# A középiskolák sorrendje a fizika tárgyban elért eredmények tükrében

Előző számunkban ismertettük annak a vizsgálatnak a matematika tárgy oktatására vonatkozó legfontosabb megállapításait, amely közel százötven mutató alapján rendezi sorrendbe az iskolákat. Ezúttal a fizika tárgy oktatására vonatkozó iskolánkénti eredményeket ismertetjük, ezekre a következő 9 mutató készült:

- a közös fizika írásbeli érettségi-felvételi vizsgák 1992–1996 évek közötti átlagai (írásbelik),
- az Országos Középiskolai Fizika Tanulmányi Versenyek 1986–1996 közötti helyezései (OKTV),
- hat országos egyéb fizika versenyen (ATOMKI pályázat, Bugát Pál, Eötvös Loránd, Mikola Sándor, Öveges József, KöMaL pontverseny) 1986–1997 között elért helyezések (egyéb),
- a nemzetközi fizika versenyeken résztvevők száma.

A vizsgált időszakban a közös írásbeliken 691 iskola tanulói vettek részt, a fizika OKTV-n 174 iskola tanulói, az egyéb versenyeken 181 iskola tanulói értek el helyezést. Az első táblázat azokat az iskolákat tünteti fel, amelyek legalább egy szempontból az első 30 hely valamelyikére kerültek. A közös írásbelik átlagai szerint nem állítottuk sorrendbe azokat az iskolákat, amelyekből a vizsgált évek bármelyikében nem volt legalább három és az öt évben legalább 15 vizsgázó. Az OKTV és az egyéb versenyeken elért helyezéseket pontoztuk (1. helyezés = 10 pont, 2. helyezés = 9 pont, 3. helyezés = 8 pont, . . . , 10. helyezés = 1 pont, minden dicséret = 0,5 pont).

A vizsgált időszakban az ATOMKI pályázatain 92, a Bugát Pál Természetismereti Vetélkedőn 510, az Eötvös Versenyen 127, a KöMaL pontversenyen 610, a Mikola Sándor Versenyen 281 és az Öveges József Emlékversenyen 271 helyezés született. A második táblázat e hat verseny helyezéseit (talán joggal bírálható módon) összevontan kezeli.

A fizika közös írásbeliken 111 iskola tanulói értek el 9,00 feletti átlagot. Ezek 29,7%-a fővárosi, 36,6%-a nagyvárosi és 33,7%-a kisvárosban, községben van. A fizika OKTV helyezéseinek 23,6%-át a fővárosi iskolák, 31,6%-át a nagyvárosok, 44,8%-át a kisvárosok iskoláinak tanulói szerezték meg. Az egyéb fizika versenyeken helyezést elért iskolák 21,7%-a fővárosi, 42,8%-a nagyvárosi, 35,5%-a kisvárosi, községi középiskola.

A fizika OKTV-n a vizsgált 11 évben 1 iskola tanulói értek el 14, 1 iskoláé 13, 2 iskoláé 5, 3 iskoláé 3, 10 iskoláé 2 és 33 iskoláé 1 „dobogós” helyezést; 117 iskola versenyzői osztoztak a további helyeken.

Ha összevetjük az OKTV különböző tantárgyi versenyeit, megállapítható:

1. Az egyes tantárgyi versenyeken átlagosan csak az iskolák 10–15%-a ért el eredményeket. Az átlagot meghaladó számú iskolának vannak helyezettjei a matematika (24%), az orosz (21,9%), a fizika (17,8%) és a német (17,2) OKTV-ken.
2. A tantárgyak egy részében vannak kiemelkedő iskolák, amelyek szinte évente kitermelnek 1-1 „dobogós” helyre alkalmas fiatalt. Ilyen a matematika (Fazekas), a spanyol (Szilágyi E.), a biológia (Fazekas), a fizika (Fazekas és Apáczai), a francia (Piarista és a szegedi Ságvári), a német (soproni Széchenyi), a spanyol (Szilágyi E.) és az olasz (Berzsenyi). A tantárgyak más részében vannak ugyan kiemelkedő iskolák, de azok távolsága az őket követőktől nem jelentős; ilyen az angol, a földrajz, a kémia, a latin és a magyar. Az orosz és a történelem tárgyakban szinte évenként más-más iskola viszi el a pálmát.

A vizsgált időszakban az adott évben érettségizők közös és egységes írásbeli dolgozatainak átlaga valamennyi tárgyból 8,49, fizikából 8,03. Az összes ilyen dolgozat 9,64%-át fizikából írták. A legalább 10 dolgozatot megíró tanulók iskolai átlagának megoszlását a harmadik táblázat mutatja.

## A középiskolák sorrendje a fizika tárgyban elért eredmények tükrében

| A középiskola neve | Városa | Írásbeli vizsg. | | | OKTV | | Egyéb vers. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| G.= Gimnázium, Szk.=Szakközépiskola | | sor | fő | átlag | sor | pont | sor | pont |
| Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló G. | Budapest | 1 | 153 | 13,32 | 1 | 292,5 | 1 | 1052 |
| Apáczai Cs. J. Gyak. G. (ELTE) | Budapest | 2 | 187 | 12,30 | 2 | 212,5 | 7 | 324 |
| Berzsenyi Dániel G. | Budapest | 3 | 116 | 11,97 | 19 | 27,0 | 11 | 233 |
| Piarista G. | Budapest | 4 | 124 | 11,81 | 25–26 | 19,5 | 14 | 177,5 |
| Zrínyi Miklós G. | Zalaegerszeg | 5 | 60 | 11,70 | 17 | 29,5 | 9 | 254 |
| Lovassy László G. | Veszprém | 6–7 | 165 | 11,70 | 33–34 | 15,0 | 68 | 38 |
| Bencés G. | Pannonhalma | 6–7 | 100 | 11,55 | 95–100 | 2,0 | 33 | 87 |
| Radnóti Miklós Gyakorló G. (ELTE) | Budapest | 8 | 163 | 11,22 | 18 | 28,5 | 21 | 134,5 |
| Radnóti Miklós G. | Dunakeszi | 9 | 20 | 11,15 | 125–167 | 0,5 | 125 | 9,5 |
| Városmajori G. | Budapest | 10 | 72 | 11,06 | | | 120–124 | 10 |
| KLTE Gyakorló G. | Debrecen | 11 | 118 | 10,99 | 3 | 78,5 | 8 | 262 |
| Baár-Madas Református G. | Budapest | 12 | 24 | 10,92 | 125–167 | 0,5 | | |
| Verseghy Ferenc G. | Szolnok | 13 | 75 | 10,88 | 41–42 | 11,5 | 28 | 98,5 |
| Karinthy Frigyes G. | Budapest | 14 | 58 | 10,88 | | | | |
| Puskás Tivadar Távközlési Technikum | Budapest | 15–16 | 68 | 10,87 | 35–36 | 14,5 | 89–90 | 22 |
| Gép- és Műszeripari Szk. | Eger | | | | 27–28 | 19,0 | | |
| Szent István G. | Budapest | 17 | 147 | 10,84 | 9 | 48,5 | 10 | 243 |
| Czuczor Gergely Bencés G. | Győr | 18 | 66 | 10,82 | 88–91 | 3,0 | 74 | 34,5 |
| Petőfi Sándor G. | Budapest | 19 | 75 | 10,81 | 49–51 | 9,5 | 96–102 | 18 |
| Táncsics Mihály G. | Kaposvár | 20 | 93 | 10,73 | 35–36 | 14,5 | 87–88 | 23 |
| Petőfi Sándor Evangélikus G. | Bonyhád | 21 | 49 | 10,61 | 24 | 21,0 | 20 | 137,5 |
| József Attila G. | Szfehérvár | 22 | 77 | 10,60 | 54–56 | 8,5 | | |
| Óbudai G. | Budapest | 23 | 50 | 10,60 | 125–167 | 0,5 | | |
| Ferences G. | Szentendre | 24–25 | 62 | 10,55 | | | 107–110 | 16 |
| Trefort Ágoston Gyakorlóiskola (ELTE) | Budapest | 24–25 | 103 | 10,52 | 25–26 | 19,5 | 29 | 95 |
| Ságvári Endre Gyakorló G. (JATE) | Szeged | 26 | 120 | 10,50 | 81–82 | 4,5 | 42 | 68,5 |
| Krúdy Gyula G. | Nyíregyháza | 27 | 79 | 10,48 | 111–124 | 1,0 | 79 | 28,5 |
| Katona József G. | Kecskemét | 28 | 75 | 10,42 | 8 | 50,5 | 5 | 349,5 |
| Nagy Lajos G. | Szombathely | 29 | 98 | 10,38 | 125–167 | 0,5 | 174–178 | 2 |
| Árpád G. | Budapest | 30 | 86 | 10,34 | 12 | 39,5 | 4 | 347,5 |
| Mechwart A. Gépipari Műszaki Szk. | Debrecen | 118 | 68 | 8,68 | 4 | 66,5 | 52–54 | 53 |
| Földes Ferenc G. | Miskolc | 44 | 149 | 10,04 | 5 | 65,0 | 6 | 328,5 |
| Zipernowsky Károly Ipari Szk. | Pécs | 161 | 78 | 8,16 | 6 | 62,0 | | |
| Energetikai Szakképzési Intézet | Paks | 59–60 | 56 | 9,70 | 7 | 59,5 | 25 | 124 |
| Révai Miklós G. | Győr | 47 | 143 | 9,92 | 10–11 | 43,5 | 3 | 574 |
| Egressy Gábor Ipari Szk. | Budapest | 50–52 | 152 | 9,85 | 10–11 | 43,5 | 107–110 | 16 |
| Radnóti Miklós Kísérleti G. | Szeged | 45–46 | 202 | 10,00 | 13 | 38,0 | 2 | 623,5 |
| Újpesti Műszaki Szk. | Budapest | 149 | 187 | 8,38 | 14 | 34,5 | 134–146 | 8 |
| Trefort Á. Kéttannyelvű Szk. és G. | Budapest | 103–104 | 87 | 8,95 | 15–16 | 31,5 | 49 | 59 |
| Boronkay György Műszaki Szk. | Vác | 110 | 76 | 8,88 | 15–16 | 31,5 | 60–61 | 47 |
| Gábor Dénes Elektro. Műszaki Szk. | Debrecen | 165 | 39 | 8,05 | 20 | 26,0 | 13 | 182 |
| Széchenyi I. G. és Ipari Hírközlési Szk. | Pécs | 234–235 | 46 | 6,94 | 21 | 25,5 | 71–73 | 35 |
| Bláthy Ottó Villamosipari Szk. | Miskolc | 84 | 73 | 9,23 | 22 | 24,0 | | |
| A Ciszterci Rend Nagy Lajos G.a | Pécs | 50–52 | 143 | 9,85 | 23 | 22,0 | 45–47 | 62 |
| Kemény Gábor Műszaki Szk. | Békéscsaba | 204–205 | 26 | 7,35 | 27–28 | 19,0 | | |
| Fazekas Mihály G. | Debrecen | 72–73 | 58 | 9,40 | 29–30 | 18,5 | 30 | 94 |
| Berze Nagy János G. | Gyöngyös | | | | 31 | 16,0 | 15 | 160 |
| Eötvös József G. | Tata | 53 | 69 | 9,83 | 83–86 | 4,0 | 12 | 202,5 |
| Tóth Árpád G. | Debrecen | 40 | 84 | 10,10 | 40 | 12,0 | 18 | 150 |
| Teleki Blanka G. | Szfehérvár | 79–80 | 64 | 9,28 | 92–94 | 2,5 | 17 | 151,5 |
| Türr István G. és Óvónői Szk. | Pápa | 105 | 32 | 8,94 | 101–110 | 1,5 | 22 | 133,5 |
| Lehel Vezér G. | Jászberény | 55 | 33 | 9,76 | 101–110 | 1,5 | 26 | 120,5 |
| Batthyány L. G. és Egészségügyi Szk. | Nagykanizsa | 260–261 | 78 | 6,33 | 54–56 | 8,5 | 27 | 100,5 |
| Ványai A. G. és Gépjárműtechn. Szk. | Túrkeve | | | 4,00 | 65–68 | 7,0 | 24 | 125 |
| Berzsenyi Dániel Evangélikus G. | Sopron | 36 | 21 | 10,19 | 88–91 | 3,0 | 40 | 70 |
| III. Béla G. | Baja | 59–60 | 63 | 9,70 | 125–167 | 0,5 | 16 | 155 |
| Gábor Áron G. és Egészségügyi Szk. | Karcag | 314–315 | 43 | 4,42 | 45–48 | 10,0 | 31 | 93,5 |

**Az egyéb versenyeken a legtöbb helyezést elért tanulók iskolái**

| A középiskola neve G.=Gimnázium, Szk.=Szakközépiskola | Városa | ATOMKI | | Bugát | | Eötvös | | KöMaL | | Mikola | | Öveges | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | hely | pont | hely | pont | hely | pont | hely | pont | hely | pont | hely | pont |
| Fazekas M. Főv. Gyak. G. | Budapest | 23 | 5 | 24 | 16,5 | 1 | 307,5 | 1 | 504 | 1 | 216 | | |
| Radnóti M. Kísérleti G. | Szeged | | | 1 | 504 | 27 | 8,5 | 17 | 56 | 7 | 55 | | |
| Révai Miklós G. | Győr | | | | | 3 | 37,5 | 2 | 247 | 11 | 47 | 1 | 234,5 |
| Árpád G. | Budapest | | | | | 7 | 25,5 | 3 | 164 | | | 2 | 158 |
| Katona József G. | Kecskemét | | | 10 | 57 | 9 | 24 | 4 | 158 | 8–9 | 53 | 10 | 65,5 |
| Földes Ferenc G. | Miskolc | 13 | 23 | 3 | 113,5 | 4 | 36 | 8–9 | 121 | 15 | 33 | | |
| Apáczai Cs. J. Gyak. G. | Budapest | | | | | 2 | 82 | 7 | 124 | 8–9 | 53 | 11 | 63 |
| KLTE Gyak. G. | Debrecen | 10 | 26 | 26 | 13,5 | 23 | 9,5 | 6 | 136 | 4 | 77 | | |
| Zrínyi Miklós G. | Zalaegerszeg | | | | | 20 | 12 | 8–9 | 121 | 5 | 63 | 13 | 60 |
| Szent István G. | Budapest | | | 14 | 37 | 18 | 16 | 20 | 46 | 37 | 17 | 4 | 127 |
| Berzsenyi Dániel G. | Budapest | | | | | 44 | 0,5 | 18 | 55 | 16 | 31,5 | 3 | 146 |
| Eötvös József G. | Tata | | | 5 | 94,5 | | | | | 45 | 15 | 7 | 93,5 |
| Gábor D. Műszaki Szk. | Debrecen | | | | | | | 79 | 4 | 2 | 178 | | |
| Piarista G. | Budapest | 8 | 28 | 43 | 1,5 | 17 | 16 | 24 | 43 | 60 | 9 | 9 | 76,5 |
| Berze Nagy János G. | Gyöngyös | | | 7 | 72 | 21 | 10 | 15 | 61 | 34 | 17 | | |
| III. Béla G. | Baja | 15 | 16 | 10 | 57 | | | 26 | 40 | 30 | 18 | 21 | 24 |
| Teleki Blanka G. | Szfehérvár | | | | | | | 78 | 4 | 19 | 26 | 5 | 121,5 |
| Tóth Árpád G. | Debrecen | | | 2 | 150 | | | | | | | | |
| Ságvári Endre G. | Kazincbarcika | | | 44 | 0,5 | | | 5 | 149 | | | | |
| Petőfi S. Evangélikus G. | Bonyhád | | | | | 5 | 29 | 28 | 39 | 47 | 15 | 15 | 55,5 |
| Radnóti M. Gyakorló G. | Budapest | | | | | 37 | 8 | 52 | 15 | 61 | 9 | 6 | 102,5 |
| Türr I. G. és Óvón. Szk. | Pápa | | | 4 | 108,5 | 8 | 25 | | | | | | |
| Ványai A. G. és Szk. | Túrkeve | 3 | 74 | | | | | 21 | 45 | 78 | 6 | | |
| Energetikai Sz. Intézet | Paks | | | | | | | | | 3 | 114 | 27 | 10 |
| Lehel Vezér G. | Jászberény | 1 | 98 | 33 | 3 | | | 59 | 10,5 | | | | |
| Batthyány L.G. és Szk. | Nagykanizsa | | | 6 | 84,5 | | | | 68 | 7 | 57 | 9 | |
| Zrínyi Ilona G. | Nyíregyháza | 2 | 89 | | | | | | | | | | |

| Dolgozatok átlaga | 10,00–10,99 | 9,00–9,99 | 8,00–8,99 | 7,00–7,99 | 6,00–6,99 | 5,00–5,99 | 4,00–4,99 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Iskolák száma | 6 | 12 | 45 | 76 | 60 | 30 | 8 |
| % | 2,53 | 5,06 | 19,00 | 32,07 | 25,32 | 12,65 | 3,37 |

Mint látható, közel száz azoknak az iskoláknak a száma, amelynek tanulói nem érték el a 7,00 átlagot.

**Neuwirth Gábor**

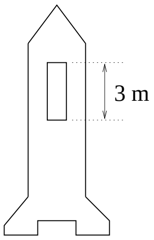
## Közvéleménykutatás

A múlt havi számunkban feltett kérdésekre még ebben a hónapban is megírhatják véleményüket a pontversenyben résztvevő diákok, továbbá a tanárok, a szülők, a KöMaL bármelyik olvasója.

Véleményeiket, javaslataikat előre is köszöni és az új pontverseny kiírásánál, illetve a Lap egyes száminak összeállításánál figyelembe fogja venni a

**SZERKESZTŐSÉG**

## Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása




**FGy. 3083.** *Egy űrrakéta kabinjának magassága* 3 *méter. A kabinban a levegő normál állapotban van. Mekkora a kabin padlózata és mennyezete közötti nyomáskülönbség:*

a) *indulás előtt, a kabin függőleges helyzetében?*

b) *indulás után, amikor a rakéta függőlegesen felfelé* 40 $\mathrm{m/s^2}$ *gyorsulással emelkedik?*

c) *amikor az űrkabin a Föld körüli pályán kering?*

*Párkányi László verseny,* Pécs

**Megoldás.** A kabinban a mennyezet és a padló közötti (a légnyomáshoz képest igen kicsi) nyomáskülönbség a 3 m magas levegőoszlop súlyából (hidrosztatikai nyomásából) adódik. A feladat tehát az, hogy meghatározzuk ennek a levegőoszlopnak a súlyát különböző körülmények között. (A levegő sűrűségváltozásától eltekintünk.)

*a*) Indulás előtt, amikor az űrrakéta a Földön áll, a levegőoszlop súlya $G=mg$, így a kérdéses nyomáskülönbség

$$\Delta p=\frac{G}{A}=\varrho g h=38\ \mathrm{Pa},$$

ahol $A$ a padló felülete, $h=3$ m és $\varrho=1{,}29\ \mathrm{kg/m^3}$ a normál állapotú levegő sűrűsége.

*b*) Indulás után a levegőoszlopra ható erő $G+ma$ (hiszen a levegőnek a rakétával együtt gyorsulnia is kell), innen

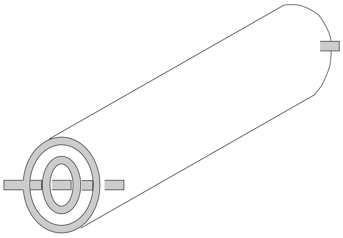
$$\Delta p=\frac{G+ma}{A}=\varrho(g+a)h=139\ \mathrm{Pa}.$$

(Ezt az összefüggést – kicsit leegyszerűsítve – úgy is szokták magyarázni, hogy a gyorsuló testeknek $ma$ értékkel látszólag „megnő a súlya”.)

*c*) Amikor az űrhajó a Föld körüli pályán kering (hajtóművei ki vannak kapcsolva), akkor benne a testek (és így a levegő is) elveszítik a súlyukat, emiatt a mennyezet és a padló közötti nyomáskülönbség: $\Delta p=0$. Ugyanerre a következtetésre jutunk, ha a *b*) pontban megadott képletben $a$ helyére $-g$-t (az űrhajó tényleges gyorsulását) írjuk.

*Friedl Zita* (Sopron, Széchenyi I. Gimn., 10. évf.),
*Tamás Bálint* (Győr, Révai M. Gimn., 12. évf.) és
*Toka László* (Budapest, Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 9. évf.) dolgozata alapján

290 dolgozat érkezett. Helyes 92 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 89, hiányos (1–2 pont) 103, hibás 6 dolgozat.



**FGy. 3092.** *Egy csőbe egy vékonyabb csövet tolunk, és mindkét végüket egymáshoz rögzítjük. A csövek lazán illeszkednek, egyenlő hosszúak, anyaguk viszont különböző. Mekkora az így kialakított kettős cső hosszmenti lineáris hőtágulási együtthatója? A csőfalak keresztmetszete $A_1$ és $A_2$, a két különböző anyag lineáris hőtágulási együtthatója, illetve Young-modulusa $\alpha_1$ és $\alpha_2$, illetve $E_1$ és $E_2$.*

Közli: *Kovács Krisztián,* Békéscsaba

**Megoldás.** Ha a csövek nem lennének egymáshoz rögzítve, akkor $\Delta T$ hőmérséklet-változás hatására hosszváltozásuk

$$\Delta l_1 = \alpha_1 l_0 \Delta T, \qquad \text{illetve} \qquad \Delta l_2 = \alpha_2 l_0 \Delta T$$

lenne. A rögzítés miatt fellépő rugalmas erők azonban a kisebb hőtágulású csövet megnyújtják, a nagyobb hőtágulásút pedig összenyomják, így alakul ki a közös $\Delta l$ hosszváltozás, amely $\Delta l_1$ és $\Delta l_2$ közé esik. A fellépő nyomó- és húzóerő nagysága egyenlő:

$$E_1 A_1 \frac{\Delta l - \Delta l_1}{l_0} = E_2 A_2 \frac{\Delta l_2 - \Delta l}{l_0},$$

ahonnan $\Delta l_1$ és $\Delta l_2$ fentebb kiszámított értékét behelyettesítve, majd $\Delta l$-t kifejezve végül a kettős cső lineáris hőtágulási együtthatójára adódó kifejezés:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T} = \frac{E_1 A_1 \alpha_1 + E_2 A_2 \alpha_2}{E_1 A_1 + E_2 A_2}.$$

*Buella Csaba* (Tiszaújváros, Eötvös J. Gimn. 11. évf.)

74 dolgozat érkezett. Helyes 48 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 7, hiányos (1–2 pont) 10, hibás 7, nem versenyszerű 2 dolgozat.

**FF. 3096.** *Becsüljük meg, hogy mekkora lehetett a* 0,4 kg *tömegű és* $5 \cdot 10^4$ Pa *túlnyomású focilabda maximális térfogatváltozása egy olyan kapáslövés során, aminek eredményeképpen a* $30°$*-os szögben elrúgott labda* 50 m *messzire szállt!*

Közli: *Mihalovics Sándor,* Esztergom

**I. megoldás.** A ferde hajítás képleteiből kiszámíthatjuk, hogy a labda sebessége közvetlenül az elrúgás után (a légellenállást elhanyagolva) $v_0 = \sqrt{gs/\sin 60°} \approx 24$ m/s ($s = 50$ m a földetérés távolsága).

A kapáslövésnél a játékos a felé érkező labdát még annak földetérése előtt rúgja el. A feladat szövege nem adta meg a játékoshoz érkező labda sebességét, de elfogadható feltevés az, hogy ez a sebesség sokkal kisebb, mint $v_0$. Tekintsük az egyszerűség kedvéért a labda kezdeti sebességét nullának. (Becslésünk nagyságrendileg helyes marad akkor is, ha ettől eltérő, de legfeljebb $v_0$ nagyságú sebességgel rendelkezett a labda már a rúgás előtt is.)

A rúgás tulajdonképpen a játékos lábának és labdanak az ütközése. Tekintsük ezt az ütközést rugalmasnak, valamint tegyük fel, hogy a játékos lába sokkal nagyobb tömegű, mint a labda. A lábhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben a labda $v_0/2$ sebességgel érkezik egy álló „falnak”, legnagyobb összenyomódásakor éppen megáll, majd az eredeti méretére kitágulva $-v_0/2$ sebességgel pattan vissza.

Tételezzük fel, hogy a labda térfogatváltozása sokkal kisebb, mint az eredeti térfogata. (Ez nem túl jó feltevés, hiszen fénykép- és videofelvételeken megfigyelhető, hogy a labda az erős rúgásnál, fejelésnél az eredeti térfogatának mintegy harmadával is összenyomódhat. Emiatt a számított értékeket nem szabad pontos eredménynek tekinteni, hanem csak *nagyságrendi becslésnek*.) Ebben a közelítésben a labdaban levő levegő $p$ nyomása és a $p_t = p - p_0 = 5 \cdot 10^4$ Pa túlnyomás is változatlan marad. A gázon végzett munka $\Delta V$ összenyomódás esetén $p\Delta V$, így az energiamegmaradás tétele szerint

$$-\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + p\,\Delta V - p_0\,\Delta V = 0.$$

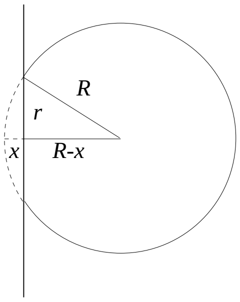
(Az utolsó a $p_0$ nyomású légkör $\Delta V$ térfogattal történő kitágulásához tartozó belső energia csökkenést veszi figyelembe. A folyamat gyors, emiatt hőcserével nem kell számolnunk.) Innen a keresett térfogatváltozásra

$$\Delta V = \frac{mv_0^2}{8p_t} \approx 6 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^3,$$

vagyis kb. 0,6 liter adódik.

*Terpai Tamás* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.)

**II. megoldás.** Modellezzük a rúgást (az I. megoldásban leírtakhoz hasonlóan) egy sík fallal való ütközéssel. Amikor a labda benyomódása $x$, a fallal $r$ sugarú körlapon érintkezik. Ha a labda sugara $R$, akkor az *ábrán* látható derékszögű háromszögből $R^2 = (R-x)^2 + r^2$, azaz $r^2 = (2R-x)x \approx 2Rx$. (Feltesszük, hogy $x \ll R$.) A labdában levő levegő $p_t$ túlnyomását állandónak tekintve a labdára




$$F(x) = p_t\,r^2\pi \approx 2R\pi p_t \cdot x = D\,x$$

erő hat. Ez az erő a labda benyomódásával arányos, tehát éppen akkora, mint amekkorát egy $D = 2R\pi p_t$ rugóállandójú rugó fejtene ki $x$ összenyomódás hatására.

A „rugó” maximális $x_{\max}$ összenyomódásakor a rugó rugalmas energiája éppen megegyezik a kezdetben $v_0/2$ sebességű labda mozgási energiájával, vagyis

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}Dx_{\max}^2,$$

ahonnan

$$x_{\max} = \frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{m}{D}} = \frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{m}{2R\pi p_t}}.$$

A legnagyobb összenyomódás pillanatában a térfogatváltozás egy gömbsüveg térfogata:

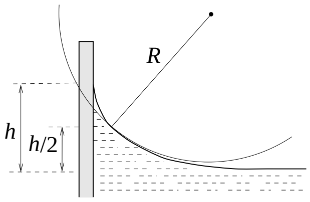
$$\Delta V = \frac{\pi}{3}\,x_{\max}^2\,(3R - x_{\max}) \approx x_{\max}^2\,R\pi \approx \frac{mv_0^2}{8p_t},$$

összhangban az I. megoldás eredményével.

*Palásti Gábor* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

*Megjegyzés.* Ha a lövés során egy viszonylag nagy sebességgel érkező labda majdnem álló lábbal ütközik, a térfogatváltozás a fentebb számított érték négyszerese lesz. Általában ha az érkező labda sebességének nagysága $v$, iránya pedig ellentétes az ütközés utáni sebességgel, akkor a térfogatváltozás $\Delta V = m(v+v_0)^2/(8p_t)$.

112 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott Terpai Tamás és Palásti Gábor. Kicsit hiányos (3–4 pont) 20, hiányos (1–2 pont) 13, hibás 77 dolgozat.

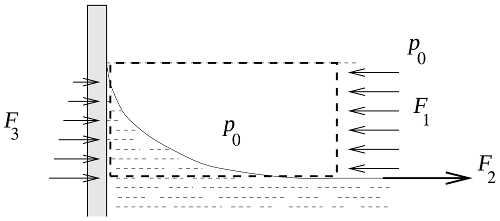



**FN. 3098.** *Milyen magasra emelkedik a víz egy függőleges, sima falon, ha tökéletesen nedvesíti azt? Mekkora erőt fejt ki a fal a vízre? Mekkora a vízfelület görbületi sugara az emelkedési magasság felénél (a falra merőleges síkban)?*

Közli: *Gnädig Péter*, Budapest

**Megoldás.** Vizsgáljuk a víznek akkora darabját, melynek a fal menti vízszintes szélessége $d$, legnagyobb magassága $h$, a falra merőleges irányban pedig olyan nagy, hogy a jobb oldali széle már gyakorlatilag vízszintes tekinthető.

Erre a folyadékdarabra vízszintes irányban három erő hat. A $p_0$ nyomású levegő $F_1 = p_0 hd$ nagyságú erővel nyomja balra (a fal felé); az $\alpha$ felületi feszültségű víz többi része $F_2 = \alpha\, d$ erővel húzza a vizsgált folyadékdarabkát jobbra; végül pedig a fal is nyomja a vízdarabkát, méghozzá a magassággal arányosan csökkenő $p(x) = p_0 - \varrho g x$ nyomással. Ennek a nyomásnak $p_á = p_0 - \frac{1}{2}\varrho g h$ az átlagértéke, a megfelelő nyomóerő pedig $F_3 =$ $= p_á hd$.




A vízdarabka egyensúlyban van, tehát a rá ható vízszintes erők eredője nulla kell. Innen

$$p_0 hd = \alpha\, d + \left(p_0 - \frac{1}{2}\varrho g h\right) hd,$$

az emelkedési magasság pedig (a víz ismert adatait felhasználva)

$$h = \sqrt{\frac{2\alpha}{\varrho g}} = 3{,}8 \text{ mm}.$$

A vízfelület két főgörbülete közül az egyik nulla, a másik pedig $1/R(x)$, ahol $R(x)$ a simulókör sugara (a falra merőleges síkban). A folyadék nyomása $x$ magasségban, közveltenül a vízfelszín alatt $\varrho g x$-szel kisebb, mint a külső légnyomás. Ez a nyomáskülönbség éppen a felületi feszültségből származó $\alpha/R(x)$ görbületi nyomással egyezik meg. Innen azt kapjuk, hogy

$$R(x) = \frac{\alpha}{\varrho g x} = \frac{h^2}{2x},$$

a kérdezett magasságnál pedig $R(h/2) = h = 3{,}8$ mm.

*Sarlós Ferenc* (Baja, III. Béla Gimn., 12. évf.)

14 dolgozat érkezett. Helyes Borsos Júlia, Kocsis Bence, Sarlós Ferenc, Szabó László, Vörös Imre és Zawadowski Ádám megoldása. Kicsit hiányos (5 pont) 3, hiányos (1–3 pont) 5 dolgozat.

**FF. 3104.** *Egymástól* $l$ *távolságra rögzítünk két, egyaránt* $Q$ *töltésű, kicsiny testet. Egy* $q$ *töltésű,* $m$ *tömegű, kisméretű test mozoghat a másik két töltést összekötő vízszintes egyenes mentén. Mekkora periódusidejű rezgéseket végez ez a test, ha egyensúlyi helyzetéből kicsit kitérítjük?*

Közli: *Simon Péter,* Pécs

**Megoldás.** A kis test a két rögzített test között félúton lesz egyensúlyban. Ha innen $x$ távolsággal kimozdítjuk, akkor a rá ható két erő eredője

$$F=k\frac{qQ}{(l/2+x)^2}-k\frac{qQ}{(l/2-x)^2}=kqQ\frac{(l/2-x)^2-(l/2+x)^2}{(l/2-x)^2(l/2+x)^2}=kqQ\frac{2lx}{(l^2/4-x^2)^2}.$$

$x\ll l$ miatt nyilván $x^2\ll l^2/4$, így a testre ható erő:

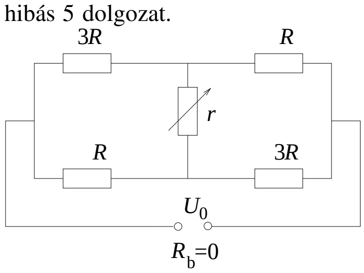
$$F(x)\approx -kqQ\frac{2lx}{l^4/16}=-32\frac{kqQ}{l^3}\cdot x.$$

Ha $q$ és $Q$ különböző előjelűek, akkor a kis testre ható erő a kitéréssel azonos irányú, tehát a test nem tér vissza az egyensúlyi helyzetébe; nem alakul ki rezgőmozgás, mert az egyensúlyi helyzete labilis. Ha viszont $q$ és $Q$ azonos előjelűek, akkor $F\approx -Dx$, tehát a kis test (egy rugóhoz erősített testhez hasonlóan) harmonikus rezgőmozgást végez. A rezgésidő:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}=2\pi\sqrt{\frac{ml^3\pi^2}{8kqQ}}.$$

*Lengyel Tímea* (Kaposvár, Munkácsy M. Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

89 dolgozat érkezett. Helyes 54 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 17, hiányos (1–2 pont) 13, hibás 5 dolgozat.



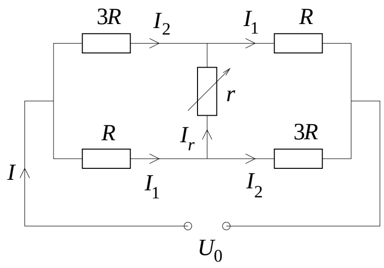

**FF. 3105.** *Az* ábrán *látható hálózatban* $R$ *és* $U_0$ *adottak,* $r$ *változtatható és minden értéket felvehet.*

$a)$ *Milyen határok között változik az eredő ellenállás?*

$b)$ *Legfeljebb mekkora elektromos teljesítmény juthat az* $r$ *ellenállásra?*

Közli: *Varga István,* Békéscsaba

**Megoldás.** $a)$ A kapcsolás szimmetriája miatt az $R$ nagyságú ellenállásokon és a $3R$ nagyságú ellenállásokon folyó áramok páronként megegyeznek. Az *1. ábrán* látható jelölésekkel a Kirchhoff-féle huroktörvény és csomóponti törvény:




*1. ábra*

$$I_2\cdot 3R-I_r\cdot r-I_1\cdot R=0,$$

$$I_1=I_r+I_2 \qquad \text{illetve} \qquad I=I_1+I_2.$$

Ezekből

$$I_1=I_2\,\frac{3R+4r}{4R+2r},$$

továbbá az eredő ellenállás:

$$R_e = \frac{U_0}{I} = \frac{I_2 \cdot 3R + I_1 \cdot R}{I_1 + I_2} = R\left(2 - \frac{R}{2R+r}\right).$$

A zárójelben álló kifejezés $r$ monoton növekvő függvénye az $r \geqslant 0$ tartományban, az eredő ellenállás legkisebb értéke tehát $r = 0$-nál (rövidzárnál): $R_e^{\min} = \frac{3}{2}R$; a legnagyobb pedig $r = \infty$ esetén (szakadásnál): $R_e^{\max} = 2R$.

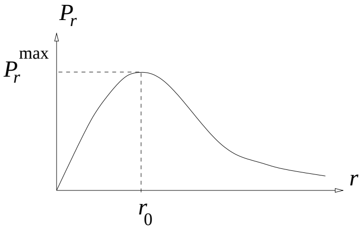
*b*) A fenti egyenletekből kiszámítható, hogy a változtatható ellenálláson folyó áram:

$$I_r = \frac{U_0}{3R + 2r},$$

a rá eső teljesítmény pedig

$$P_r = U_0^2 \frac{r}{(3R+2r)^2}.$$

Ha $r$ nagyon kicsi, vagy ha nagyon nagy ($R$-hez viszonyítva), akkor $P_r$ kicsivé válik, $R$-rel összemérhető esetekben pedig valahol maximummal rendelkezik *(2. ábra).* A maximum helye és értéke a grafikon elemzésével, differenciálszámítással, vagy ügyes algebrai átalakítással határozható meg; ez utóbbit mutatjuk be.



*2. ábra*

Képezzük a $P_r$ mennyiség reciprokát, és határozzuk meg ennek legkisebb értékét!

$$\frac{1}{P_r} = \frac{1}{U_0^2} \cdot \frac{(3R+2r)^2}{r} = \frac{1}{U_0^2} \cdot \left(4r + \frac{9R^2}{r} + 12R\right).$$

Az $r$ ellenállás értékének változásakor csak a zárójelben álló kifejezés első két tagja változik, elegendő tehát ezek összegének minimumát meghatároznunk. Alkalmazva a számtani és mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenséget:

$$4r + \frac{9R^2}{r} \leqslant 2\sqrt{4r \cdot \frac{9R^2}{r}} = 12R,$$

ahonnan

$$P_r^{\max} = \frac{U_0^2}{24R},$$

és a hozzá tartozó $r$ érték: $r_0 = 3R/2$.

*Több dolgozat alapján*

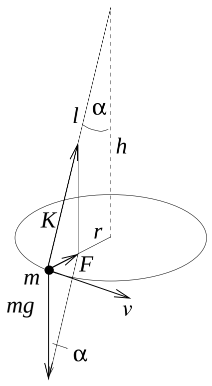
70 dolgozat érkezett. Helyes 28 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 5, hiányos (1–2 pont) 34, hibás 3 dolgozat.

**FF. 3106.** *Mennyezetbe fúrt lyukon* 1 m *hosszúságú,* 0,5 kg *tömegű kúpingát nagyon lassan húzunk felfelé. Az inga a folyamat elején és a végén vízszintes síkú körmozgást végez. A fonál a függőlegessel kezdetben* 30°*-os, a végén* 45°*-os szöget zár be. Mennyi munkát végeztünk a folyamat során?*

Közli: *Rácz György,* Mezőkövesd

**Megoldás.** A kúpinga végén függő és $v$ sebességgel mozgó testet a $K$ kötélerő és az $mg$ nehézségi erő ($F$-fel jelölt) eredője tartja $r$ sugarú körpályán. A mozgásegyenlet:

(1) $$F=\frac{mv^2}{r}.$$




Az *ábráról* leolvasható, hogy $F=mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$ és

(2) $$r=l\sin\alpha.$$

Ezeket a kifejezéseket (1)-be helyettesítve

$$mg\,\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{mv^2}{l\sin\alpha},$$

ahonnan

(3) $$v=\sqrt{lg\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\alpha}.$$

A folyamat elején $l_1=1$ m és $\alpha_1=30^\circ$, innen $r_1=0{,}5$ m és

$$v_1=\sqrt{l_1 g\sin\alpha_1\,\mathrm{tg}\,\alpha_1}=1{,}68\ \mathrm{m/s}.$$

A folyamat végére az inga hossza $l_1$-ről $l_2$-re csökken. $l_2$-t a perdületmegmaradás törvényének segítségével határozhatjuk meg:

$$mr_1v_1=mr_2v_2.$$

A (2) és (3) egyenletek felhasználásával kapjuk, hogy

$$r_1v_1=l_2\sin\alpha_2\sqrt{l_2 g\sin\alpha_2\,\mathrm{tg}\,\alpha_2},$$

ahonnan $l_2$ kifejezhető:

$$l_2=\frac{1}{\sin\alpha_2}\sqrt[3]{\frac{r_1^2v_1^2}{g\,\mathrm{tg}\,\alpha_2}}=0{,}59\ \mathrm{m},$$

és (3) alapján $v_2$ is meghatározható:

$$v_2=\sqrt{l_2 g\sin\alpha_2\,\mathrm{tg}\,\alpha_2}=2{,}02\ \mathrm{m/s}.$$

A mozgási energia megváltozása a folyamat során:

$$\Delta E_\mathrm{m}=\frac{m}{2}\left(v_2^2-v_1^2\right)=0{,}32\ \mathrm{J},$$

a helyzeti energiáé pedig

$$\Delta E_\mathrm{h}=mg\,(l_1\cos\alpha_1-l_2\cos\alpha_2)=2{,}21\ \mathrm{J}.$$

Az általunk végzett munka a helyzeti és a mozgási energia növelésére fordítódott, ezért

$$W=\Delta E_\mathrm{h}+\Delta E_\mathrm{m}=2{,}5\ \mathrm{J}.$$

*Borsos Júlia* (Győr, Révai M. Gimn. 12. évf.)

127 dolgozat érkezett. Helyes 34 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 6, hiányos (1–2 pont) 26, hibás 61 dolgozat.

**FF. 3108.** *Egy gömbszimmetrikus töltésfelhő potenciálja:*

$$U(r)=U_0\frac{R}{r}\left[1-\left(1+\frac{r}{R}\right)e^{-2r/R}\right].$$

*Az össztöltés hányad része található az $r<R$ térrészben? (Numerikus módszerek is használhatók.)*

Közli: *Bakonyi Gábor,* Budapest

**Megoldás.** Számítsuk ki, mekkora az elektromos térerősség a töltésfelhő középétől $R$ távolságban! Ha a $r=R$ helyről sugárirányban elmozdulunk egy nagyon kicsit, mondjuk a $r=1{,}001R$ távolságig, akkor a potenciál (zsebszámológéppel numerikusan könnyen meghatározható) megváltozása

$$\Delta U=U(1{,}001\,R)-U(R)=0{,}729\,006\,U_0-0{,}729\,329\,U_0=-0{,}323\cdot 10^{-3}\,U_0.$$

Ugyanez a mennyiség úgy is kiszámítható, mint a (kicsiny szakaszon állandónak tekinthető) elektromos térerősség $-1$-szeresének és a $\Delta r=10^{-3}R$ elmozdulásnak a szorzata: $\Delta U=-E\cdot\Delta r$, ahonnan

$$E(R)=-\frac{\Delta U}{\Delta r}=\frac{0{,}323\cdot 10^{-3}\,U_0}{10^{-3}R}=0{,}323\,\frac{U_0}{R}.$$

Az $r<R$ térrészben található $Q(R)$ töltés mennyiségét a Gauss-törvény segítségével határozhatjuk meg:

$$4\pi R^2\cdot E(R)=\frac{1}{\varepsilon_0}\,Q(R),$$

ahonnan

$$Q(R)=\varepsilon_0\,4\pi R^2\,E(R)=0{,}323\,4\pi\varepsilon_0\,U_0R.$$

(Ugyanerre az eredményre jutunk, ha a töltésfelhő gömbszimmetriájára hivatkozva kihasználjuk, hogy $E(R)$ éppen akkora, mint egy $Q(R)$ nagyságú ponttöltés elektromos térerőssége a töltéstől $R$ távolságban.)

Az össztöltés nagysága a potenciálfüggvény aszimptotikus ($r\to\infty$) alakjából olvasható le. Az $U(r)$ függvény képletében a szögletes zárójelben álló második (exponenciálisan csökkenő) tag az elsőhöz képest elhanyagolhatóan kicsivé válik, ha $r\gg R$. A töltésfelhő középpontjától messze tehát a potenciál $U(r)\approx U_0R/r$ alakú, ami a

$$Q_{\text{összes}}=4\pi\varepsilon_0\,U_0R$$

össztöltésnek megfelelő potenciálfüggvény. (Nagy távolságból nézve tetszőleges töltésfelhő pontszerűnek tekinthető, az elektromos potenciálja tehát a Coulomb-potenciállal helyettesíthető.)

A fenti két töltést összehasonlítva megállapíthatjuk, hogy a kérdéses töltésfelhő össztöltésének 32,3 százaléka található az $r<R$ térrészben.

*Több megoldás alapján*

*Megjegyzések:* 1. Differenciálszámítás segítségével zárt alakban is meghatározható a töltéseloszlás. Az elektromos térerősség a potenciálfüggvény negatív deriváltja:

$$E(r) = -\frac{dU(r)}{dr} = \frac{U_0}{R}\left[\frac{R^2}{r^2} - e^{-2r/R}\left(2 + 2\frac{R}{r} + \frac{R^2}{r^2}\right)\right].$$

Az $r$ sugarú gömbben található töltés mennyisége Gauss törvénye alapján:

$$Q(r) = 4\pi\varepsilon_0 r^2 E(r) = 4\pi\varepsilon_0 U_0 R\left[1 - e^{-2r/R}\left(1 + 2\frac{r}{R} + 2\frac{r^2}{R^2}\right)\right] =$$

$$= Q_{\text{összes}}\left[1 - e^{-2r/R}\left(1 + 2\frac{r}{R} + 2\frac{r^2}{R^2}\right)\right].$$

Behelyettesítve $r = R$ értékét megkapjuk a keresett töltésarányt:

$$\frac{Q(R)}{Q_{\text{összes}}} = 1 - \frac{5}{e^2} \approx 0{,}323.$$

2. A $Q(r)$ függvény deriváltjából kiszámíthatjuk az egységnyi térfogatra jutó töltés mennyiségét, vagyis a $\varrho(r)$ töltéssűrűséget is. Egy nagyon vékony, $\Delta r$ vastagságú gömbhéjban található $\Delta Q$ töltés egyrészt $\Delta Q = \frac{dQ(r)}{dr}\Delta r$, másrészt $\Delta Q = 4\pi r^2 \Delta r \cdot \varrho(r)$ módon is kiszámítható. A két alakot összehasonlítva a töltéssűrűségre a

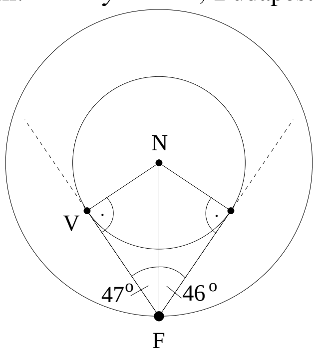
$$\varrho(r) = \frac{1}{4\pi r^2}\frac{dQ(r)}{dr} = -\frac{4U_0\varepsilon_0}{R^2}e^{-2r/R} = \varrho_0 e^{-2r/R}$$

kifejezés adódik. Ilyen (exponenciálisan csökkenő) sűrűségű töltéseloszlás a Természetben ténylegesen előfordul: a hidrogénatom alapállapotában az elektron (átlagos) töltéseloszlása a kvantumelmélet törvényei szerint éppen ilyen függvénnyel írható le.

15 dolgozat érkezett. Helyes Diriczi Krisztián, Felföldi Zsolt, Gulyás Nándor, Józsa István Gergő, Kormos Márton, Páles Csaba, Sarlós Ferenc, Terpai Tamás és Végh László megoldása. Hiányos (2–3 pont) 5, hibás 2 dolgozat.

**FF. 3116.** 1997. *november* 6*-án a Vénusz a Naptól* 47°*-ra, maximális keleti kitérésben látszott. Előtte utoljára* 1996. *április elsején volt a Vénusz ilyen helyzetben, akkor* 46°*-ra látszott a Naptól. (A két szögtávolság közti csekély eltérés oka az, hogy a bolygók ellipszispályán keringenek.) Határozzuk meg a Vénusz keringési idejét! Mikor várható legközelebb a bolygó legnagyobb nyugati kitérése?*

Közli: *Horányi Gábor*, Budapest




**Megoldás.** 1996. április 1-től 1997. november 6-ig 585 nap telt el. Eszerint a $T$ keringési idejű Vénusz és a 365 napos keringési idejű Föld szögsebességei között fennáll a

$$\frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{365\,\text{nap}} = \frac{2\pi}{585\,\text{nap}}$$

összefüggés, ahonnan a keresett Vénusz-év hossza

$$T = \frac{1}{\frac{1}{365} + \frac{1}{584}}\,\text{nap} = 225\,\text{nap}.$$

A legnagyobb keleti és a legnagyobb nyugati kitérésnél a Vénusz – Nap – Föld háromszög derékszögű (lásd az *ábrát*). Eszerint a Vénusznak a Földdel együtt mozgó koordináta-rendszerből nézve $(90^\circ-47^\circ)+(90^\circ-46^\circ)=87^\circ$ szögelfordulásnyi utat kell megtennie a Nap körül, ehhez pedig $\frac{87}{360}\cdot 585\,\text{nap}=141$ napnyi idő szükséges. A feladat kitűzését követően tehát az első nyugati kitérés-maximumot 1998. március 27. körüli napokra „jósolhatták”. Az előrejelzés bizonytalansága a számítás során tett kisebb elhanyagolások miatt 1–2 nap.

*Terpai Tamás* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.) dolgozata alapján

78 dolgozat érkezett. Helyes 20 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 8, hiányos (1–3 pont) 42, hibás 8 dolgozat.

**FGy. 3120.** *Hányszor fordul meg a Föld egy év alatt a tengelye körül az állócsillagokhoz képest? És a Hold?*

Közli: *Horányi Gábor,* Budapest

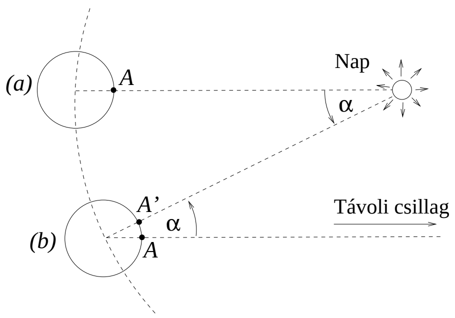
**Megoldás.** Tekintsük azt az $A$ helyet a Földön, ahol éppen delel a Nap és a Nap irányába eső távoli állócsillagot ($a$ helyzet). Ennek az állócsillagnak két egymás utáni delelése között pontosan $360^\circ$-ot fordul a Föld a saját tengelye körül ($b$ helyzet). Ekkor azonban itt még nem delel a Nap, ahhoz további

$$\alpha\approx\frac{360^\circ}{365}\approx 0{,}98^\circ\approx 1^\circ$$

szöggel el kell fordulnia. A napi nap tehát

$$\Delta t=\frac{24\cdot 60\ \text{perc}}{361}\approx 4\ \text{perc}$$

idővel hosszabb, mint a csillagnap. Minél nagyobb időközt vizsgálunk, az $\alpha$ szög annál nagyobb lesz, egy év alatt éppen $360^\circ$-ot tesz ki. A Naphoz viszonyított évenkénti 365,25 fordulathoz tehát hozzáadódik még egy teljes fordulat, az állócsillagokhoz képest tehát a Föld 366,25 fordulatot tesz évente.




A Hold mindig ugyanazt a felét mutatja a Föld felé, így a Földhöz képest akkor tesz meg egy fordulatot, amikor megkerüli azt. A Hold két azonos fázisú helyzete (pl. telihold) között 29 nap és 12 óra telik el, ezt *szinódikus hónapnak* nevezik. Ez 12,37-szer rövidebb, mint egy év, évente tehát 12,37-szer fordul meg a Nap–Föld irányhoz képest. Az állócsillagokhoz viszonyítva az évenkénti fordulatok száma eggyel több, tehát 13,37. Az állócsillagokhoz képest a Hold

$$\frac{365{,}25\ \text{nap}}{13{,}37}\approx 29\ \text{nap}\ 8\ \text{óra}$$

alatt fordul körbe, ezt az időtartamot *sziderikus hónapnak* nevezik. A sziderikus hónap hossza méréssel úgy határozható meg, hogy megfigyeljük, mennyi időnként halad át a Hold ugyanazon állócsillag előtt.

*Bacsárdi László* (Sopron, Széchenyi I. Gimn. 10. évf.) és
*Tímár Gábor* (Debrecen, Arany J. Ált. Isk. 8. évf.) dolgozata alapján

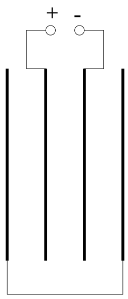
156 dolgozat érkezett. Helyes 51 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 20, hiányos (1–2 pont) 60, hibás 25 dolgozat.

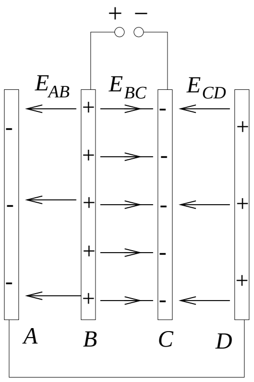
**FF. 3125.** *Négy azonos felületű, egymással szemben lévő, párhuzamos fémlemezt az ábrán látható módon összekapcsoltunk és rákapcsoltunk egy* 200 V*-os feszültségű egyenáramú áramforrásra. A lemezek* 2 cm*-re vannak egymástól, ez a távolság a lemezek méretéhez képest kicsi.*

*a*) *Határozzuk meg a lemezek közötti térrészekben az elektromos térerősség nagyságát és irányát!*

*b*) *Mennyi energiát tárol az így kialakított kondenzátorrendszer, ha ismert, hogy a két,* 2 cm *távolságra lévő fémlemezből kialakított síkkondenzátor kapacitása* 20 pF*?*

*Szilárd Leó verseny,* Paks




*1. ábra*

**I. Megoldás.** *a*) Mivel a lemezek közötti távolság a méretükhöz képest kicsi, a lemezek közötti elektromos mezőt tekinthetjük homogénnek (*1. ábra*). A középső térrészben kialakuló térerősség a telepfeszültségből számítható:

$$E_{BC}=\frac{U_{BC}}{d}=\frac{200\ \mathrm{V}}{2\ \mathrm{cm}}=10\,000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}.$$

Tudjuk továbbá, hogy a töltésmegmaradás miatt az $A$ és $D$ lemezeken levő töltés nagysága megegyezik, emiatt $E_{AB}=$ $=E_{CD}$. Írjuk fel az $ABCDA$ körben a Kirchhoff-féle huroktörvényt:

$$E_{AB}\cdot d-200\ \mathrm{V}+E_{CD}\cdot d=0,$$

ahonnan

$$E_{AB}=E_{CD}=\frac{200\ \mathrm{V}}{2d}=5000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}.$$

*b*) A kondenzátorrendszer energiája a térenergia $W=\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2V$ képletéből számítható ki. Mivel az egyes lemezek közötti $V$ térfogatok megegyeznek, a szélső lemezek közti térerősség pedig fele a középsőnek, a szélső lemezpárok elektrosztatikus energiája egyenként negyede (összesen fele) a középső térrészben tárolt

$$W_{BC}=\frac{1}{2}CU_{BC}^2=\frac{1}{2}20\cdot10^{-12}\ \mathrm{F}\cdot(200\ \mathrm{V})^2=4\cdot10^{-7}\ \mathrm{J}$$

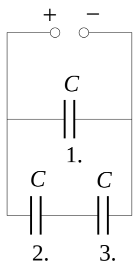
energiának. A teljes rendszer által tárolt energia ennek másfélszerese, vagyis $6\cdot10^{-7}$ J.

*Buella Csaba* (Tiszaújváros, Eötvös J. Gimn., 11. évf.)

**II. megoldás.** A kapcsolás egyenértékű a *2. ábrán* láthatóval, ahol mindhárom kondenzátor kapacitása $C=20$ pF.

*a*) Az 1. kondenzátorra jutó feszültség 200 V, a másik kettőre pedig ennek fele, 100 – 100 volt. A térerősségek eszerint:

$$E_1=\frac{200\ \mathrm{V}}{2\ \mathrm{cm}}=10^4\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}},\qquad \text{illetve}\qquad E_2=E_3=\frac{100\ \mathrm{V}}{2\ \mathrm{cm}}=5\cdot10^3\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}.$$




*2. ábra*

*b*) A rendszer eredő kapacitása:

$$C_\mathrm{e} = C + \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C}} = \frac{3}{2}C = 30 \text{ pF},$$

a benne tárolt energia pedig

$$W = \frac{1}{2}C_\mathrm{e}U^2 = \frac{1}{2}\,30 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot (200 \text{ V})^2 = 6 \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

*Horváth László* (Csurgó, Nagyváthy L. Középisk., 10. évf.)

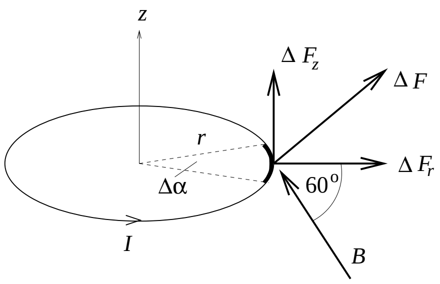
67 dolgozat érkezett. Helyes 23 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 8, hiányos (1–3 pont) 31, hibás 4, nem versenyszerű (egy lapon több feladatot tartalmazó, név nélküli) 1 dolgozat.

**FF. 3126.** *Függőleges tengelyű, egyenes tekercstől bizonyos távolságban elhelyezkedő,* 4 cm *sugarú körvezető síkja merőleges a tekercs tengelyére és középpontja a tengelyre esik. A tekercs által keltett mágneses indukcióvonalak a körvezető pontjaiban annak síkjával* 60°*-os szöget zárnak be, az indukció értéke a vezeték mentén* 0,08 tesla *nagyságú.*

*a*) *Mekkora mágneses erő hat a körvezetőre, ha abban* 10 A *erősségű áram folyik?*

*b*) *Mekkora rugalmas feszültség keletkezik az* 1 mm² *keresztmetszetű körvezetékben?*

Közli: *Holics László,* Budapest




*1. ábra*

**Megoldás.** *a*) A vezető kicsiny $\Delta s$ hosszúságú darabkájára $\Delta F = BI\Delta s$ nagyságú mágneses erő hat, melynek függőleges komponense $\Delta F_z = BI\Delta s \cos 60°$. Az eredő erő, amely az elrendezés szimmetriája miatt nyilván függőleges (és $I$ irányától függően felfelé vagy lefelé mutat) a kicsiny $\Delta F_z$-k összege:

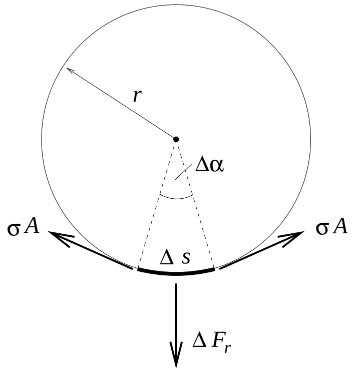
$$F = \sum \Delta F_z = BI \cos 60° \sum \Delta s = BI \cos 60° \cdot 2\pi r = 0{,}1 \text{ N}.$$

*b*) A körvezető kicsiny $\Delta s$ hosszúságú darabkájára sugár irányban $\Delta F_r = BI\Delta s \sin 60°$ nagyságú mágneses erő hat. Ez az erő $\sigma$ rugalmas feszültséget hoz létre az $A$ keresztmetszetű vezetékben. Tekintettel arra, hogy az $r$ sugarú vezető kicsiny darabkájának végéhez tartozó érintők

$$\Delta\alpha = \Delta s / r$$

szöget zárnak be egymással, a rugalmas feszültségből származó erők eredője

$$\sigma A \cdot 2 \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \approx \sigma A \cdot \Delta\alpha = \sigma A \cdot \frac{\Delta s}{r}.$$




*2. ábra*

Ez az erő tart egyensúlyt az $\Delta F_r$ mágneses erővel: $\sigma A\frac{\Delta s}{r}=BI\Delta s\sin 60^\circ$, ahonnan a keresett rugalmas feszültség:

$$\sigma=\frac{BIr}{A}\sin 60^\circ=2{,}8\cdot 10^4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}.$$

*Nemes Edit* (Szekszárd, Garay J. Gimn., 12. évf.)

45 dolgozat érkezett. Helyes Boja Bence, Borsos Júlia, Katona Gergely, Nemes Edit, Páles Csaba, Ravasz Mária-Magdolna és Sarlós Ferenc megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 6, hiányos (1–3 pont) 27, hibás 5 dolgozat.

**FGy. 3130.** *Egy* 40 *wattos fogyasztót sorba kapcsolunk egy másik fogyasztóval, ennek következtében teljesítménye* 17 *wattra csökken. Hány wattos a másik fogyasztó? (Tételezzük fel, hogy a hálózati feszültség és a fogyasztók ellenállása állandó.)*

Közli: *Keglevich László* Budapest
(1930–1997)

**Megoldás.** A $P_1=40$ W-os fogyasztó a szokásos hálózati feszültségen, $U=220$ V-on adja le ezt a teljesítményt, ellenállása tehát

$$R_1=\frac{U^2}{P_1}=\frac{220^2}{40}=1210\ \Omega.$$

Ha egy ismeretlen $R_2$ ellenállású másik fogyasztóval sorbakötve a teljesítménye $P^*=$ $=17$ W-ra csökken, akkor a $P^*=U_1^2/R_1$ összefüggésből kiszámíthatjuk, hogy a rajta eső feszültség

$$U_1=\sqrt{P^*R_1}=\sqrt{17\cdot 1210}=143{,}4\ \mathrm{V},$$

a másik fogyasztóra tehát csak $U_2=U-U_1=76{,}6$ V jut. Mivel soros kapcsolás esetén a feszültség az ellenállásokkal arányos, kiszámíthatjuk, hogy a másik fogyasztó ellenállása

$$R_2=R_1\,\frac{U_2}{U_1}=\frac{1210\cdot 76{,}6}{143{,}4}=646\ \Omega.$$

Ekkora ellenállású fogyasztó a teljes hálózati feszültségen

$$P_2=\frac{U^2}{R_2}=\frac{220^2}{646}\approx 75\ \mathrm{W}$$

teljesítményt ad le. Természetesen a másik fogyasztóval sorbakapcsolva a teljesítménye kisebb ennél

*Szászi Zsuzsanna* (Szekszárd, Garay J. Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján

*Megjegyzések.* 1. Ha a feladatot paraméteresen számoljuk végig, a kérdéses *névleges* teljesítményre $U$-tól függetlenül a következő kifejezés adódik:

$$P_2=\frac{P_1}{\sqrt{P_1/P^*-1}}.$$

*Reviczky Ádám János* (Budapest, Szent István Gimn., 9. évf.)

2. Sokan félreértették a kérdést és nem azt számolták ki, hogy a másik fogyasztó *hány wattos*, hanem azt, hogy hány watt teljesítményt ad le a soros kapcsolásban. Egy fogyasztó teljesítményét valamekkora névleges feszültségre szokták vonatkoztatni, pl. egy „100-as izzó” 220 V-on fogyaszt 100 wattot. Ha történetesen ezt az izzót be sem kapcsoljuk, az akkor is 100-as égő marad, jóllehet ilyenkor a fogyasztása nulla.

228 dolgozat érkezett. Helyes 64 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 4, hiányos (1–2 pont) 119, hibás 37, nem versenyszerű (másolt, illetve név nélküli) 4 dolgozat.

**FF. 3135.** Egy 2 $\mu$m állandójú optikai rácsra merőlegesen monokromatikus fényt bocsátunk. Ha ezt a rácsot egy feleakkora sűrűségűre cseréljük, az első erősítés iránya 10,4°-kal kisebb szöget zár be a beeső fény irányával. Mekkora a fény hullámhossza?

Közli: *Szabó Zoltán,* Budapest

**Megoldás.** Jelöljük a $d=2$ $\mu$m rácsállandójú rács első erősítési maximumához tartozó szöget $\alpha$-val, a fény hullámhosszát pedig $\lambda$-val. Ezek között fennáll, hogy

$$\sin\alpha=\frac{\lambda}{d}. \tag{1}$$

A ritkább, $2d$ rácsállandójú rácsnál az első erősítés szöge kisebb lesz, és a rácstörvény a megadott feltétel szerint így írható:

$$\sin(\alpha-10{,}4^\circ)=\frac{\lambda}{2d}. \tag{2}$$

Alkalmazzuk a szögfüggvények addíciós tételét (2)-ben, majd fejezzük ki $\lambda$-t az (1) egyenletből:

$$\sin\alpha\cdot\cos 10{,}4^\circ-\sin 10{,}4^\circ\cdot\cos\alpha=\frac{1}{2}\sin\alpha,$$

ahonnan

$$\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos 10{,}4^\circ-\sin 10{,}4^\circ=\frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha,$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin 10{,}4^\circ}{\cos 10{,}4^\circ-\frac{1}{2}}$$

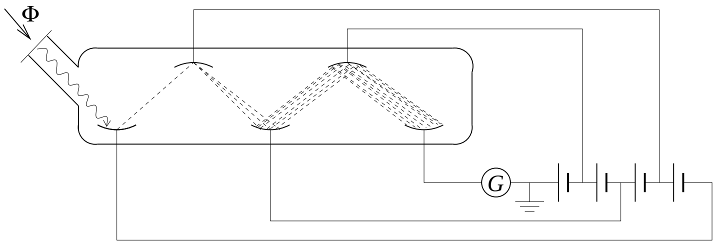
adódik. Ez $\alpha=20{,}47^\circ$-os szögnek felel meg, s a fény hullámhossza $\lambda=0{,}699$ $\mu$m, vagyis vörös fényről van szó.

*Takács Gábor* (Hódmezővásrárhely, Bethlen G. Gimn., 12. évf.)

68 dolgozat érkezett. Helyes 37 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 5, hiányos (1–3 pont) 14, hibás 12 dolgozat.

**FF. 3136.** *Bay Zoltán* 60 *éve,* 1938*-ban találta fel a fotoelektron-sokszorozót, amely gyenge fényintenzitást képes átalakítani érzékeny galvanométerrel mérhető elektromos árammá. (Az* ábrán *egy leegyszerűsített sokszorozó látható, az igaziban* $10-15$ *fokozat van.)*

$\Phi$ *intenzitású,* $f$ *frekvenciájú ultraibolya fény világítja meg a* $W$ *kilépési munkájú fotokatódot, és a két elektróda között* $U$ *feszültség gyorsítja a elektronokat. Ha*




*a veszteségektől eltekintünk, akkor egy foton legfeljebb hány elektront juttat az áramkörbe, és legfeljebb mekkora áram folyik át a galvanométeren? (Adatok:* $\Phi = 10^{-10}$ W*,* $f = 2{,}2 \cdot 10^{15}$ Hz*,* $W = 0{,}42 \cdot 10^{-18}$ J*,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C*,* $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js*,* $U = 40$ V)*.)*

Közli: *Simon Péter,* Pécs

**Megoldás.** A megvilágító nyaláb Φ intenzitásából (teljesítményéből) kiszámíthatjuk, hogy másodpercenként hány foton érkezik a katódra:

$$N_f = \frac{\Phi}{hf} = \frac{10^{-10}\ \mathrm{W}}{6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js} \cdot 2{,}2 \cdot 10^{15}}\ \mathrm{s}^{-1} = 6{,}9 \cdot 10^{7}\ \frac{\mathrm{foton}}{\mathrm{s}}.$$

Minden egyes foton energiája egyetlen elektronnak adódik át, annak valószínűsége, hogy egy (elegendően nagy energiájú) foton több elektront „lök ki” a fémből, elhanyagolhatóan kicsi.

A fotokatódról kilépő elektronok mozgási energiája a fényelektromos jelenség alaptörvénye, az Einstein-egyenlet szerint:

$$E_m = hf - W = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J}s \cdot 2{,}2 \cdot 10^{15}\ \mathrm{s}^{-1} - 0{,}42 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J} = 1{,}03 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J} = 1{,}03\ \mathrm{aJ}.$$

Az első elektrosztatikus gyorsítás során mindegyik elektron $eU = 6{,}4$ aJ energiát nyer, a második elektródához (ún. dinódához) tehát 7,43 aJ energiával érkeznek. Ez az energia legfeljebb 17 új elektron kilépéséhez elegendő, a becsapódó részecskével együtt tehát összesen 18 hagyhatja el az első elektródát. (A 18-adik elektronnál nem kell a kilépési munkával számolni, hiszen az a részecske először belépett a fémbe, majd kilépett onnan.)

A második gyorsítási szakasz végén mindegyik elektron kb. $eU = 6{,}4$ aJ energiával rendelkezik. (Az előző folyamatban maradt még 0,3 aJ energia, ez akkor sem lenne számottevő, ha egyetlen elektronra jutna, de mivel 18 elektron között oszlik szét, a továbbiakban nem vesszük számításba.) Ez a 6,4 aJ energia 15 új elektron kilépéséhez elegendő, a becsapódó részecskével együtt tehát 16-os sokszorozási tényezővel számolhatunk. A következő szakaszban ugyanez a helyzet, a folyamat tehát így jelölhető:

$$1\ \text{foton} \xrightarrow{\text{fotókatód}} 1\ \text{elektron} \xrightarrow{\text{1. dinóda}} 18\ \text{elektron} \xrightarrow{\text{2. dinóda}}$$
$$\xrightarrow{\text{2. dinóda}} 18 \cdot 16\ \text{elektron} \xrightarrow{\text{3. dinóda}} 18 \cdot 16 \cdot 16\ \text{elektron} \approx 4600\ \text{elektron} = N_e.$$

A galvanométer árama tehát legfeljebb

$$I = N_f \cdot N_e \cdot e = 6{,}9 \cdot 10^{7}\ \mathrm{s}^{-1} \cdot 4{,}6 \cdot 10^{3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} = 5 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{A}$$

lehetne. (A valóságban az áram ennél az értéknél kisebb lenne, ennek oka többek között az, hogy az egyes dinódákról kilépő elektronok közül nem mindegyik jut el a következőig. A sokszorozási tényezők kiszámított értéke is nagyobb, mint a folyamat szempontjából lényeges *átlagos* sokszorozási tényező, ami kb. 4–5-nek vehető.)

*Megjegyzés.* A kitűzés szövegében a Planck-állandó hibásan, a ténylesesnél 10%-kal kisebb számértékkel jelent meg. Ha valaki a hibás adattal számol, a fotonok számára egy kicsit eltérő értéket kap, a sokszorozási tényezők azonban nem függnek $h$-tól, emiatt az eredmény nem tér el számottevően a fentiektől. (Az értékelésnél az innen származó eltérést természetesen nem tekintettük hibának.) Többen úgy számoltak, mintha fotononként 3 elektron lépne ki a katódból, mások pedig megfeledkeztek a „belépési munkáról”, és emiatt a sokszorozási tényezőket rendre 1-gyel kisebbnek adták meg. Ezek a megoldások hiányosak.

18 dolgozat érkezett. Helyes megoldás nem volt. Kicsit hiányos (4 pont) Borsos Júlia, Kocsis Bence, Kovács István és Sarlós Ferenc dolgozata. Hiányos (1–3 pont) 13, hibás 1 dolgozat.

**FF. 3137.** *Az $m$ tömegű részecske körpályán mozog az $\vec{F}=-k\vec{r}$ vonzóerő hatására egy centrális erőtérben. Határozzuk meg a Bohr-féle kvantálási szabály alapján a megengedett pályák sugarait és a részecske energiáját ezeken a pályákon!*

*Romániai versenyfeladat*

**Megoldás.** A Bohr-féle kvantumfeltétel szerint az $r$ sugarú körpályán keringő $v$ sebességű részecske perdülete $\hbar=h/(2\pi)$ egész számú többszöröse, vagyis

$$mvr=n\hbar \qquad (n=1,2,3,\ldots).$$

Másrészt az $m$ tömegű részecske mozgásegyenlete a klasszikus fizikában

$$\frac{mv^2}{r}=kr.$$

Ezekből az egyenletekből kifejezhetjük a pályasugarakat:

$$r_n=\sqrt{\frac{n\hbar}{\sqrt{km}}}=\sqrt{n}\cdot r_1.$$

A részecske energiája az $\frac{1}{2}mv^2$ mozgási energia és az $\frac{1}{2}kr^2$ helyzeti energia összegeként áll elő. (A helyzeti energiát a megnyújtott rugó rugalmas energiájának mintájára írtuk fel, de kiszámíthatjuk az origóból $r$ távolságra kimozdított testre ható átlagos $kr/2$ erő és az elmozdulás szorzataként is.) Az $n$-edik pályához tartozó energia tehát

$$E_n=\frac{1}{2}mv_n^2+\frac{1}{2}kr_n^2.$$

A mozgásegyenlet és $r_n$ fenti értékének felhasználásával az energia így írható:

$$E_n=n\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}=n\cdot E_1.$$

*Hegedűs Ákos* (Pécs, Ciszterci Nagy Lajos Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján

*Megjegyzések.* 1. A helyzeti energiát a vonzócentrumban választottuk nullának, így minden más helyen pozitív értékű lesz. Sokan – hibásan – a helyzeti energiát az erőtörvényben szereplő negatív előjel miatt $-kr^2/2$-nek adták meg, mások (az erő és az elmozdulás szorzatára hivatkozva) a $-kr^2$, vagy esetleg a $+kr^2$ (ugyancsak hibás) alakot használták. Akik (a hibás képlettel számolva) a részecske energiájára negatív számokat kaptak, ezt az eredményt azzal hozták összefüggésbe, hogy a részecske „kötött állapotban" van. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy az összenergia negatív volta csak akkor jelent kötött állapotot, ha a helyzeti energiát a végtelenben választjuk nullának. Így járunk el pl. a Coulomb-potenciálnál, vagy a gravitációs helyzeti energia számításánál.)

A kitéréssel arányos „rugóerőnél" a potenciális energia a nulla kitérítéshez viszonyítva mindig pozitív, de a „végtelen nagy" távolságnak megfelelő helyzethez viszonyítva negatív, emiatt csak kötött állapotokat hozhat létre.

2. A Bohr-féle kvantumfeltétel a feladatban szereplő erőtörvény esetén (és még néhány esetben) véletlenül ugyanazt az eredményt adja, mint az (anyaghullámokra vonatkozó egyenletekkel megfogalmazott) „igazi kvantumelmélet". Általában azonban a két leírásmód eltér egymástól, és a tapasztalat a hullámmechanikának ad igazat.

3. A feladatban szereplő erőtörvénnyel jól leírható a molekulák rezgése. Az ún. vibrációs színkép két lehetséges energiaszint közötti átmenetkor figyelhető meg. A kibocsátott, vagy elnyelt foton frekvenciája két szomszédos állapot közti átmenetkor

$$f=\frac{|E_n-E_{n\pm1}|}{h}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},$$

ami megegyezik a megadott erőtörvény szerint mozgó részecske klasszikus keringési, illetve rezgési frekvenciájával.

30 dolgozat érkezett. Helyes 13 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (1–3 pont) 16 dolgozat.

**FF. 3138.** *A tengerfenék és az óceán vize közötti súrlódás miatt a dagályhullámok maximuma nem pontosan a Hold felé mutat. A Hold mozgásához képest siet vagy késik a dagály? Milyen hatással van ez a Föld forgására?*

Közli: *Honyek Gyula,* Budapest

**Megoldás.** A Föld nyugatról kelet felé forog, s ugyanilyen irányban (ha nem is pontosan ugyanazon tengely körül) kering a Hold is. A Föld valamely pontján álló megfigyelő azt látja, hogy a Hold keletről nyugat felé mozog, s ugyanilyen irányban haladnak át a dagályhullámok is, csak éppen (a feladat szövegében említett súrlódás következtében) egy kicsit lemaradnak a Holdhoz képest. A földi megfigyelő szerint tehát a dagály *késik* a Hold (látszólagos) mozgásához képest.

Ha a jelenséget inerciarendszerből írjuk le (ilyen pl. jó közelítéssel az „állócsillagokhoz" rögzített koordináta-rendszer), akkor azt tapasztaljuk, hogy a Holdnál kb. 30-szor gyorsabban forgó Föld magával sodorja a óceánok vízszintjében megfigyelhető dagály–apály eltéréseket, vagyis a dagályhullámok a Hold mozgásához képest *sietnek.*

A kétféle vélemény között nincs ellentmondás, hiszen a Hold mozgása (inerciarendszerben) nyugat-kelet irányú, a forgó Földről nézve viszont keletről nyugat felé tart. Az árapályerők lassítják a Föld forgását, a csillagnapok hossza tehát lassan növekszik.

*Balogh Tímea* (Mezőkövesd, Szent László Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján

*Megjegyzés.* Az árapályerők miatt nemcsak a Föld forgása lassul, hanem a Hold keringési ideje is nő (keringési szögsebessége pedig csökken). Másrészt viszont a Hold keringési sebessége (és ezzel együtt a mozgási energiája) növekszik, és ugyancsak nő a Föld–Hold rendszer gravitációs helyzeti energiája is. Mindez addig tart, amíg a „nap” és a „hónap” egyforma hosszú nem lesz, vagyis amíg ki nem alakul a Földnek a Holdhoz kötött tengelyforgása. Elméleti számítások szerint a kétféle ciklus hossza a távoli jövőben kb. 55 mai földi napnál éri utol egymást. Az árapály jelenségével kapcsolatos az FGy. 2896. gyakorlat (lásd a KöMaL 1996. évi márciusi számának 178. old.), az FN. 3019. számú nehezebb feladat (KöMaL 1997. évi márciusi számának 185. old.) és az 1990. évi, valamint az 1996. évi Nemzetközi Fizikai Diákolimpia 1–1 feladata.

45 dolgozat érkezett. Helyes 30 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 4, hiányos (1–2 pont) 11 dolgozat.

## CSILLAGÁSZAT

Rovatvezető: Horányi Gábor

### Újdonságok – 6

**Víz a Holdon.** Március 12-én a kutatók bejelentették, hogy a Lunar Prospector (LP) űrhajó bizonyítékot talált arra, hogy a Holdon nagy mennyiségű víz található. Jelezve, hogy e szám csak előzetes becslés, a Holdkutató Intézet vezető kutatója és munkatársai több százmillió tonnára becsülik a Hold pólusainál állandóan árnyékban lévő területeken jég formájában található víz mennyiségét. A bizonyítékot a LP neutron-spektrométere szolgáltatta, amely a különböző mozgási energiával rendelkező neutronokat számlálja. A neutronokat a holdfelszínbe csapódó kozmikus sugárzás részecskéi keltik; ezek az atomokkal való ütközések során fokozatosan elvesztik energiájukat. A lassú neutronok nagyon érzékenyek a protonokkal való ütközésekre. A sarkvidék fölötti elhaladásai során a LP néhány százaléknyi közepes energiájú neutront detektált. A spektrométer tervezője, W. Feldman szerint ennek alapján még csak annyi bizonyos, hogy a holdi pólusokon hidrogén-többlet van. De azt is hozzáteszi, hogy a holdi körülmények között e hidrogént legnagyobb valószínűséggel víz tartalmazhatja. A felfedezés egybevág a Clementine műhold 1994-es radar-észleléseivel, de azok feldolgozása, ellenőrzése még nem fejeződött be, jelenleg is tart.

**Nyugtalanító földsúroló kisbolygó.** Bár ma nem tudunk olyan kisbolygóról, amely a Földdel ütköző pályán halad, mégis van legalább száz, amelyet a Minor Planet Center katalógusa veszélyesnek ítél. E lista célja, hogy a veszélyesnek mondott üstökösök és kisbolygók pályájának utánanézzenek, újraszámolják azokat.

Március 11-én B. Marsden egy új jövevényt jelentett be. Az 1997 XF11-gyel jelölt kisbolygót 1997. december 6-án fedezte föl J. Scotti a Spacewatch program keretében. Az azóta eltelt 3 hónap alatt végzett további megfigyelésekből Marsden kiszámította az 1,4–2,7 km átmérőjű kisbolygó pályáját, és eszerint az 2028. október 26-án mindössze 40 ezer km-re fog elhaladni tőlünk. A számítás viszonylagos pontatlansága ellenére csaknem biztos, hogy a kisbolygó a Holdnál közelebb jut hozzánk. Mivel azonban ezen a pályasík-tartományon nem halad át a Föld, összeütközéstől szerencsére nem kell tartanunk.

**Ősi kráterlánc a Földön.** Földünk kozmikus ütközések számos nyomát viseli. Kutatók most öt ütközés jellegzetességeit összevetve arra a következtetésre jutottak, hogy ezek egyidőben keletkeztek egy szétrobbant üstökös vagy kisbolygó hatására. (Ehhez hasonló esemény volt a Shoemaker–Lewy üstökös Jupiterbe ütközése 1994-ben.) A Nature március 12-i számában három kutató azt mutatta be, hogy ha képzeletben visszamozgatjuk a kontinenseket 214 millió évvel ezelőtti helyzetükbe, akkor a Franciaországban, Kanadában, Ukrajnában és Minnesotában talált ütközési nyomok egy egyenesbe esnek. A legnagyobb kráter átmérője 100 km. E becsapódásoknak valószínűleg szerepük volt az élővilágnak a triász korszak végén történt tömeges pusztulásában, amikor az akkor élt fajok 80%-a tűnt el a Földről.

**A legtávolabbi objektum.** A. Dey és munkatársai a Mauna Kea (Hawaii) tetején levő 10 méteres Keck II távcsővel halvány égitestet észleltek, a 0140+326RD1 jelű galaxist. E fiatal galaxist, amely $z=5{,}34$ vöröseltolódásával átlépi az eddig bűvös határnak számító $z=5$-öt, abban az állapotában láthatjuk, amelyben a világegyetem jelenlegi korának kb. 6%-ánál volt (kb 820 millió évvel az ősrobbanás után). A galaxis közel 90 millió fényévvel van távolabb az eddig legtávolabbinak tekintett objektumnál.

**Makk Péter** és **Szeredi Dániel**
(Veres Péter Gimnázium 8.b.o.),
a Sky and Telescope anyagai alapján

## Naprendszerkutatás

Az eddigi cikkekben mindig valamilyen érdekes jelenség vagy égitesttípus után nyomoztunk. Ezek Naprendszeren túli tartományokba, kozmikus messzeségekbe vezettek minket. Pedig szűkebb kozmikus környezetünkben is nagyon izgalmas dolgok történnek. A felfedezések korát éljük! A bolygókutató űrszondáknak köszönhetően új világok tárulnak fel a szemünk előtt, soha nem látott képeket csodálhatunk meg Naprendszerünk bolygóiról, holdjairól és más objektumairól. A következő címek a legfontosabb kozmikus küldetések honlapjaihoz vezetnek benneteket. Érdemes böngészni a friss híreket szolgáltató oldalakat is, ahonnan elindulva aztán részletesebben utánanézhettek a benneteket jobban érdeklő eseményeknek.

http://www.jpl.nasa.gov – A NASA Sugárhajtás Laboratóriuma (Jet Propulsion Laboratory). Bolygókutató űrszondák a múltban, a jelenben és a jövőben.

http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/discovery.html – A Discovery-program, a NASA új naprendszerkutató jelszavaival: olcsóbban, gyorsabban, jobban!

http://www.jpl.nasa.gov/galileo/ - A Jupiter körül keringő Galileo-űrszonda küldetése, naprakész információkkal. Fantasztikus képek az óriásbolygóról és holdjairól.

http://www.jpl.nasa.gov/cassini - A Szaturnusz felé tartó Cassini-űrszonda honlapja – az igazi izgalmak csak 2004-ben kezdődnek, de érdemes nyomon követni a küldetést.

http://oposite.stsci.edu/pubinfo/pictures.html – A Hubble-űrtávcső Naprendszeren belüli felvételei. Különösen izgalmasak a Marsról és az óriásbolygókról készített fotók.

http://station.nasa.gov/core.html – Az épülő Alfa Nemzetközi Űrállomás honlapja.

http://lunar.arc.nasa.gov/ - A Hold körül keringő Lunar Prospector honlapja. Az első nagy eredmény: égi kísérőnkön vízjég található!

http://mars.jpl.nasa.gov/origindex.html – A Mars meghódítása folyamatosan zajlik! A Mars Pathfinder, a Mars Global Surveyor, a Mars Surveyor 98 és a Mars Surveyor 2001 honlapjaival.

http://mars.webdesign.hu/nav.html – Az előző cím magyar tüköroldala.

http://www.abcnews.com/sections/science/ - Az ABC tudományos hírei – minden fontos tudományos eredmény és esemény rövid, közérthető leírása.

http://www.cnn.com/TECH/space – A CNN tudományos hírein belül külön kategória a csillagászat és az űrkutatás. http://pds.jpl.nasa.gov/planets/ – Egy gyönyörű válogatás a NASA bolygókutató programjai során készített képekből.

http://seds.lpl.arizona.edu/nineplanets/nineplanets/ – A Naprendszer égitesteinek mitológiája, megismerésük története és a legfrissebb tudás, szépséges képek kíséretében – az egyik legjobb Naprendszer válogatás!

http://cass.jsc.nasa.gov/research/stereo_atlas/SS3D.HTM – Egy fantasztikusan izgalmas oldal – a Naprendszer térhatású atlasza!

Ezeket az oldalakat csillagászati szakkörünk is rendszeresen használja őket, és sok fordítást készítünk az itt fellelhető anyagokból. Talán nem bánjátok, hogy a végén a saját címünket is megadjuk: http://www.supernova.akg.hu – az AKG Csillagászati szakköre.

Remélem, a nyár elég lesz arra, hogy alaposan végigböngésszétek ezeket a címeket. Nagy élményekben lesz részetek, de a szép nyári estéken ne felejtsétek megnézni az igazi égboltot! Mindenkinek kellemes szünetet és jó kutatást kívánok!

**Simon Tamás**
(tom@gedeon.akg.hu)

## A mérési feladat megoldása

**192. mérési feladat.** Hogyan függ egy zsebrádió által felvett elektromos teljesítmény attól, hogy milyen hangosan hallgatjuk a rádiót?

Közli: *Radnai Gyula*, Budapest

**Megoldás.** A rádión átfolyó áram és a telepfeszültség megfelelő mérőműszerrel könnyen és viszonylag pontosan meghatározható. A mérés kényes pontja a „hangosság” értelmezése és az ingadozások kiküszöbölése.

Mindenki, aki ténylegesen elvégezte a mérést (és nem csak elméleti fejtegetéseket küldött be), tapasztalhatta, hogy a rádióadás jellegétől (beszéd, beatzene, sportközvetítés stb) függően, illetve egyfajta műsoron belül is erősen ingadozik (fluktuál) a rádió által felvett teljesítmény. Legtöbben úgy oldották meg ezt a kérdést, hogy a rádiót adásmentes „sistergésre” hangolták. Néhány versenyző a készüléket megbontva a megfelelő helyen hanggenerátorral vitt be adott erősségű és frekvenciájú jelet, mások rádió helyett egy mikrofonbemenettel ellátott erősítőn végeztek méréseket.

Bonyolultabb kérdés a „hangosság” mérése. Legtöbben a rádió hangerőszabályzójának állásával (a tekerő-, illetve tológomb helyzetével) értelmezték a hangosságot (természetesen adott erősségű bemenőjelnél). Ez első közelítésben jó módszernek tekinthető, hiszen a rádiókészülékek hangereje nyilván valamilyen egyértelmű (monoton) függvénykapcsolatban áll a gomb helyzetével. (A jobb készülékeken igyekeznek olyan szabályzást megvalósítani, amely az emberi fül nemlineáris, közel logaritmikus „karakterisztikáját” veszi figyelembe.)

Igényesebb, a fizikusok mérési módszereihez közelebb álló eljárással az is megállapítható, hogy a rádió által felvett teljesítmény milyen kapcsolatban áll a hangszóró által kisugárzott teljesítménnyel, vagy egy adott helyen észlelhető hangnyomással. *Lazányi János* (Debrecen, KLTE. Gyak. Gimn., 12. évf.) a hangszórót egy „műterheléssel” helyettesítette, és az azon eső feszültségből, illetve a rajta átfolyó áramból számította ki a kimenő teljesítményt. (Eljárása azt a kérdést veti fel, hogy vajon a hangszóró hatásfoka mennyire tekinthető állandónak.) *Lukács Árpád* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 11. évf.) a beszéd hangerejének táblázatokból kiolvasható (decibelben megadott) mérőszámaival jellemezte a hangosságot (pl. épphogy hallható hangok, halk beszéd, normális beszélgetés, kiabálás stb).

*Sarlós Ferenc* (Baja, III. Béla Gimn., 12. évf.) a következő módszerrel mérte a hangerőt (a hangszóró által leadott teljesítményt). A hangerőszabályzót addig tekerte, míg egy adott távolságban levő megfigyelő éppen meghallotta az elhangolt rádió sistergését. A méréseket 30 perce működő rádióval végezte, hogy bemelegedési effektusokkal ne kelljen számolni, továbbá a mérés alatt a hangszórót rendszertelen időközökben hangelnyelő akadállyal eltakarta, mert a szaggatott hang jobban érzékelhető. A mérés kiértékelésénél feltételezte, hogy a hang intenzitása a hangforrástól való távolság négyzetével fordított arányban csökken. (Ez akkor jogos feltevés, ha a levegő az adott mérés körülményei között nem nyel el jelentős mértékben energiát, továbbá a falakról való visszaverődés nem számottevő.) A hangteljesítmény (valamilyen önkényesen választott egységben mért értékének) logaritmusát képezve azt tapasztalta, hogy az közel lineárisan függ a rádió által felvett teljesítménytől. A mérés hibáját a feszültség, az áram és a távolság mérésének hibájából kb. 15 %-osnak becsülte.

47 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Sarlós Ferenc. Kicsit hiányos (5 pont) Császár Balázs, Darabos Andrea, Friedl Zita, Hegedűs Ákos, Ivády Balázs, Lazányi János, Lukács Árpád, Pásztory L. Péter és Tamás Levente dolgozata. Hiányos (2–4 pont) 28, értékelhető mérési eredményt nem tartalmaz 8, név nélküli 1 dolgozat.

## Fizikából kitűzött gyakorlatok és feladatok

**198. mérési feladat.** Határozzuk meg, hány szénatom található különböző keménységű grafitceruzákkal húzott vonal 1 mm-es hosszán!

Közli: *Szabó Endre,* Révkomárom (Szlovákia)

**FGy. 3160.** Egy tégla magassága 15 cm, sűrűsége 2,5 kg/dm$^3$. Legfeljebb milyen magas falat építhetünk ebből a téglából a 0,5 MPa nyomással terhelhető alapzatra? A téglák közötti habarcsréteg vastagsága 1,5 cm, sűrűsége 1,5 kg/dm$^3$.

Közli: *Holics László,* Budapest

**FGy. 3161.** Bizonyos növények virágzásuk idején jelentősen felmelegednek, hőtermelésükért e növények különleges virágzata felelős. Egy ilyen növényt 18 J$/K$ hőkapacitású hőszigetelt edénybe helyezve azt tapasztaljuk, hogy a bezárt 20 °C-os levegő hőmérséklete 40 másodperc alatt 25 °C-ra nő. Nagyon gyors szellőztetés után a most újra 20 °C-os levegőnek már csak 30 másodperc kell az 5 °C-os hőmérsekletemelkedéshez. Mennyi a virág hőtermelő teljesítménye?

Közli: *Simon Péter,* Pécs

**FGy. 3162.** Viszonylag nagy belső ellenállású, 9 V elekromotoros erejű telepre három sorbakapcsolt voltmérőt kötünk. Az egyik voltmérő 2,4 V-ot, a másik 2,9 V-ot, a harmadik 3,6 V-ot mutat. Mit mutatnak a voltmérők, ha azokat párhuzamosan kapcsoljuk a telepre?

Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

**FGy. 3163.** Egy inga a mögötte elhelyezett skála 10. és 30. osztása között leng. Az ingáról készített fényképen az inga elmosódott képe a skála 18. osztásától a 25. osztásig húzódik. Mekkora volt az expozíciós idő, ha az inga lengésideje 1,73 másodperc?

Közli: *Tichy-Rács Ádám,* Budapest

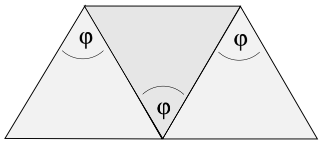
**FGy. 3164.** Vízszintes asztalon „visszafelé" pörgő pingponglabda középpontjának kezdősebessége 3 m/s, forgásának kerületi sebessége kezdetben 9 m/s. A súrlódási együttható 0,2.

*a*) Mennyi idő múlva ér vissza a labda az asztalon arra a helyre, ahonnan elindult?

*b*) Milyen sebességek esetén fog megállni a labda az asztalon, ahelyett, hogy visszaindulna?

(Vékony gömbhéj tehetetlenségi nyomatéka $\frac{2}{3}mr^2$.)

Közli: *Dombi Gábor Ferenc,* Szolnok, Verseghy F. Gimn.

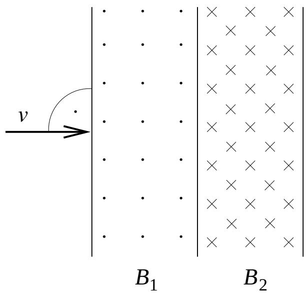



**FF. 3165.** Egyenes látású prizmát készítünk három egymás mellé helyezett, $\varphi=60^\circ$ törőszögű prizmából. Egy meghatározott hullámhosszú fény 30°-os beesési szöggel érkezik az első prizmára, és a beesési iránnyal párhuzamos irányban hagyja el a harmadik prizmát. A két szélső prizma 1,44 törésmutatójú üvegből készült. Mennyi a középső prizma anyagának törésmutatója?

Közli: *Pozárik Péter,* Budapest

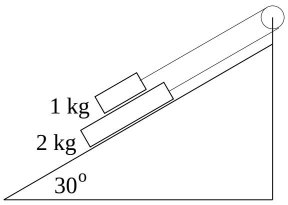
**FF. 3166.** Az *ábrán* látható mágneses mező két homogén részből tevődik össze. Az első térrész szélessége 5 cm, az itteni indukcióvektor nagysága 0,001 T, a másik szintén 5 cm szélességű, de itt az indukcióvektor iránya az előzővel ellentétes, nagysága pedig 0,002 T. Legalább mekkora a sebessége annak az elektronnak, amelyik az *ábrán* megjelölt irányból érkezve át tud hatolni a mágneses mezőn? Mennyi időt tölt egy ilyen elektron a mágneses mezőben?

Közli: *Varga István,* Békéscsaba




**FF. 3167.** Átlagosan mekkora teljesítményt vezet el az $A$ amplitúdójú, $f$ frekvenciájú rezgéseket végző testről a hozzá erősített feszes kötél, amelyben a rugalmas hullámok terjedési sebessége $c$, egységnyi hosszának tömege $\varrho$.

Közli: *Bakonyi Gábor,* Budapest



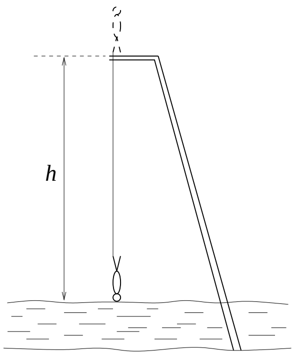

**FF. 3168.** 30°-os rögzített lejtőre helyezünk egy 2 kg-os hasábot, majd a tetejére egy 1 kg-osat, melyeket az *ábrán* látható módon csigán átvetett fonállal kötünk össze. A két test között a súrlódási együttható 0,1, az alsó test és a lejtő között 0,2. Mekkora a testek gyorsulása, és mekkora a fonálban ébredő erő?

Közli: *Honyek Gyula,* Budapest

**FF. 3169.** A Balatonon egy $h=25$ m magas toronyból végrehajtott „halálugrás” során a $h_0=2$ m magas személy lábára a toronyhoz rögzített rugalmas kötél másik végét kötik. A személy függőleges helyzetében kezdősebesség nélkül zuhanni kezd. A kötél hosszát és rugalmasságát úgy választották meg, hogy a leérkező személy sebessége akkor csökkenjen nullára, amikor a feje éppen eléri a víz felszínét. Az ugrás befejezésekor úgy függ a rugalmas kötélen, hogy a feje 8 m magasan van a víz felett.

*a*) Határozzuk meg a nyújtatlan kötél hosszát!

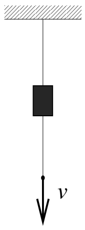
*b*) Mekkora volt az ugrás során a legnagyobb sebesség és a legnagyobb gyorsulás?




Közli: *Kotek László,* Pécs

**FN. 3170.** Ismert a következő kísérlet: Két azonos fonál között felfüggesztünk egy testet. Ha az alsó fonalat lassan meghúzzuk, a felső fonál szakad el. Ha gyorsan rántjuk meg, akkor az alsó szakad el.

Legyen a test tömege $m=0{,}2$ kg, a fonalak direkciós ereje $D=1000$ N/m, legnagyobb teherbírásuk $F_{\max}=6mg$. Melyik fonál szakad el, ha az alsó fonál végét *a*) $v=0{,}15$ m/s, *b*) $v=0{,}28$ m/s, *c*) $v=0{,}40$ m/s, *d*) $v=0{,}80$ m/s sebességgel húzzuk?




Közli: *Bihary Zsolt,* Budapest

A fizika feladatok megoldásai a következő címre küldendők:

**Eötvös Loránd Fizikai Társulat, KöMaL feladatok**

**Budapest, Pf. 433. 1371**

A beküldési határidő: **1998. június 11.**

## Physics

**Experimental problem 198.** Determine the number of carbon atoms per millimetre on lines drawn with pencils containing graphite leads of various hardness.

**New exercises: 3160.** The height of a brick is 15 cm, its density is 2.5 g/cm$^3$. What is the maximum possible height of a wall built out of such bricks of the pressure at the base is not to exceed 0.5 MPa? The thickness of the mortar layer between the bricks is 1.5 cm and its density of 1.5 g/cm$^3$. **3161.** The temperature of some plants rises considerably when they are in blossom. A plant of that kind is put in a thermally insulated vessel with a heat capacity of 18 J/K. Initially, the temperature of the air enclosed is 20 °C, and it rises to 25 °C in 40 seconds. Then, after a quick airing, it only takes 30 seconds to raise the temperature from 20 °C to 25 °C again. Find the heat generating power of the plant. **3162.** A series combination of three voltmeters is connected across the poles of a battery with relatively large internal resistance and an electromotive force of 9 V. One voltmeter reads 2.4 V, the other reads 2.9 V and the third one reads 3.6 V. What will the same voltmeters read if they are connected to the battery in parallel?

# ÁRA: 170 Ft

**Phyisics** (continued)

**3163.** A pendulum swings in front of a scale between the divisions marked 10 and 30. In photograph of the pendulum, the blurred image covers the region between the marks of 18 and 25. Find the time of exposition if the period of the pendulum is 1.73 seconds. **3164.** The initial speed of the centre of a ping pong ball spinning "backwards" on a level tabletop is 3 m/s, and the tangential speed of its rotation os 9 m/s initially. The coefficient of friction is 0.2. a) Find the time it takes the ball to get back to its starting position. b) For that speeds will the ball come to rest on the table instead of coming back? (The rotational inertia of a thin spherical shell if $\frac{2}{3}mr^2$.

**New problems: 3165.** A direct-vision prism is made out of three prisms, each with a refracting angle of $\varphi=60^\circ$, attached to each other as shown in the figure. Light of a certain wavelength is incident on the first prism. The angle of incidence is $30^\circ$ and the ray leaves the third prism parallel to the direction of incidence. The refractive index of the glass of the first and third prisms is 1.44. Find the refractive index of the material of the middle prism. **3166.** The magnetic field shown in the figure consists of two uniform regions. The width of the first part is 5 cm, and the magnetic induction here is 0.001 T. The width of the other part is also 5 cm, with the direction of the induction being opposite in direction and 0.002 T in magnitude. What should be the minimum speed of the electron arriving from the direction indicated in the figure so that it can pass through the magnetic field? How much time does such an electron spend in the magnetic field? **3167.** Find the average power drawn out of an object oscillating at a frequency $f$ with an amplitude $A$ by a taut string attached to it, in which the speed of elastic waves is $c$ and its mass per unit length is $\mu$. **3168.** A 2-kg block is placed in an inclined plane enclosing a $30^\circ$ angle with the horizontal, and a 1-kg block is placed on top of it. The two of them are connected by a thread wrapped over a pulley as shown in the figure. The coefficient of friction between the blocks in 0.1 and 0.2 between the lower block and the slope. Find the acceleration of each block and the tension in the thread. **3169.** A person of height $h_0=2$ m is doing bungy jumping from a tower of $h=25$ m over the lake Balaton. One end of an elastic rope is attached to his foot and the other end is fixed in the tower. He starts falling from rest in vertical position. The length and elastic properties of the rope are chosen so that the speed of the descending person should decrease to zero at the instant when his head reaches the surface of the water. At the end the person is hanging from the rope with his head 8 m over the water. a) Find the unstretched length of the rope. b) Find the maximum speed and the maximum acceleration during the jump. **3170.** Consider the following well-known experiment: There is an object suspended from a thread and having an identical string attached to the bottom. If the lower string is pulled slowly, the upper one will break. If it is jerked abruptly, it is the lower string that will break. Let the mass of the object be $m=0.2$ kg. Let the force constant of the strings be $D=1000$ N/m and let the maximum tension they can withstand be $F_{\max}=6mg$. Which string will break if the lower end is pulled with a speed of a) 0.15 m/s, b) 0.28 m/s, c) 0.40 m/s, d) 0.80 m/s.

**Előfizetési díj egy évre: 1490 Ft.**
**A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok megrendelhető az Eötvös Loránd Fizikai Társulatnál levélben (Budapest 1371, Postafiók 433) vagy telefaxon: 201–8682.**
**A kiadó címe: Budapest, Fő u. 68. II. emelet 241. 1027; Telefon, fax: 201–8682**
**A szerkesztőség címe: Budapest, Rákóczi út 5. II. emelet 206. 1088; Telefon: 266–9833/2108, 2117**
**Levélcím (address): Budapest, Postafiók 47, 1255**

**E-mail: SZERK@KOMAL.ELTE.HU INTERNET: HTTP://WWW.MATH.ELTE.HU/KOMAL/**

**This journal can be ordered from abroad at Roland Eötvös Physical Society, Budapest, P.O.B. 433, H–1371, HUNGARY. Telephone, telefax: +36 (1) 201–8682**