

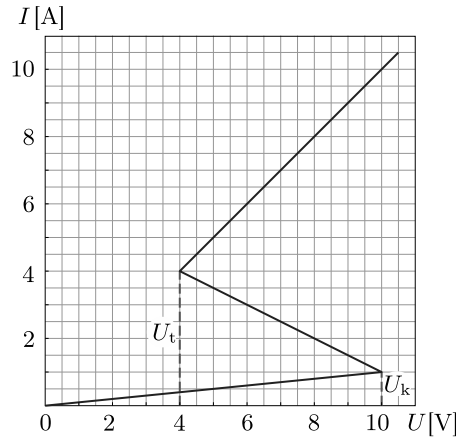
2. feladat. Nemlineáris dinamika elektromos áramkörökben (10 pont).

Bevezetés. Bistabil, nemlineáris félvezető áramköri elemeket (pl. tirisztorokat) széles körben alkalmaznak az elektronikában kapcsolóként és elektromágneses rezgések előállításához. A tirisztorok alkalmazásának elsődleges területe a váltóáram szabályozása a teljesítményelektronikában, például amikor megawattos nagyságrendben kell váltóáramot egyenirányítani. A bistabil elemek önszabályozó jelenségek modelljeként is szolgálhatnak a fizikában (ezzel foglalkozik a feladat B része), a biológiában (lásd a C részt) és a modern tudomány más, nemlineáris jelenségekkel foglalkozó területein.

Célkitűzések. Instabilitások és nemtriviális dinamika tanulmányozása nemlineáris $I-U$ karakterisztikájú elemeket tartalmazó áramkörökben. Megmutatni ezen áramkörök felhasználási lehetőségeit a mérnöki gyakorlatban és a biológiai rendszerek modellezésben.

A. rész. Stacionárius állapotok és instabilitások (3 pont)

Az 6. ábra egy nemlineáris X áramköri elem úgynevezett S -alakú $I-U$ karakterisztikáját mutatja. Az $U_t = 4,00$ V (tartófeszültség) és a $U_k = 10,0$ V (küszöbfeszültség) közötti feszültségtartományban az $I-U$ karakterisztika többértékű. Az egyszerűség kedvéért a 6. ábrán látható grafikon szakaszonként lineáris (minden ág egy egyenes szakasz), továbbá a felső ág meghosszabbítása átmegy az origón. Ez a közelítés jól leír egy valódi tirisztort.



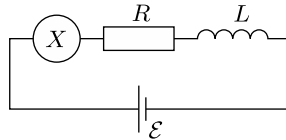
6. ábra. Az X nemlineáris elem $I-U$ karakterisztikája

A.1. A grafikon alapján határozzuk meg az X áramköri elem R_{be} és R_{ki} ellenállását az $I-U$ karakterisztika felső, illetve alsó ágában! A középső ágot a következő egyenlet írja le:

$$I = I_0 - \frac{U}{R_k}.$$

Határozzuk meg az I_0 és R_k paraméterek értékét! (0,4 pont)

Az X áramköri elem sorba van kötve egy R ellenállással, egy L induktivitással és egy $\mathcal{E}$ ideális feszültségforrással (lásd a 7. ábrát). Az áramkört stacionárius állapotban lévőnek nevezzük, ha az áramerősség $I(t) = \text{állandó}$.



7. ábra. Áramkör az X elemmel, az R ellenállással, az L induktivitással és az $\mathcal{E}$ feszültségforrással

A.2. Hány stacionárius állapota lehet a 7. ábrán látható áramkörnek, ha $\mathcal{E}$ egy rögzített érték és $R = 3,00 \Omega$? Hogyan módosul a válasz, ha $R = 1,00 \Omega$? (1 pont)

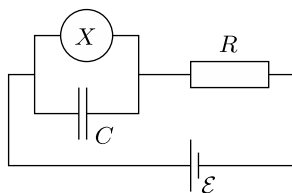
A.3. Legyen a 7. ábrán látható áramkörben $R = 3,00 \Omega$, $L = 1,00 \mu\text{H}$ és $\mathcal{E} = 15,0$ V. Határozzuk meg az X áramköri elem I_{st} áramának és U_{st} feszültségének értékét a stacionárius állapotban! (0,6 pont)

A 7. ábrán látható áramkör stacionárius állapotban van, ahol $I(t) = I_{st}$. Ezt a stacionárius állapotot *stabilnak* nevezzük, ha az áramerősség egy kis változtatás (növelés vagy csökkentés) után visszatér a stacionárius állapotba. Ha viszont a rendszer egyre jobban eltávolodik a stacionárius állapottól, akkor ezt az állapotot *instabilnak* nevezzük.

A.4. Használjuk az A.3. kérdésben szereplő numerikus értékeket, és tanulmányozzuk az $I(t) = I_{st}$ áramú stacionárius állapot stabilitását! Stabil vagy instabil ez az állapot? (1 pont)

B. rész. Bistabil, nemlineáris áramköri elemek a fizikában: rádióadó (5 pont)

Most egy új áramköri elrendezést vizsgálunk (lásd a 8. ábrát). Ez alkalommal az X nemlineáris áramköri elem párhuzamosan van kötve egy $C = 1,00 \mu\text{F}$ kapacitású kondenzátorral. Ezt aztán sorbakötjük egy $R = 3,00 \Omega$ ellenállással és egy $\mathcal{E} = 15,0$ V állandó feszültségű, ideális feszültségforrással. Kiderül, hogy az áramkör rezgéseket végez, azaz az X nemlineáris áramköri elem az $I-U$ karakterisztika egyik ágáról a másikra ugrik egy ciklus során.



8. ábra. Áramkör az X elemmel, az R ellenállással, az L induktivitással és az $\mathcal{E}$ feszültségforrással

B.1. Rajzoljuk le a rezgési ciklust az $I-U$ grafikonon, és adjuk meg az irányát is (óramutató járásával megegyező vagy azzal ellentétes). Indokoljuk a választ egyenletekkel és vázlatokkal! (1,8 pont)

B.2. Vezessünk le kifejezéseket azon t_1 és t_2 időtartamokra, amelyeket a rendszer az $I-V$ grafikon egyes ágain tölt a rezgési ciklus során! Számítsuk ki ezek numerikus értékét is! Határozzuk meg a rezgés T periódusidejét is, feltételezve, hogy az az idő, ami az $I-U$ grafikon egyik ágáról a másik ágára való átugráshoz szükséges, elhanyagolható! (1,9 pont)

B.3. Becsüljük meg a nemlineáris elemen egy ciklus alatt disszipálódó átlagos P teljesítményt! Elég a nagyságrendet meghatározni. (0,7 pont)

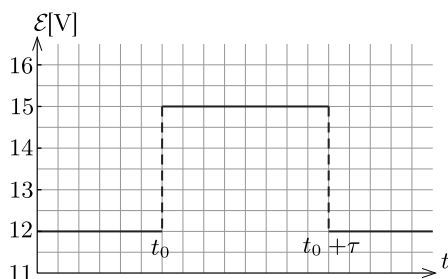
A 8. ábrán látható áramkört egy rádióadóhoz használjuk. Az X áramkörti elemet egy s hosszúságú lineáris antenna (egy hosszú, egyenes vezeték) egyik végéhez csatlakoztatjuk, a vezeték másik vége szabad. Az antennában egy elektromágneses állóhullám alakul ki. Az elektromágneses hullám sebessége az antenna mentén ugyanakkora, mint vákuumban. Az adó a rendszer alapharmonikusát használja, melynek periódusideje a **B.2.** részben meghatározott T .

B.4. Mi az s hosszúság optimális értéke, feltéve, hogy nem haladhatja meg az 1 km-t? (0,6 pont)

C. rész. Bistabil, nemlineáris áramkörti elemek a biológiában: neurisztor (2 pont)

A feladat ezen részében a bistabil, nemlineáris áramkörti elemet egy biológiai folyamat modelljeként vizsgáljuk. Egy neuron az emberi agyban a következő tulajdonsággal rendelkezik: ha egy külső jel ingerli, akkor egyetlen rezgést végez, majd visszatér az eredeti állapotába. Ezt a tulajdonságot ingerelhetőségnek nevezzük. Ennek a tulajdonságnak köszönhetően impulzusok haladhatnak végig az idegrendszeren alkotó, csatolt neuronok hálózatán. Azt a félvezető csipet, amelyet az ingerelhetőség és a jelterjedés utánzására készítenek, *neurisztornak* nevezik (a neuron és a tranzisztor szavakból).

Megkísérlünk egy egyszerű neurisztort egy olyan áramkörrel modellezni, mely tartalmazza az eddig vizsgált X nemlineáris elemet. Ezért a 8. ábrán látható áramkörben az $\mathcal{E}$ feszültséget lecsökkentjük $\mathcal{E}' = 12,0$ V-ra. A rezgések megszűnnek, és a rendszer eléri stacionárius állapotát. Aztán a feszültséget hirtelen újra $\mathcal{E} = 15,0$ V-ra növeljük, majd τ időtartam után (ahol $\tau < T$) ismét $\mathcal{E}'$ értékre állítjuk (lásd a 9. ábrát). Kiderül, hogy van egy bizonyos kritikus τ_k érték, és a rendszer minőségileg más viselkedést mutat, ha $\tau < \tau_k$, illetve ha $\tau > \tau_k$.



9. ábra. A feszültségforrás feszültsége az idő függvényében

C.1. Vázoljuk fel az X áramkörti elemen folyó $I_X(t)$ áramerősséget az idő függvényében ha $\tau < \tau_k$, illetve ha $\tau > \tau_k$! (1,2 pont)

C.2. Fejezzük ki paraméteresen és határozzuk meg numerikusan is, hogy mekkora az a τ_k kritikus idő, ahol a viselkedés megváltozik. (0,6 pont)

C.3. Neurisztor-e az áramkör $\tau = 1,00 \cdot 10^{-6}$ s érték esetén? (0,2 pont)