

a) Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges $x_1, x_2, \dots \in [0, 1]$ végtelen számsorozathoz létezik olyan $C > 0$ szám, hogy bármely r pozitív egészhez vannak olyan n, m pozitív egészek, amikre

$$|n - m| \geq r \quad \text{és} \quad |x_n - x_m| < \frac{C}{|n - m|}.$$

b) Mutassuk meg, hogy minden olyan $C > 0$ számhoz létezik olyan $x_1, x_2, \dots \in [0, 1]$ végtelen számsorozat és olyan r pozitív egész, hogy

$$|x_n - x_m| > \frac{C}{|n - m|}$$

teljesül minden olyan n, m pozitív egész párra, amikre $|n - m| \geq r$.