

Legyen  $p$  prímszám és  $k$  pozitív egész. Legyen továbbá

$$t = \sum_{j=0}^{\infty} \left\lfloor \frac{k}{p^j} \right\rfloor.$$

a) Legyen  $f(x)$  egy egész együtthatós, 1 főegyütthatós,  $k$ -adfokú polinom, amelynek a konstans tagját osztja  $p$ . Bizonyítsuk be, hogy létezik  $n \in \mathbb{N}$ , amelyre  $p \mid f(n)$ , de  $p^{t+1} \nmid f(n)$ .

b) Bizonyítsuk be, hogy a fenti állítás éles, azaz létezik olyan egész együtthatós, 1 főegyütthatós,  $k$ -adfokú  $g(x)$  polinom, amelynek a konstans tagját osztja  $p$ , és ha egy  $n \in \mathbb{N}$  esetén  $p \mid g(n)$  teljesül, akkor  $p^t \mid g(n)$  is igaz.