistance of the battery is negligible. If a voltmeter is attached between points $A$ and $B$, it measures 19.5 V. What is the resistance of the voltmeter? What p.d. does it feature between points $B$ and $C$? How many times do we need to increase the resistance of the voltmeter in order to decrease the relative errors of the voltage measurements below 1 %? **3200.** Two blocks connected with a spring are moving on a horizontal surface. The coefficient of kinetic and static friction is $\mu$. How does the system's centre of mass move? Data: $D=10$ N/m, $m_1=m_2=0.4$ kg, $v_{1,0}=0$, $v_{2,0}=2$ m/s, $\mu=0.3$. **3201.** A small block of mass $m$ and electric charge $Q$ is sliding without friction from the top of a cylinder whose radius is $R$ and the axis is horizontal. The cylinder is placed into a homogeneous magnetic field, **B** is parallel to the axis of the cylinder. Where does the small block leave the surface of the cylinder? Is it possible that it does not leave it at all? **3202.** A horizontal 50-cm metallic rod is attached to a vertical conductive axis and it can rotate around it. The other end of the metallic rod touches a conductive ring. Between the ring and the axis there is a 0.1 $\Omega$ resistor. The resistance of all other conductors and the friction are negligible. The equipment is placed into a vertical homogeneous magnetic field of 0.8 T magnetic induction. What torque is to be exerted on the rod in order that it should rotate at a constant 10 s$^{-1}$ angular velocity? **3203.** In a thermally insulated, easily expandable gas-bag there is some gas. The pressure of the environment decreases from $p_1$ to $p_2$ Therefore, the gas expands and cools down. In which case does the temperature go down more: when the outer pressure decreases slowly or drops dramatically?