Beszámoló az 1997. évi Eötvös versenyről

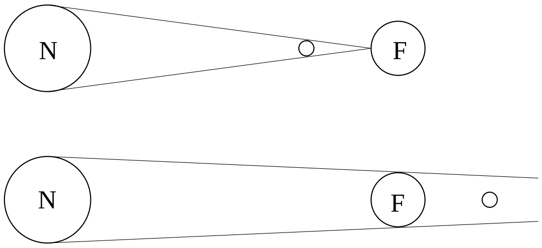
1. *Magyarországon* 1997. *szeptember* 16*-án este holdfogyatkozást lehetett megfigyelni. Negyed* 10*-től negyed* 11*-ig tartott a teljes holdfogyatkozás, vagyis ekkor tartózkodott a Hold teljes egészében a Föld teljes árnyékában.*

a) *A holdfogyatkozás általában hosszabb ideig tart, mint a napfogyatkozás. Miért?*

b) *Feltételezve, hogy a Hold a Föld körül és a Föld a Nap körül körpályán kering, valamint elhanyagolva a Föld légkörének optikai hatását, határozzuk meg, hogy legfeljebb mennyi ideig tarthat egy teljes holdfogyatkozás! A Földről a Hold és a Nap egyaránt* $0{,}5^\circ$ *látószögben látszik; a Föld látószöge a Holdról nézve* $1{,}83^\circ$. *(Hogyan befolyásolná az eredményt, ha figyelembe vennénk, hogy az említett pályák inkább ellipszisek, mint körök?)*

c) *A valóságban teljes holdfogyatkozáskor sem tűnik el teljesen a Hold az égről, hanem vöröses színben, halványan világít. Miért?*

Radnai Gyula



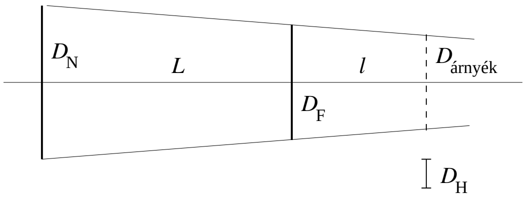
1. ábra. Napfogyatkozás, illetve holdfogyatkozás

Megoldás. a) A napfogyatkozás addig tart, amíg a Hold eltakarja a Napot. Ha a két látószög egész pontosan megegyezne, akkor erre csak egy pillanatig kerülhetne sor, s az a pont, ahonnan teljes napfogyatkozást lehet látni, gyorsan végigsuhanna a forgó Földön (*1. ábra*). A valóságban a két látószög nem pontosan egyezik meg, és időben is változik (az ellipszispályák miatt), ezért a teljes napfogyatkozás szerencsés esetben akár néhány percig is tarthat a Föld bizonyos helyein.

A holdfogyatkozás addig tart, amíg a Hold a Föld árnyékkúpjában tartózkodik. Mivel a Föld árnyéka a Hold távolságában is még csaknem háromszor olyan széles, mint a Hold átmérője, a holdfogyatkozás egy órán át is tarthat, amint a feladatban is idézett példa mutatja. A teljes holdfogyatkozás annál tovább tart, minél közelebb halad a Hold a Föld árnyékának közepéhez. Maximális esetben éppen áthalad az árnyékkúp közepén, ezt az esetet kellett a b) kérdésben megvizsgálni.

Érdemes felfigyelni arra, hogy amikor a Földön holdfogyatkozás van, akkor a Holdon éppen napfogyatkozás, ezért az a) kérdést úgy is fel lehetne tenni, hogy a napfogyatkozás miért tart általában hosszabb ideig a Holdon, mint a Földön. A fő ok ténylegesen az, hogy a Föld nagyobb, mint a Hold.

b) Az *2. ábrán* a valóságos arányokat eltorzítva, a lényeges távolságokat kiemelve tanulmányozhatjuk a maximális időtartamú teljes holdfogyatkozást, amikor is a Hold pályája áthalad az árnyékkúp tengelyén. A Nap, a Föld és a Hold átmérőjén kívül feltüntettük (szaggatott vonallal) annak az árnyékkörnek az átmérőjét is, amelyen a Hold végighalad. A Nap–Föld távolságot L-lel, a Föld–Hold távolságot l-lel jelöltük.



2. ábra

Felhasználva két háromszög hasonlóságát, a megfelelő oldalak arányára felírhatjuk:

$$\frac{D_F - D_{\text{árnyék}}}{2} : l = \frac{D_N - D_F}{2} : L.$$

Ebből fejezzük ki az árnyék átmérőjét:

$$D_{\text{árnyék}} = D_F - \frac{l}{L} D_N.$$

A Hold $\Delta s = D_{\text{árnyék}} - D_H$ utat tesz meg, amíg teljes egészében az árnyékkúp belsejében tartózkodik. Sebessége $v = l\omega$, ahol ω jelenti a Hold szögsebességét a Föld körüli keringése közben. Így a teljes holdfogyatkozás maximális ideje:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{D_{\text{árnyék}} - D_H}{l \cdot \frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{2\pi}\left(\frac{D_F}{l} - \frac{D_N}{L} - \frac{D_H}{l}\right).$$

Felhasználva, hogy a Hold kereken 30 nap alatt kerüli meg a Földet, és behelyettesítve a feladatban fokokban megadott látószög adatokat:

$$\Delta t = \frac{30 \cdot 24\ \text{h}}{360^\circ}(1{,}83^\circ - 0{,}5^\circ - 0{,}5^\circ) = 1{,}66\ \text{h}.$$

Legfeljebb ennyi ideig tarhat egy teljes holdfogyatkozás.

Hogyan befolyásolná az eredményt, ha figyelembe vennénk, hogy az említett pályák inkább ellipszisek, mint körök? Ebben az esetben figyelembe kellene vennünk, hogy a Nap látószöge a Földről nézve 0,52° és 0,54° között változik, míg a Hold látószöge a Földről nézve 0,49° és 0,55° között változik. (A 0,5° tehát mindkét esetben kerekített érték volt.) A holdpálya excentricitása miatt a Föld látószöge is változik a Holdról nézve, mégpedig 1,8° és 2,0° között. (A feladatban szereplő 1,86° tehát nem átlagérték, hanem a 0,50°-os Hold-látószögnek megfelelő érték volt.)

Az ellipszispályák figyelembe vétele azonban nemcsak a látószögeket módosítja, hanem a Hold v sebességét is! A látószögek szempontjából optimális eset az, amikor

1. a Föld naptávolban tartózkodik (az árnyékkúp a legkevésbé „keskenyedik”);

2. a Hold földközelben tartózkodik (az árnyékkör a lehető legnagyobb).

Ez utóbbi esetben azonban a Hold sebessége is a lehető legnagyobb, s ez csökkenti az áthaladási időt. Ennek ellenére a fenti két feltétel teljesülése esetén lesz a teljes holdfogyatkozás ideje maximális (körülbelül 115 perc).

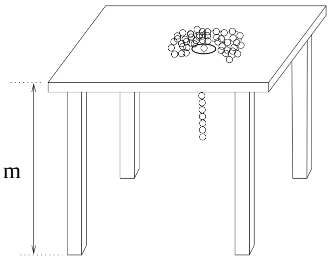
Ebben az évezredben a leghosszabb holdfogyatkozást 2000. július 16-án lehet még majd megfigyelni – sajnos nem nálunk, hanem Ázsia keleti és déli részén, valamint Óceániában. Ideje 108 perc lesz.

c) A Föld légköre megtöri a fényt; a fénynek azt a részét, amely át tud haladni rajta, mint valami enyhén gyűjtő lencse, a geometriai árnyéktérbe irányítja. A fénynek a legnagyobb része azonban nem halad át a légkörön, hanem áthaladás közben fokozatosan „kiszóródik”. A fényszórás legjelentősebb a rövid hullámhosszú fényekre, ezért látszik az ég a földről nézve kéknek. Az űrhajósok is kéknek látják, így kapta Földünk a „kék bolygó” nevet. Még leginkább a leghosszabb hullámhosszú vörös fénynek van esélye arra, hogy át tud haladni a légkörön, s egy halvány, vöröses derengést ad a geometriai árnyéktérben lévő Holdnak.

Megjegyzések. 1. A Hold keringési ideje a Földről nézve 29,5 nap. Az állócsillagokhoz képest azonban csak 27,3 nap, mivel a Föld is kering a Nap körül.

$$\frac{1}{27{,}3} - \frac{1}{365{,}25} = \frac{1}{29{,}5}.$$

2. Nem vettük figyelembe, hogy a Hold keringési síkja kb. 5°-os szögben hajlik a Föld keringési síkjához (az ekliptikához) képest, s nem vettünk figyelembe még számos, az eredményt csak csekély mértékben módosító hatást. Néhány évvel ezelőtt például egy óriási tűzhányó-kitörés annyi port juttatott a légkör felsőbb részeibe, hogy utána a Hold az árnyéktérben egészen más színűnek látszott, mivel a por a vörös fényt is részben elnyelte, részben kiszórta a légkörből. Az 1997. szeptember 16-i holdfogyatkozáskor ennek a vulkáni hamunak a hatását nem lehetett észrevenni.



3. ábra

2. *Egy* 1 *méter magas asztal lapjának közepén lyuk van. A lyuk közvetlen környezetében az asztallapon lazán elhelyeztünk egy* 1 *méter hosszú, vékony aranyláncot. Ennek egyik végét a lyukon keresztül kicsit meghúzzuk, majd elengedjük. A lánc egyre növekvő sebességgel szalad le a lyukon át. (Feltételezhetjük, hogy a lánc nem gubancolódik össze. A súrlódás és a légellenállás elhanyagolható.)*

Mennyi idő alatt ér a lánc egyik, illetve másik vége a földre?

Gnädig Péter

Megoldás. Jelöljük L-lel az asztal magasságát, ami éppen megegyezik a lánc teljes hosszával (a feladatban $L=1$ m). Tekintsük azt a pillanatot, amikor a lánc függőleges, mozgásban lévő része x hosszúságú. Jelöljük m-mel ennek a darabnak a tömegét, és írjuk fel rá a dinamika alaptörvényét! Persze, figyelembe kell vennünk, hogy most m nem állandó, hanem időben változik, ezért:

$$mg = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = m\frac{\Delta v}{\Delta t} + \frac{\Delta m}{\Delta t}v.$$

Átrendezve, a következőt kapjuk:

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = mg - \frac{\Delta m}{\Delta t}v.$$

A bal oldalon $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a$ miatt a pillanatnyi tömeg és gyorsulás szorzata áll. A jobb oldalon felhasználhatjuk, hogy $\Delta m = \frac{m}{x}\Delta x$, így

$$ma = mg - \frac{m}{x}\frac{\Delta x}{\Delta t}v.$$

Mivel $\frac{\Delta x}{\Delta t}=v$, m-mel való osztás után kapjuk:

$$a=g-\frac{v^2}{x}.$$

Ez az izgalmasan egyszerű összefüggés jelzi, hogy a lánc mozgásban lévő részének gyorsulása g-nél mindenképp kisebb, s mivel v és x is változik időben, feltehetően a gyorsulás sem marad állandó. Ennek ellenére próbáljuk ki, hátha mégis állandó a gyorsulás, hiszen lehet, hogy a v^2/x kifejezés „véletlenül" nem függ az időtől! Próbaképpen helyettesítsük be v és x helyére a zérus kezdősebességű, egyenletesen gyorsuló mozgás sebességének és a megtett útnak időtől függő képleteit:

$$\frac{v^2}{x}=\frac{(at)^2}{\frac{a}{2}t^2}=2a=\text{állandó, ha } a=\text{állandó!}$$

Így hát a lánc egyenletesen gyorsuló mozgással szalad le a lyukon át. Számítsuk ki a gyorsulását:

$$\begin{aligned} a&=g-2a,\\ 3a&=g,\\ a&=\frac{g}{3}. \end{aligned}$$

Ha a lánc t_1 idő alatt fut le az asztalról, akkor a legelöl futó láncszem t_1 idő alatt $g/3$ gyorsulással tesz meg L utat, ezért

$$t_1=\sqrt{\frac{2L}{a}}=\sqrt{\frac{6L}{g}}=0{,}78\ \text{s}.$$

A lánc egyik vége tehát 0,78 s alatt ér le a földre. Mennyi idő alatt ér le a másik? Amikor a lánc alsó vége eléri a földet, abban a pillanatban az egész lánc függőleges, és akkora sebességgel mozog, amekkora a legalsó láncszem végsebessége:

$$v_1=at_1=\frac{g}{3}\sqrt{\frac{6L}{g}}=\sqrt{\frac{2}{3}Lg}=2{,}56\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ettől kezdve az egész lánc szabadon esik. A legfelső láncszem v_1 kezdősebességgel, g gyorsulással tesz meg L utat. Jelöljük az ő esési idejét t_2-vel, akkor felírhatjuk:

$$L=v_1t_2+\frac{1}{2}gt_2^2.$$

Ebbe behelyettesítve $v_1=\sqrt{\frac{2}{3}Lg}$ értékét, a t_2-re adódó másodfokú egyenletet megoldva kapjuk:

$$t_2=\sqrt{\frac{2L}{3g}}=0{,}26\ \text{s}\ \left(=\frac{t_1}{3}\right).$$

Ez a láncvég tehát a folyamat kezdetétől számítva

$$t_1+t_2=\frac{4}{3}t_1=1{,}04\ \text{s}$$

múlva fog földet érni.

Megjegyzések. 1. Sok hibás megoldás abból indult ki, hogy mivel „a súrlódás és a légellenállás elhanyagolható”, ezért a lánc mechanikai energiája állandó marad. Ebben az esetben az a sebesség, amivel a lánc alsó vége eléri a földet, az energiatétel felhasználásával a következőképp adódna:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mg\frac{L}{2},$$

mivel a lánc tömegközéppontja $\frac{L}{2}$-vel van mélyebben abban a pillanatban, amikor az egész lánc függőlegesen mozog. A fenti összefüggés azonban nem helyes! Ha behelyettesítjük v_1 helyébe a helyes megoldásban kapott értéket, ezt kapjuk:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{\frac{2}{3}Lg}\right)^2 = mg\frac{L}{3} < mg\frac{L}{2}.$$

Hová tűnt, mikor veszett el az energia $\frac{1}{3}$ része? Akkor, amikor egy-egy láncszemet a már mozgó másik lerántott az asztalról; a rugalmatlan ütközések során disszipálódott a mechanikai energia egy része.

2. A közölt helyes megoldással azonos eredményre vezet az a gondolat is, hogy az M tömegű lánc $\frac{M}{L}\Delta s = \frac{M}{L}v\Delta t$ tömegű darabkáját Δt idő alatt v sebességre gyorsítja fel a lánc v sebességgel mozgó $m = \frac{M}{L}x$ tömegű része, amikor „magával rántja” az asztalról. Ennek az erőnek a nagysága:

$$\frac{\left(\frac{M}{L}\cdot v\cdot\Delta t\right)v}{\Delta t} = \frac{M}{L}v^2.$$

Ugyanekkora nagyságú, de ellentétes irányú erőt fejt ki a felgyorsuló láncszem („láncdarabka”) a már mozgó, m tömegű részre! Így felírhatjuk:

$$ma = mg - \frac{M}{L}v^2.$$

Behelyettesítve $m = \frac{M}{L}x$ kifejezését, kapjuk:

$$\frac{M}{L}xa = \frac{M}{L}xg - \frac{M}{L}v^2,$$

azaz

$$a = g - \frac{v^2}{x}.$$

3. Feltételezve, hogy az M tömegű lánc n darab láncszemből áll, ahol két láncszem közötti lazaság (szabad elmozdulás) $\varepsilon = \frac{L}{n}$, a fenti helyes eredmény $n\to\infty$ határértékben adódik.

4. Felsőbb matematikai módszerekkel megadható az

$$a = g - \frac{v^2}{x}$$

differenciálegyenlet teljes megoldása $t=0$, $v=0$, $x=x_0$ kezdőfeltételek ($x_0 \ll L$) esetén. A megoldás aszimptotikusan közelít a heurisztikusan talált $a = \frac{g}{3} =$ állandó esethez.

3. *Egy vákuumkamrában lévő hosszú, egyenes, nagyon jó vezetőképességű huzalban* 10 A *erősségű áram folyik. A huzaltól* r_1 *távolságban lévő pontból* v_0 *kezdősebességű elektronok indulnak el a huzal felé, rá merőlegesen, de ezek az elektronok csak* $r_0/2$ *távolságra képesek megközelíteni a huzalt. Mennyi lehet* v_0 *értéke? (A földi mágneses tér hatásától eltekinthetünk.)*

Varga István

I. megoldás. Ha eddig nem jutott volna eszünkbe, ez az utolsó, zárójelbe tett mondat figyelmeztet, hogy az áram mágneses terének hatását kell figyelembe vennünk. (Az áramvezetőnek van elektromos tere is, a nagyon jó vezetőképességű huzalban azonban a térerősség a huzal belsejében és környezetében is kicsi, ennek hatása most elhanyagolható.)

A mozgó töltésre a mágneses tér mindig olyan erőt fejt ki, ami a sebességre merőleges. Ez el tudja téríteni, el tudja kanyarítani az elektront, de nem tudja megváltoztatni a sebesség nagyságát. Helyről helyre változó mágneses térben szeszélyesen kanyargó pályát írhat le az elektron, de közben sebességének nagysága végig ugyanakkora marad! A makroszkópikus testek mozgásait vizsgálva nemigen találunk hasonlót. Még leginkább egy enyhén lejtő, szeszélyesen kanyargó folyó mozgása hasonlít az inhomogén mágneses térben kanyargó elektronsugárra, de az elektronsugár térbeli, háromdimenziós alakja jóval bonyolultabb lehet, mint a síkságon kanyargó folyóé.

A feladatban megadott esetben az elektronok pályája szerencsére csak két dimenziós (síkgörbe) lesz, mivel az elektron végig benne marad a kezdőponton és az áramvezetőn átfektethető síkban. Ennek az az oka, hogy kezdetben az elektron ebben a síkban indul el v_0 kezdősebességgel, a rá ható erő pedig végig merőleges lesz mind a sebességre, mind az előbbi síkra merőleges mágneses indukció vektorra. Igaz, a **B** vektor nagysága változik, egyre nagyobb lesz, ahogy az elektron közelebb és közelebb kerül az áramvezetőhöz, de ez csak azt eredményezi, hogy az elektron egyre erősebben kanyarodik.

Az, hogy az r_0 távolságból induló elektron $r_0/2$ távolságra tudja megközelíteni a huzalt, azt jelenti, hogy $r_0/2$ távolságban a pályagörbe már úgy elkanyarodott, hogy az elektron az áramvezetővel párhuzamosan mozog. Azután kanyarodik tovább, és már távolodik is az áramvezetőtől.

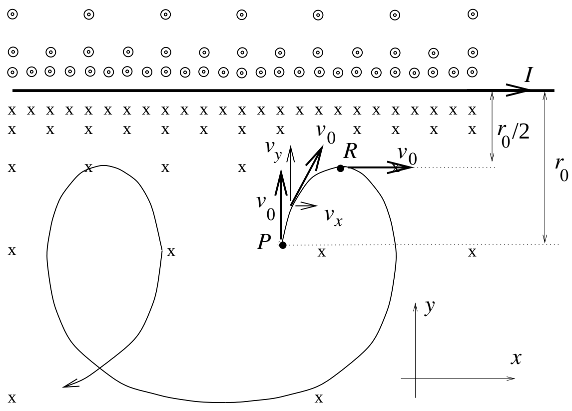
Az elektron a *4. ábrán* látható P pontból indul az I árammal átjárt egyenes vezető felé, rá merőlegesen v_0 kezdősebességgel.

A helyről helyre változó **B** indukcióvektorú mágneses térben **v** sebességgel mozgó Q töltésű elektronra ható mágneses Lorentz-erő: $\mathbf{F}=Q(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$. Tekintsük ennek x komponensét:

$$F_x = Qv_yB,$$

$$m\frac{\Delta v_x}{\Delta t} = Q\frac{\Delta y}{\Delta t}B,$$

$$m\Delta v_x = Q\Delta yB.$$



4. ábra

Az I árammal átjárt egyenes vezető mágneses tere, tőle r távolságban:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\,\frac{I}{r}.$$

Helyettesítsük be ezt a kifejezést a fenti mozgásegyenletbe, és használjuk fel, hogy a választott koordináta-rendszerben $\Delta y = -\Delta r$:

$$m\Delta v_x = Q\frac{\mu_0}{2\pi}I\frac{-\Delta r}{r}.$$

Ez az összefüggés az elektron pályájának bármely kis Δs ívhosszúságú darabjára fennáll. Osszuk fel gondolatban a pálya PR ívét ilyen kis Δs darabokra! Képzeljük el, hogy mindegyikre felírunk egy ilyen összefüggést, azután a kapott egyenleteket adjuk össze! Ezt így jelölhetjük:

$$\sum_P^R m\Delta v_x = \sum_P^R Q\frac{\mu_0}{2\pi}I\frac{-\Delta r}{r}.$$

Az állandó tényezőket kiemelve kapjuk:

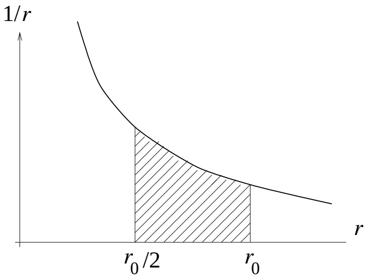
$$m\sum_P^R \Delta v_x = Q\frac{\mu_0}{2\pi}I\sum_P^R\frac{-\Delta r}{r}.$$

A bal oldalon álló összeg:

$$\sum_P^R \Delta v_x = v_0,$$

mivel a P kezdőpontban a sebesség x komponense zérus, az R pontban pedig v_0. A jobb oldalon álló összeg:

$$\sum_P^R\frac{-\Delta r}{r} = \sum_{r_0}^{r_0/2}\frac{-\Delta r}{r} = \sum_{r_0/2}^{r}\frac{\Delta r}{r}.$$



5. ábra

Ennek értékét becsléssel határozzuk meg. A *5. ábrán* bevonalkázott területet kell meghatároznunk. Ha ezt trapézzal közelítjük, a trapéz területe:

$$T = \frac{r_0}{2}\,\frac{\frac{1}{r_0}+\frac{2}{r_0}}{2} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

A görbe alatti terület azonban kisebb, mint a trapéz területe, vegyük közelítőleg 0,7-nek. Így végül az alábbi egyenlethez jutottunk:

$$mv_0 \approx Q\frac{\mu_0}{2\pi}I\cdot 0{,}7.$$

Ebből fejezzük ki v_0-t, majd helyettesítsük be az ismert, illetve a megadott értékeket:

$$v_0 \approx \frac{Q}{m}\frac{\mu_0}{2\pi}I\cdot 0{,}7,$$

$$v_0 \approx 1{,}76\cdot 10^{11}\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}\cdot 2\cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\cdot 10\ \mathrm{A}\cdot 0{,}7,$$

$$v_0 \approx 2{,}46\cdot 10^{5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Az elektronokat tehát mintegy 250 km/s sebességgel kell kilőni r_0 távolságból, hogy $r_0/2$ távolságra megközelítsék a 10 A-es árammal átjárt egyenes vezetőt.

Megjegyzések. 1. Nagy vagy kicsi a kapott sebesség? Makroszkópikus, földi testek sebességéhez képest nagy: az első kozmikus sebesség is csak mintegy 8 km/s, s a Naprendszer elhagyásához is elég egy 20 km/s-nál kisebb sebesség. A fény sebességéhez képest viszont kicsi, hiszen az 300 ezer km/s. Ezért is lehetett a relativisztikus tömegnövekedéstől eltekinteni a feladat megoldása során. Még a katódsugárcsőben (TV, oszcilloszkóp, elektronmikroszkóp) futó elektronok sebességéhez képest is kis sebességet kaptunk, hiszen már kb. 0,2 V gyorsító feszültség hatására elérik az elektronok ezt a sebességet.

2. A feladat megoldása során elegendő volt a Lorentz-erő x komponensét megvizsgálni. Mire jutnánk az y komponens vizsgálatával? Nem sokra, mivel ez a sebesség x komponensétől függ, s az x koordinátát csak közvetve, a pálya egyenletét ismerve lehet összekapcsolni r-rel, amitől $\mathbf{B}$ függ. A pálya görbületét azonban megkaphatjuk a Lorentz-erő nagyságából.

$$m\frac{v_0^2}{\varrho}=Qv_0B,$$
$$\frac{1}{\varrho}=\frac{Q}{m}\frac{B}{v_0}=\frac{Q}{m}\frac{1}{v_0}\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}.$$

3. A versenyzők közül jó néhányan tudták az $\frac{1}{r}$ függvényt integrálni, ők pontosan is meghatározták a görbe alatti területet:

$$\int_{r_0}^{\frac{r_0}{2}}\frac{-dr}{r}=\Big[\ln r\Big]_{\frac{r_0}{2}}^{r_0}=\ln 2\approx 0{,}6931.$$

Nem is olyan rossz a 0,7-es becslés!

4. Az elektron pályagörbéjének több érdekes tulajdonságát lehet még felfedezni. Az egyik ilyen érdekesség az, hogy az r_0-ról így kilőtt elektron nemcsak hogy $r_0/2$-re tudja megközelíteni az áramvezetőt, de nem is tud $2r_0$-nál messzebb eltávolodni tőle. Általában, ha r_0/n-re tudja megközelíteni, akkor nr_0-ra tud eltávolodni tőle. Másképp fogalmazva: a legkisebb és a legnagyobb távolság mértani közepe az a távolság, ahol éppen az áramvezetőre merőlegesen halad. A további érdekességek megállapítását az olvasóra bízzuk.

II. megoldás. (Kovács Gábor dolgozata alapján.) Tekintsünk egy „álló” koordináta-rendszert, amelyben csak $\mathbf{B}$ mágneses indukció mérhető (elektromos mező nem), és egy másik, hozzá képest állandó $\mathbf{v}_0$ sebességgel mozgó „vesszős” rendszert! Írjuk fel mindkét rendszerben a Q töltésű részecskére ható Lorentz-erőt:

$$\mathbf{F}=Q(\mathbf{v}\times\mathbf{B})=Q(\mathbf{v}'+\mathbf{v}_0)\times\mathbf{B}=\mathbf{F}'=Q(\mathbf{v}'\times\mathbf{B}')+Q\mathbf{E}'.$$

Látható, hogy a mozgó rendszerben „megjelent” egy $\mathbf{v}_0\times\mathbf{B}$ nagyságú *elektromos* mező is (és az is leolvasható, hogy $\mathbf{B}'=\mathbf{B}$).

Üljünk bele abba a koordináta-rendszerbe, amely az áramvezetővel párhuzamosan v_0 sebességgel mozog. Innen nézve a vezetőtől r távolságra $E(r)=v_0B(r)=\frac{\mu_0 v_0 I}{2\pi}\cdot\frac{1}{r}$ nagyságú elektromos mező mérhető (iránya a vezetőre merőleges), ami az $U(r)=$ $=-\frac{\mu_0 v_0 I}{2\pi}\ln r$ elektromos potenciálból is származtatható (annak negatív deriváltja).

Az elektron kezdősebessége (r_0 távol a vezetőtől) a vesszős rendszerben $\sqrt{2}v_0$, amikor pedig $r_0/2$-nyire megközelíti az áramvezetőt, akkor éppen megáll. Alkalmazzuk a munkatételt a szóban forgó mozgásra:

$$\frac{1}{2}m\left(\sqrt{2}v_0\right)^2-\frac{\mu_0 v_0 IQ}{2\pi}\ln r_0=-\frac{\mu_0 v_0 IQ}{2\pi}\ln\frac{r_0}{2},$$

ahonnan v_0-ra éppen az I. megoldásban megadott számérték adódik.

A verseny eredménye

Összesen 216 versenyző adott be dolgozatot; 213 magyar, 2 román és 1 ukrán állampolgárságú versenyző. Budapesten érettségizett az összes magyarországi versenyzők 12 %-a, vidéken érettségizett ugyancsak 12 %. Vidéki utolsó éves középiskolás volt 30 %, budapesti utolsó éves középiskolás 14 %. A még fiatalabb versenyzők közül Budapesten járt középiskolába az összes hazai versenyzők 12 %-a, vidéken pedig 20 %.

Idén a feladatok kissé nehéznek bizonyultak: nem volt olyan versenyző, aki mindhárom feladatot jól megoldotta volna. Ezért a Versenybizottság úgy döntött, hogy az első díjat nem adja ki, és az alábbi határozatot hozta:

Második díjat nyert egyenlő helyezésben a következő két versenyző:

Kovács Gábor, az ELTE fizikus hallgatója, aki a soproni Berzsenyi Dániel Evangélikus Líceumban érettségizett mint *Lang Jánosné* tanítványa;

Várkonyi Péter László, a BME építészmérnök hallgatója, aki a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint *Horváth Gábor* tanítványa.

Harmadik díjat nyert egyenlő helyezésben a következő három versenyző:

Egri Győző, az ELTE fizikus hallgatója, aki a budapesti Alternatív Közgazdasági Gimnáziumban érettségizett mint *Korom Pál* tanítványa;

Gyurkó Martin, a zalaegerszegi Ságvári Endre Gimnázium 12. évfolyamának tanulója, *Rádulyné Horváth Katalin* tanítványa;

Koncz Imre, a BME műszaki menedzser szakos hallgatója, aki a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint *Horváth Gábor* tanítványa.

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat a második díjas versenyzőket 8–8 ezer, a harmadik díjas versenyzőket 5–5 ezer forint pénzjutalomban részesítette.

A Versenybizottság *dicséretben* részesítette a 6–15. helyezést elért versenyzőket.

A verseny *6–10. helyezettje* egyenlő helyezésben:

Bérczi Gergely, a szegedi Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium 12. évfolyamának tanulója, *Tóth Károly* tanítványa;

Boja Bence, a budapesti Árpád Gimnázium 12. évfolyamának tanulója, *Schuszter Ferenc* tanítványa

Jakabfy Tamás, az ELTE alkalmazott matematikus hallgatója, aki a zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnáziumban érettségizett mint *Vadvári Tibor* tanítványa;

Karádi Richárd, a győri Révai Miklós Gimnázium 12. évfolyamának tanulója, *Nagy Attila* és *Somogyi Sándor* tanítványa;

Mátrai Tamás, az ELTE matematikus hallgatója, aki a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint *Horváth Gábor* tanítványa.

A verseny *11–15. helyezettje* egyenlő helyezésben:

Felföldi Zsolt, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 11. évfolyamának tanulója, *Horváth Gábor* és *Dvorák Cecília* tanítványa;

Kormos Márton, a debreceni KLTE Gyakorló Gimnáziumának 12. évfolyamú tanulója, *Farkas József* és *Szegedi Ervin* tanítványa;

Péterfalvi Csaba, a szekszárdi Garay János Gimnázium 11. évfolyamának tanulója, *Bayer József* tanítványa;

Pogány Ádám, a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 12. évfolyamú tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa;

Sarlós Ferenc, a bajai III. Béla Gimnázium 12. évfolyamú tanulója, *Polgár László* tanítványa.

A díjakat, jutalmakat és okleveleket az Eötvös Fizikai Társulat elnöke adta át.

A Nemzeti Tankönyvkiadó több ezer forint összértékű könyvutalvánnyal, a Műszaki-Calibra kiadó pedig értékes könyvcsomagokkal egészítette ki az első 15 helyezett versenyző társulati elismerését. Külön meglepetésként – most már nem először – a fenti két kiadó, kiegészülve idén a TypoTEX és a SCOLAR kiadókkal, ajándék könyvekkel lepte meg a nyertes versenyzők tanárait.

Végül az ünnepi eredményhirdetés utolsó aktusaként diákok és tanáraik a megjelent volt Eötvös verseny nyertesekkel találkoztak, akiket a Versenybizottság elnöke mutatott be a hallgatóságnak.

Radnai Gyula

CSILLAGÁSZAT

Rovatvezető: Horányi Gábor

Fekete lyukak

A téridő azon tartományait, amelyekbe belekerülő anyag vagy energia nem hagyhatja el azt, fekete lyukaknak nevezzük. A fekete lyuk az elektromágneses sugárzást, így a fényt is „fogva tartja” , innen ered a neve. Mivel a fekete lyukakból sem anyag, sem energia nem távozhat el, semmilyen információnk sincs a benne zajló folyamatokról. A megismerhető világot a fekete lyuk megismerhetetlen belsejétől elválasztó felületet eseményhorizontnak nevezzük. A fekete lyukakban a gravitációs vonzóerő minden más erőt felülmúl. Benne az anyag egy számunkra ismeretlen, végtelenül sűrű állapotba omlik össze. Az eseményhorizont sugara az ún. Schwarzschild-sugár, amely függ a fekete lyuk tömegétől. Ha egy égitest sugara megegyezne a Schwarzschild-sugárral, akkor felszínén a szökési sebesség egyenlő lenne a fénysebességgel. Ha az égitest ennél is kisebb térrészbe préselődik össze, fekete lyukká változik. A Nap Schwarzschild-sugara mintegy 3 km, a Földé pedig 1 cm.

Fekete lyuk elméletileg akármekkora tömegből keletkezhet, ha az a Schwarzschild-sugaránál kisebb helyre zsúfolódik össze. Jelenleg azonban csak két olyan hatékony mechanizmust ismerünk, amely létrehozhatja ezeket az egyelőre csak feltételezett objektumokat. Az egyik az, amikor egy szupernóvaként felrobbant csillag maradványa nagyobb, mint 2,5 naptömeg, ilyenkor gravitációs összehúzódás során fekete lyuk válik belőle. Az igazán nagy fekete lyukak azonban nem így jöttek létre: a legnagyobb „szörnyetegeket" a galaxismagokban találjuk. Ezekkel a témákkal később még foglalkozunk, és megláthatjuk majd, hogy bár maguk a fekete lyukak nem figyelhetők meg közvetlenül, a közelükben zajló folyamatok felfedik a jelenlétüket.

Ajánlott irodalom

Barrow, John D.: A Világegyetem születése, Kulturtrade, 1994;
Davies, Paul: Az utolsó három perc, Kulturtrade, 1994;
Hawking, Stephen W.: Az idő rövid története (a Nagy Bummtól a fekete lyukakig), Maecenas, 1989;
Moore, P.–Nicolson, I.: A világűr titkai, A Világegyetem enciklopédiája, Helikon, 1992;
Penrose, Roger: A császár új elméje, Akadémiai Kiadó, 1993.

Fekete lyukak a hálózaton

http://csep10.phys.utk.edu/guidry/violence/blackholes.html – Egy jó bevezető oldal, alapkérdések megválaszolásával.

http://antwrp.gsfc.nasa.gov/htmltest/rjn_bht.html – Virtuális utazás fekete lyukakba és neutroncsillagokba; animációk; ezen belül link:

http://antwrp.gsfc.nasa.gov/htmltest/gifcity/nslens_math.html – A fekete lyukak és neutroncsillagok fizikájának rövid leírása.

http://casa.colorado.edu/~ajsh – Andrew Hamilton honlapja, sok izgalmas témával; a nyitó animáció megtekintése után zuhanj bele egy fekete lyukba!

http://www.astro.ku.dk/~cramer/RelViz/text/exhib4/exhib4.html – A fekete lyukak geometriája; ábrákkal és matematikai leírással.

http://astro.ku.dk/~peter/RelViz/ – A részecskék mozgása egy fekete lyuk közelében.

http://www.physics.arizona.edu/~hart/bh/ – Fekete lyuk szimulációk!

Mindenkinek jó kutatást kívánok! Írjátok meg a lapnak, miről szeretnétek információkat a következő számban, vagy küldjetek nekem e-mailt (tom@gedeon.akg.hu)!

Simon Tamás

Fizika gyakorlatok és feladatok megoldása

FGy. 3030. *Egy liter* 10 °C*-os petróleumból mennyit kell elégetni ahhoz, hogy az égésnél felszabaduló hővel a maradékot* 160 °C*-on elpárologtathassuk? A petróleum égéshője* 40 000 kJ/kg, *fajhője* 2 kJ/(kg K), *párolgáshője* 330 kJ/kg.

Közli: *Erdélyi Róbert,* Budapest

Megoldás. Az égés során ugyanannyi energiának kell felszabadulnia, mint amennyi a maradék felmelegítéséhez és elpárologtatásához szükséges. A petróleum teljes tömege (a 800 $\mathrm{kg/m^3}$-es sűrűségnek megfelelően) $m = 0{,}8$ kg. Ha ebből x tömegűt égetünk el, a maradék $m - x$ tömeget pedig elpárologtatjuk, akkor az energiamegmaradás törvénye szerint

$$L_{\text{égés}} \cdot x = c(m - x)\Delta T + L_{\text{párolgás}}(m - x),$$

ahonnan a számadatok behelyettesítése és az egyenlet megoldása után $x = 0{,}0124$ kg adódik. Ez 0,015 liternek, vagyis a teljes mennyiség másfél százalékának felel meg.

Sebestyén Balázs (Szekszárd, Garay J. Gimn., I o.t.)

279 dolgozat érkezett. Helyes 219 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 19, hiányos (1–2 pont) 21, hibás 20 dolgozat.

FF. 3037. *Két azonos méretű, kocka alakú doboz egyikében egy proton, a másikában egy elektron van. A részecskékre nem hat erő, és energiájuk a lehető legkisebb. Hányszorosa az elektron lendülete (impulzusa) a protonénak? Hányszorosa az elektron mozgási energiája a protonénak?*

Amerikai tesztfeladat nyomán

Megoldás. A de Broglie-féle $p = h/\lambda$ összefüggésnek megfelelően a dobozba zárt elektron és proton impulzusa ugyanakkora, hiszen a hullámhosszúságukat (a legkisebb energiájú állapotban) a doboz mérete határozza meg.

A részecskék mozgási energiája (erőmentes esetben ez megegyezik a teljes energiával) az $E = p^2/(2m)$ összefüggésből számítható ki. Eszerint az azonos impulzusú részecskék mozgási energiája a tömegükkel fordítottan arányos, a protoné tehát mintegy 1836-szor kisebb, mint az elektroné.

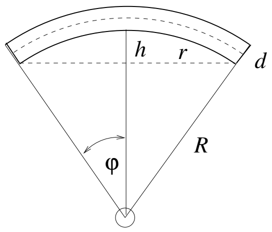
Scherer Márton (Szeged, Deák F. Gimn., III. o.t.)

61 dolgozat érkezett. Helyes 44 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 4, hiányos (1–2 pont) 3, hibás 1 dolgozat. Nem versenyszerű 1 név nélküli dolgozat, továbbá a monori József A. Gimn. 8 tanulójának dolgozata.

FGy. 3051. *Egy* 0,8 mm *vastag műanyag körlap felső oldalát* 30 °C*-ra melegítjük, alsó oldalát pedig* 20 °C*-on tartjuk. Milyen magasra emelkedik fel középen az eredetileg* 100 mm *átmérőjű körlap? A műanyag lineáris hőtágulási együtthatója* $8 \cdot 10^{-5}/°\mathrm{C}$.

Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Megoldás. Egyszerűsítsük le a feladatot olymódon, hogy a körlap átmérőjének megfelelő, tehát $2r = 100$ mm-es hosszúságú, $d = 0{,}8$ mm vastagságú, keskeny szalag hőtágulását vizsgálunk. A szalag alsó felét 20 °C-on tartjuk, így ennek hossza nem változik. A szalag felső felét viszont $\Delta T = 10$ °C-kal felmelegítjük, emiatt a hossza $2r(1 + \alpha\Delta T)$ lesz. A felpúposodott szalag R görbületi sugarát az *ábrán* látható mennyiségekkel így fejezhetjük ki:

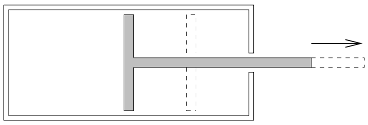


$$\frac{2r}{R} = \frac{2r(1 + \alpha\Delta T)}{R + d}, \quad \text{ahonnan} \quad R = \frac{d}{\alpha\Delta T} = 1000 \ \text{mm}.$$

A felpúposodás h magassága a Pitagorasz-tételből számítható ki és 1,25 mm-nek adódik.

Jász Judit Szeged (JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., I. o.t.)

127 dolgozat érkezett. Helyes 61 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 21, hiányos (1–2 pont) 18, hibás 27 dolgozat.



FGy. 3052. *Mindkét végén zárt, hőszigetelő falú hengert középen egy hőszigetelő, súrlódásmentes dugattyú oszt két* 50 *literes részre. Mindkét oldalon* 10 kPa *nyomású, azonos hőmérsékletű hélium van. Ezután a dugattyút addig toljuk el, amíg az egyik oldalon a hélium térfogata a felére csökken. Mennyi munkát végzünk? (A folyamat során a hőmérséklet köbe fordítottan arányos a térfogat négyzetével.)*

Közli: *Kotek László,* Pécs

Megoldás. A hélium egyatomos gáz, szabadsági fokainak száma 3, a belső energiája tehát $E=\frac{3}{2}pV$ alakban adható meg. Kezdetben a gáz belső energiája

$$E_1=2\cdot\frac{3}{2}50\cdot10^{-3}\,\mathrm{m}^3\cdot10^4\,\mathrm{Pa}=1500\ \mathrm{J},$$

félterenként tehát 750 J volt.

A folyamat során az egyik oldalon a térfogat felére csökken, a hőmérséklet tehát a megadott arányosság szerint $\sqrt[3]{4}$-szeresére nő. A másik féltérben a térfogat 3/2-szerese az eredetinek, a hőmérséklet tehát $\sqrt[3]{4/9}$ arányban csökken. Mivel adott tömegű ideális gáz belső energiája a gáz hőmérsékletével egyenesen arányos, a folyamat végén a belső energia

$$E_2=750\ \mathrm{J}\left(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{4/9}\right)=1763\ \mathrm{J}$$

lesz.

A dugattyú hőszigetelt, a rendszer nem ad le hőt, emiatt a munkavégzés a belső energia megváltozásával egyenlő: $W=E_2-E_1=263$ J.

Tóth Judit (Mezőkövesd, Szent L. Gimn., I. o.t.)

118 dolgozat érkezett. Helyes 4 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 8, hiányos (1–2 pont) 28, hibás 32 dolgozat.

FGy. 3069. *A millecentenáriumi rendezvénysorozat záróhangversenyét* 1996*. december* 10*-én a „egyenesben” közvetítette a* TV-2*, a* Duna TV *és a* Bartók rádió*. A Bartók rádió szinkronban szólt a kettes műsor hangjával, a Duna TV viszont (képben és hangban) kb. negyed másodpercet késett hozzájuk képest. Miért? Kb. milyen magasan van a Duna TV műsorát közvetítő műhold?*

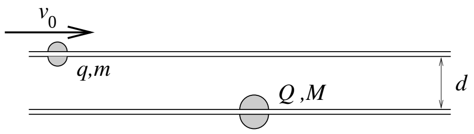
Közli: *Pécsi István,* Szolnok

Megoldás. A Duna TV-nek fel kell sugároznia az adását a közvetítő műholdig, onnan pedig vissza a Földre. A fénysebességgel terjedő elektromágneses hullámok másodpercenként 300 000 km-t tesznek meg, a negyed másodpercen késés tehát 75 000 km-nyi útkülönbségnek felel meg. Ehhez az úthoz képest a földi („egyenes”) adás célbaérkezéséig megtett távolság elhanyagolhatóan kicsi. Ugyancsak elhanyagolható az is, hogy az adó és a vevő a Föld különböző pontjain található, s emiatt az oda- és a visszafele befutott út egy kicsit különböző hosszúságú.

A közvetítő műhold távolsága a kiszámított útkülönbség fele, a műhold tehát kb. 37 500 km magasan van a Föld felszíne felett.

Szélig Nikoletta (Bonyhád, Petőfi S. Evangélikus Gimn., I. o.t.)

147 dolgozat érkezett. Helyes 119 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 3, hiányos (1–2 pont) 17, hibás 8 dolgozat.



FF. 3076. *Két rögzített, párhuzamos, egymástól d távolságra lévő, hosszú, vízszintes szálon egy-egy gyöngyszem csúszhat súrlódásmentesen. A gyöngyök tömege m, illetve M, elektromos töltésük q, illetve Q. Kezdetben az egyik áll, a másik elég messze van, és v_0 sebességgel közeledik. Mekkora sebességgel mozognak a gyöngyök elég hosszú idő múlva?*

Közli: *L. Markovics,* Minszk, Belorusszia

Megoldás. Rögzítsük a koordináta-rendszerünk kezdőpontját a két gyöngyszem tömegközéppontjához, az x tengelyt pedig válasszuk a vízszintes szálakkal párhuzamosnak! Ez az inerciarendszer a „laboratóriumi rendszerhez” képest $u_0=\frac{m}{m+M}v_0$ sebességgel halad, a gyöngyszemek kezdeti sebessége tehát innen nézve

$$u_m=v_0-u_0=\frac{M}{m+M}v_0,$$

$$u_M=-u_0=-\frac{m}{m+M}v_0.$$

A tömegközéppont az „ütközés” során mindvégig mozdulatlan marad. Nem változik a rendszer teljes (mozgási + elektrosztatikus) energiája sem, minden pillanatban a kezdeti

$$E_0=\frac{1}{2}mu_m^2+\frac{1}{2}Mu_M^2$$

értékkel egyezik meg. (A gyöngyszemek kezdetben „elég messze” vannak egymástól, ezért az elektrosztatikus kölcsönhatási energiájuk elhanyagolhatóan kicsi.)

A gyöngyszemek ütközése a kezdeti sebességük (és az ebből kiszámítható összenergiájuk) nagyságától függően háromféleképpen játszódhat le.

1. eset: Ha az egymást taszító gyöngyök elegendő energiával rendelkeznek ahhoz, hogy d távolságra megközelítsék egymást, s még ekkor is mozognak, akkor ismét eltávolodva egymástól elegendően hosszú idő múlva ugyanakkora sebességgel fognak mozogni, mint kezdetben. Ez a mozgás a laboratóriumi rendszerből nézve annak felel meg, hogy a m tömegű gyöngy v_0 sebességgel mozog, a M tömegű pedig megáll. Ez az eset különböző töltésű, tehát egymást vonzó gyöngyszemeknél mindig bekövetkezik, azonos előjelű töltéseknél azonban csak akkor, ha

$$\frac{1}{2}mu_m^2+\frac{1}{2}Mu_M^2>k\frac{qQ}{d},$$

vagyis ha

$$v_0 > \sqrt{\frac{2(m+M)kqQ}{mMd}}.$$

2. eset: Ha (azonos előjelű töltéseknél) a fenti egyenlőtlenség nem teljesül, hanem

$$v_0 < \sqrt{\frac{2(m+M)kqQ}{mMd}},$$

akkor a gyöngyszemek még azelőtt megállnak, hogy egymást d távolságra megközelítették volna, majd visszafordulva a sebességük (elegendően hosszú idő múlva) a kezdeti érték -1-szeresére, $-u_m$-re, illetve $-u_M$-re változik. Ezek a sebességek a laborrendszerben

$$v'_m = \frac{m-M}{m+M}v_0, \qquad \text{illetve} \qquad v'_M = \frac{2m}{m+M}v_0$$

értékeknek felelnek meg. Ezek a végsebességek a rugalmas ütközés ismert képleteiből, a mechanikai energia és az impulzus megmaradásának törvényéből is megkaphatók. (Természetesen az 1. esetben megadott végsebességek is összhangban állnak az energia- és az impulzusmegmaradás törvényével. A rugalmas ütközések szokásos tárgyalásánál mégsem vesszük figyelembe ezt a „megoldást”, hiszen az csupán annak felel meg, hogy a két test sebességváltozás nélkül elhalad egymás mellett.)

3. eset: A fenti két lehetőséget elválasztó határesetben, vagyis amikor

$$v_0 = \sqrt{\frac{2(m+M)kqQ}{mMd}}, \tag{3}$$

a két gyöngyszem éppen d távolságra képes megközelíteni egymást, ott (a tömegközépponti rendszerből nézve) megállnak. A laboratóriumi rendszerhez viszonyítva egyforma, $v'_m = v'_M = u_0$ sebességgel mozognak. Ez az eset a rugalmatlan ütközésnek felel meg: a testek mechanikai energiája lecsökken, csak a lendületük összege marad változatlan. Ez a lehetőség bizonyos értelemben „instabil”: a kezdeti sebesség végtelen finom beállítását igényelné. Mivel ez ténylegesen nem valósítható meg, a rendszer menthetetlenül „bebillen” az első, vagy a második eset valamelyikébe.

Kacsuk Zsófia (Budaörs, Illyés Gy. Gimn., IV. o.t.) és
Mező Tamás (Szeged, Radnóti M. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

33 dolgozat érkezett. Helyes 10 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 5, hiányos (1–2 pont) 11, hibás 7 dolgozat.

FF. 3077. *Radioaktív* ^{14}C *felezési ideje* 5730 *év. Egy fából lévő régészeti leletben a* ^{14}C *koncentrációja egy ötven éve kivágott fa* ^{14}C *koncentrációjának* 79%*-a. Eldönthetjük-e ennek alapján, hogy Krisztus születése előtt vagy után vágták ki azt a fát, amiből a lelet készült?*

Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

Megoldás. A ^{14}C-es kormeghatározási módszer lényege a következő. A kozmikus sugárzás hatására állandóan keletkezik radioaktív ^{14}C-es izotóp. Ennek az izotópnak és a normál ^{12}C-es szénizotópnak az aránya a légkörben és a széndioxidot folyamatosan felhasználó élő fákban változatlan. Az elpusztult (tehát szén-dioxid anyagcserét már nem folytató) fákban viszont fokozatosan eltolódik a szénizotópok aránya, s ebből az arányból (a felezési idő ismeretében) a fa kivágásának évszáma (pontosabban fogalmazva: a fa kipusztulásának ideje) meghatározható.

A radioaktív ^{14}C atomok száma 5730 évenként a felére csökken, a kérdéses t (években számolt) idő alatt tehát

$$2^{\frac{t}{5730}} = 0{,}79$$

arányú a csökkenés. Ebből

$$t = -\frac{\lg 0{,}79}{\lg 2} \cdot 5730 \text{ év} \approx 1948{,}6 \text{ év}$$

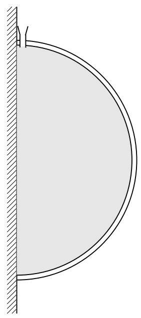
adódik.

A kérdéses lelet tehát olyan fából készült, amit az 1997-es esztendőnél $1948{,}6 + 50$ évvel korábban, tehát i.e. 1-ben vághattak ki. Vajon ez az esemény Krisztus születése előtt, vagy után történhetett? Ez csak látszólag vallástörténeti kérdés (Krisztus feltételezett születési dátumát néhány évvel időszámításunk kezdete előttre teszik), ténylegesen azonban fizikai (méréskiértékelési) szempontokat kell figyelembe vennünk. A megadott 79 %-os adat felfeljebb 0,5 százalékra hiteles (hiszen ha pontosabb lenne ez a mért adat, akkor több tizedesjegyre megadták volna az értékét).

Ekkora bizonytalanság viszont t kiszámított értékét mintegy 50 *évnyire* határozatlanná teszi! Ezek szerint a feltett kérdésre az a válasz, hogy a megadott adatok alapján *nem tudjuk eldönteni*, vajon Krisztus születése előtt vagy után vágták ki a kérdéses fát.

Sebestyén József (Jászberény, Lehel Vezér Gimn., IV. o.t.) dolgozata alapján

66 dolgozat érkezett. Helyes Csikvári András, Nagy István, Sebestyén József, Szabó Gábor, Váry Mátyás és Zawadowski Ádám megoldása. Kicsit hiányos (3 pont) 14, hiányos (1–2 pont) 42, hibás 3 dolgozat.



FN. 3078. *Egy m tömegű, R sugarú, vékonyfalú félgömbhéjat függőleges falnak szorítunk, majd (a tetején lévő kis nyíláson át) teletöltjük ϱ sűrűségű folyadékkal. Legalább mekkora és milyen irányú erőt kell kifejtenünk a gömbhéjra, hogy ne folyjon ki a folyadék? (A súrlódás elhanyagolható.)*

Közli: *Gnädig Péter,* Budapest

Megoldás. A félgömbhéjra kifejtett erőnek két erővel kell egyensúlyt tartania: a félgömbhéj súlyával, illetve a folyadék hidrosztatikai nyomásából származó erővel. Számítsuk ki ezen erők vízszintes és függőleges komponenseit!

A függőleges irányban ható erők: a félgömbhéj mg súlya, illetve a folyadék $\frac{2}{3}R^3\pi\varrho g$ súlya. Ezen két erő összegével megegyező nagyságú, felfelé irányuló kell legyen az általunk kifejtendő külső erő F_f függőleges komponense:

$$F_f = mg + \frac{2}{3}R^3\pi\varrho g.$$

Vízszintes irányban a folyadék éppen akkora erővel nyomja a félgömbhéjat, mint amekkorával a falat (hiszen a folyadékra ható összes erő eredője nulla). Ez utóbbi viszont az átlagos hidrosztatikai nyomás ($\varrho g R$) és a kör területének szorzataként számítható ki. Az általunk kifejtendő erő vízszintes összetevője is ugyanekkora kell legyen, tehát

$$F_v = R^3 \pi \varrho g.$$

A kifejtendő erő ezek szerint

$$F = \sqrt{F_f + F_v} = g\sqrt{\varrho^2 R^6 \pi^2 + \left(\frac{2}{3}\pi \varrho R^3 + m\right)^2}$$

nagyságú, iránya pedig

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{F_f}{F_v} = \operatorname{arctg} \left(\frac{2}{3} + \frac{m}{\varrho R^3 \pi}\right)$$

szöget zár be a vízszintessel.

Bálint Imre (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., III. o.t.) és
Kacsuk Zsófia (Budaörs, Illyés Gy. Gimn., IV. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az alkalmazandó külső erő támadáspontját is meg lehet határozni a forgatónyomatékok egyensúlyának feltételéből. A félgömbhéj súlya a súlypontjában hat, ennek helye a félgömb súlypontjának ismeretében könnyen megkereshető. A folyadék által a félgömbhéjra kifejtett erő pedig olyan, hogy a gömb középpontjára vonatkoztatott eredő forgatónyomatéka nulla (hiszen minden egyes kis felületdaradkára sugárirányú erőt fejt ki a folyadék).

Vigyázat: igaz ugyan, hogy a folyadék a falat akkora nagyságú erővel nyomja, mintha a nyomás mindenhol a kör középpontjánál mérhető értékű lenne, ez azonban még nem jelenti azt, hogy a folyadék által kifejtett eredő erő a körlap középpontjában hatna. A körlap alsó felén nagyobb a nyomás, mint a felsőn, emiatt a kör legnagyobb vízszintes átmérőjére vonatkoztatott forgatónyomaték nem lehet nulla.

12 dolgozat érkezett. Helyes Bálint Imre, Borsos Júlia, Kacsuk Zsófia és Várkonyi Péter megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) Katona Gergely és Mach Tivadar dolgozata. Hiányos (1–3 pont) 3, hibás 3 dolgozat.

Pályázat kísérleti fizikából

A József Attila Tudományegyetem **Kísérleti Fizikai Tanszéke** pályázatot hirdet középiskolás diákok (9–12. évfolyam) számára.

Az 1997/98*-as tanévben az alábbi témában lehet pályázatot benyújtani:*

Kísérletek a hőtan témaköréből

A pályázat kétfordulós, az első fordulóban a kísérlet lényegét leíró dolgozattal lehet részt venni. A beadott munkában (amely tartalmazhat fotókat, rajzokat, táblázatokat, grafikonokat stb. is) vázolni kell a nem, vagy kevéssé ismert kísérletek elvégzésének menetét, az alkalmazott módszereket. A pályamunkában fel kell tüntetni a felhasznált forrásmunkákat is. A pályázatok értékelését szakmai zsűri végzi. A legjobb dolgozatot készítők jutnak be a második fordulóba, ahol a kísérleteket „élőben” is be kell mutatni a zsűri előtt. A pályázatok végső sorrendjét a bemutatás után állapítja meg a zsűri.

Pályázni lehet: egyénileg vagy 2 fős „csapattal”.

A pályázat díjai:	**I. díj**	**15.000 Ft**
	II. díj	**10.000 Ft**
	III. díj	**5.000 Ft**

Az első 5 helyezett munkáját oklevéllel is jutalmazzuk. A konzultáló, illetve felkészítő tanár a díjazott diák(ok)kal megegyező értékű jutalomban részesül.

A dolgozatot két példányban kell benyújtani, a maximális terjedelem 10 oldal lehet. A pályázat jeligés, ezért a dolgozaton csak a jeligét szabad feltüntetni. A pályázó(k) adatait (lásd alább) zárt, a dolgozat jeligéjével ellátott borítékban mellékelni kell:

1. a pályázó(k) neve, lakcíme, telefonszáma,

2. a pályázó(k) iskolájának neve, címe, telefonszáma,

3. a felkészítő tanár neve.

A pályázatot az alábbi címre kérjük küldeni: „**Pályázat kísérleti fizikából**” megjelöléssel: **dr. Szatmári Sándor tanszékvezető egyetemi tanár, JATE Kísérleti Fizikai Tanszék, 6720 SZEGED, Dóm tér 9.**

Beküldési határidő **1998. március 1.**

(A 2. forduló megtartására ezt követően kb. 1 hónap múlva kerül sor.)

A pályázattal kapcsolatos további kérdésekre válasz kérhető dr. Molnár Miklós egyetemi adjunktustól (tel.: 62/454-358, e-mail: mmiklos@physx.u-szeged.hu).

Fizikából kitűzött gyakorlatok és feladatok

194. mérési feladat. Tanulmányozzuk, hogyan ég a vízben úszó, alján nehezékkel ellátott gyertya! Mérjük meg, hogyan változik a nehezék és az edény alja közötti távolság az idő függvényében! Mennyire tér el a kialudt gyertya tömege az FGy. 3062. számú feladat (a KöMaL, 1997. decemberi számában) közölt megoldása alapján számított értéktől? Végezzük el a mérést legalább két különböző vastagságú gyertyával!

Közli: *Honyek Gyula,* Budapest

FGy. 3119. Az emberi test átlagos napi vízvesztesége 0,8 kg, amit a szervezet elpárologtat. Mennyi sajt elfogyasztásával pótolható a párologtatáskor bekövetkező energiacsökkenés, ha az emberi szervezet a táplálék lebontásából származó energia 70 %-át képes hasznosítani? A sajt égéshője 12 000 kJ/kg, a víz párolgáshője 2440 kJ/kg.

Komárom-Esztergom megyei Ifjú Fizikus verseny

FGy. 3120. Hányszor fordul meg a Föld egy év alatt a tengelye körül az állócsillagokhoz képest? És a Hold?

Közli: *Horányi Gábor,* Budapest

FGy. 3121. Egy rúdugró a nekifutás előtt a 4 kg tömegű, 6 m hosszú rudat éppen vízszintesen tartja. Egyik kezével a rúd végére F_1, a másik, a rúd végétől 0,5 m távolságra levő kezével a rúd egy másik pontjára F_2 erőt gyakorol. Határozzuk meg az F_1 és F_2 erők nagyságát, ha azok hatásvonala merőleges a rúdra!

Egy másik rúddal való gyakorlás során a rudat úgy tartja, hogy az a vízszintessel 30°-os szöget zár be. Egyik kezével a rúd végét vízszintes irányban nyomja 28,9 N erővel, a másikkal pedig a megfelelő pontban a rúdra merőlegesen tartja. Mekkora ennek a rúdnak a tömege?

Közli: *Kotek László,* Pécs

FGy. 3122. Mekkora kellene legyen a Földre 40 km/s végsebességgel becsapódó meteoritok össztömege évente, hogy átlagosan ugyanakkora felmelegedést okozzanak, mint a Nap sugárzása? Mekkora becsapódó tömegnek felel ez meg másodpercenként és négyzetméterenként?

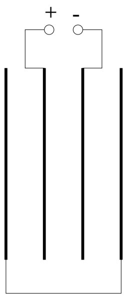
Közli: *Csaba György Gábor,* Budapest

FGy. 3123. Miért a hangversenyterem színpadán hangol a szimfónikus zenekar, miért nem a próbateremben, fellépés előtt? Soroljunk fel fizikai okokat, melyek a különböző hangszerek (fúvósok, vonósok) elhangolódásához vezetnek.

Közli: *Radnai Gyula,* Budapest

FF. 3124. Az m tömegű, R sugarú jojó l hosszúságú fonalát r sugarú, elhanyagolható tömegű orsójára csévéljük. A jojó két, homogén tömegeloszlású hengerrel közelíthető. Hogyan kell mozgatnunk a fonál másik végét tartó kezünket, hogy a jojó egyhelyben maradva forogjon? Mennyi munkát végzünk a kezünk emelése közben?

Közli: *Bakonyi Gábor,* Budapest



FF. 3125. Négy azonos felületű, egymással szemben lévő, párhuzamos fémlemezt az ábrán látható módon összekapcsoltunk és rákapcsoltunk egy 200 V-os feszültségű egyenáramú áramforrásra. A lemezek 2 cm-re vannak egymástól, ez a távolság a lemezek méretéhez képest kicsi.

a) Határozzuk meg a lemezek közötti térrészekben az elektromos térerősség nagyságát és irányát!

b) Mennyi energiát tárol az így kialakított kondenzátorrendszer, ha ismert, hogy a két, 2 cm távolságra lévő fémlemezből kialakított síkkondenzátor kapacitása 20 pF?

Szilárd Leó verseny, Paks

FF. 3126. Függőleges tengelyű, egyenes tekercstől bizonyos távolságban elhelyezkedő, 4 cm sugarú körvezető síkja merőleges a tekercs tengelyére és középpontja a tengelyre esik. A tekercs által keltett mágneses indukcióvonalak a körvezető pontjaiban annak síkjával 60°-os szöget zárnak be, az indukció értéke a vezeték mentén 0,08 tesla nagyságú.

a) Mekkora mágneses erő hat a körvezetőre, ha abban 10 A erősségű áram folyik?

b) Mekkora rugalmas feszültség keletkezik az 1 mm^2 keresztmetszetű körvezetékben?

Közli: *Holics László,* Budapest

FF. 3127. Elhanyagolható sebességű elektronnak ütközik egy v sebességű pozitron. A folyamat során két foton keletkezik, melyek egymásra merőlegesen haladnak. Határozzuk meg a fotonok energiáját! Legalább mekkora sebességű pozitronok kelthetnek ilyen fotonokat?

Közli: *Varga István,* Békéscsaba

FN. 3128. A vízszintessel α szöget bezáró, r sugarú, elegendően hosszú csőben nyugszik egy m tömegű kis test. A súrlódási együttható a cső és a test között μ ($\mu > \operatorname{tg} \alpha$). Mekkora sebességgel és hol fog kicsúszni a test a csőből, ha a csövet saját tengelye körül ω szögsebességű forgásba hozzuk?

Közli: *Balogh Péter,* Budapest

❄

A fizika feladatok megoldásai a következő címre küldendők:

Eötvös Loránd Fizikai Társulat, KöMaL feladatok

Budapest, Pf. 433. 1371

A beküldési határidő: **1998. február 11.**

❄

Physics

Experimental problem: 194. Observe how a candle floating on water with a ballast attached to its bottom burns down. Measure the distance between the ballast and the bottom of the vessel as a function of time. How much does the mass of the extinguished candle differ from the value calculated on the basis of the solution of problem 3062 (published in the December 1997 issue of KöMaL)? Make the measurement with at least two candles of different thicknesses.

New exercises: 3119. The average daily loss of water of a human body is 0.8 kg, evaporated by the organism. How much cheese has to be consumed in order to compensate for the loss of energy due to the evaporation if a human organism can use 70 % of the energy provided by the decomposition of aliments. The heat of combustion of cheese is 12 000 kJ/kg, the heat of vaporisation of water is 2440 kJ/kg. **3120.** How many times does the Earth rotate about its axis with respect to the fixed stars in a year? And the Moon? **3121.** Before the run-up, a pole-jumper holds his pole of a mass of 4 kg and a length of 6 m horizontally. He exerts a force F_1 with one hand at the end of the pole and a force F_2 with the other hand at a distance of 0.5 m from the end of the pole. Determine the magnitudes of forces F_1 and F_2 if their lines of action are perpendicular to the pole. When exercising with another pole, he holds the pole in such a way that it is at an angle of 30° with the horizontal. He pushes the end of the pole horizontally with a force of 28.9 N with one hand and holds it perpendicularly with the other at the suitable point. What is the mass of this pole? **3122.** What should the total mass of the meteorites hitting the Earth in a year at a speed of 40 km/s be so that in average they cause the same heating as the radiation of the Sun? What mass does this correspond to per second and per square meter? **3123.** Why do symphonic orchestras tune on the stage of the concert hall and not in the rehearsal room before the performance? List physical reasons that put different instruments (wind-instruments, stringed instruments) out of tune.

New problems: 3124. The thread of length l of a yo-yo of mass m and radius R is wound onto the spool of radius r and negligible mass. The yo-yo can be approximated as two cylinders of homogeneous mass distribution. How should we move our hand holding the end of the thread so that the yo-yo rotates in place? How much work do we do while lifting our hand? **3125.** Four parallel metal plates of identical areas, facing each other, are connected to each other and to a 220 V DC supply as shown in the picture. The plates are at 2 cm from each other, this distance being small compared to the size of the plates. a) Determine the magnitude and the direction of the electric field strength in the spaces between the plates. b) How much energy does this system of capacitors store if the capacitance of a parallel-plate capacitor formed by two of these metal plates placed at 2 cm from each other is known to be 20 pF? **3126.** There is a circular conductor with a radius of 4 cm at some distance from a straight coil with a vertical axis, its plane perpendicular to the axis of the coil and its centre on the axis. The lines of the magnetic induction of the coil are at an angle of 60° with the plane of the circular conductor in the points of the conductor, the magnitude of the induction is 0.08 tesla along the conductor. a) What is the magnetic force exerted onto the circular conductor when a current of 10 A flows through it? b) What elastic stress occurs in the conductor with a cross-section of 1 mm^2? **3127.** A positron of speed v collides with an electron of negligible speed. Two photons are produced in the process, moving perpendicularly to each other. Determine the energy of the photons. What is the minimum speed of the positron required to produce such photons? **3128.** A small body of mass m is at rest in a sufficiently long tube of radius r at angle α with the horizontal. The coefficient of friction between the tube and the body is μ ($\mu > \operatorname{tg}\alpha$). At what speed and where does the body slide out of the tube when the tube is rotated about its axis at angular velocity ω?

THE PROBLEMS OF THE 1997 EÖTVÖS CONTEST

1. On the evening of 16 September 1997 an eclipse of the Moon could be observed in Hungary. The total eclipse lasted from quarter past nine to quarter past ten, i.e. this was the period of time when the Moon was entirely inside the complete shadow of the Earth.

a) Eclipses of the Moon usually last longer than eclipses of the Sun. Why?

b) Assuming that the Moon revolves around the Earth and the Earth around the Sun on perfectly circular orbits and neglecting the optical effect of the atmosphere of the Earth, determine the maximum time a total eclipse of the Moon can last. The Moon and the Sun are both at an angle of 0.5 degrees subtended at the eye; the Earth is at an angle of 1.83 degrees subtended at the eye from the Moon. (How would the result be influenced by the fact that the above mentioned orbits are rather elliptical than circular?)

c) In fact the Moon does not completely disappear from the sky even when a total eclipse occurs but shines faintly red. Why?

2. There is a hole in the middle of a 1 metre high table. A 1 metre long, thin golden chain is loosely placed onto the table, right by the hole. One end of this chain is slightly pulled vertically downwards through the hole and let go. The chain runs down through the hole at an increasing speed. (It can be assumed that the chain does not become entangled. Friction and air resistance are negligible.) How long does it take for either end of the chain to reach the ground?

3. A current of 10 A flows in a long, straight wire of very good conductivity, placed into an evacuated chamber. Electrons start from a point at a distance of r_0 from the wire at speed v_0 perpendicular to the wire, but these electrons can only approach the wire at a distance of $r_0/2$. What will be the value of v_0? (The effect of the magnetic field of the Earth can be ignored.)