

1. feladat. Napból érkező részecskék (összesen 10 pont).

A Nap felületéről érkező fotonok és a belsejéből érkező neutrínók a Nap belső és külső hőmérsékletéről adhatnak információt, valamint megerősítik, hogy a Nap a benne zajló nukleáris folyamatok miatt ragyog.

A feladatban a következő adatokat használhatjuk: a Nap tömege: $M_{\odot} = 2,00 \cdot 10^{30}$ kg, a Nap sugara: $R_{\odot} = 7,00 \cdot 10^8$ m, a Nap luminozitása (egységnyi idő alatt kisugárzott energia): $L_{\odot} = 3,85 \cdot 10^{26}$ W és a Föld–Nap átlagos távolsága: $d_{\odot} = 1,50 \cdot 10^{11}$ m.

Néhány függvény határozatlan integrálja:

$$(i) \quad \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{állandó},$$

$$(ii) \quad \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{állandó},$$

$$(iii) \quad \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{állandó}.$$

A rész. A Naptól jövő sugárzás

A.1. *Tegyük fel, hogy a Nap abszolút fekete testként sugároz. Ezt felhasználva határozzuk meg a Nap T_{\odot} felszíni hőmérsékletét!* (0,3 pont)

A napsugárzás spektrumát jó közelítéssel a Wien-féle eloszlás adja meg. Eszerint a Napból a Föld egy adott felületére egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban érkező energia:

$$u(f) = A \frac{R_{\odot}^2}{d_{\odot}^2} \frac{2\pi h}{c^2} f^3 \exp(-hf/k_B T_{\odot}),$$

ahol f a frekvencia, A pedig a bejövő sugárzás irányára merőleges felület nagysága.²

Ezek után tekintsünk egy, a beeső napsugárzás irányára merőlegesen elhelyezett, A felületű, félvezető anyagból készült, vékony napelemet.

A.2. *A Wien-közelítést felhasználva fejezzük ki a napelem felületére beeső napsugárzás teljes P_{be} teljesítményét az A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_{\odot} paraméterekkel, valamint a c , h , k_B fizikai állandókkal!* (0,3 pont)

A.3. *Fejezzük ki az egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban a napelem felületére beeső fotonok $n_{\gamma}(f)$ számát az A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_{\odot} , f paraméterekkel, valamint a c , h , k_B fizikai állandókkal!* (0,2 pont)

A félvezető anyag, amiből a napelem készült, E_g szélességű tiltott sávval rendelkezik.³ Alkalmazzuk a következő modellt. Minden, $E \geq E_g$ energiájú foton egy elektront gerjeszt a tiltott sáv fölé. Ez az elektron E_g energiával járul hozzá a hasznos kimenő energiához, az esetleges többletenergija hő formájában disszipálódik (nem hasznosul).

A.4. *Legyen $x_g = hf_g/k_B T_{\odot}$, ahol $E_g = hf_g$. Fejezzük ki a napelem P_{ki} hasznos kimenő teljesítményét az x_g , A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_{\odot} paraméterekkel, valamint a c , h , k_B fizikai állandókkal!* (1,0 pont)

A.5. *Fejezzük ki a napelem η hatásfokát x_g segítségével!* (0,2 pont)

A.6. *Ábrázoljuk vázlatosan η -t az x_g függvényében! Az $x_g = 0$ és az $x_g \rightarrow \infty$ esetén érvényes értékeket is tüntessük fel. Mekkora az $\eta(x_g)$ függvény meredeksége $x_g = 0$ és $x_g \rightarrow \infty$ esetén?* (1,0 pont)

A.7. *Jelöljük x_0 -al x_g azon értékét, ahol η maximális. Írjuk fel azt a harmadfokú egyenletet, amiből x_0 meghatározható! Adjunk becslést x_0 értékére $\pm 0,25$ pontossággal! Ezt felhasználva számoljuk ki $\eta(x_0)$ értéket!* (1,0 pont)

A.8. *Tiszta szilícium esetén $E_g = 1,11$ eV. Ezt az adatot felhasználva, számoljuk ki a szilíciumból készült napelem η_{Si} hatásfokát!* (0,2 pont)

A 19. század végén Kelvin és Helmholtz (KH) egy hipotézissel álltak elő a Nap sugárzásának magyarázatára. Feltételezték, hogy a Nap kezdetben egy óriási, elhanyagolható sűrűségű, M_{\odot} tömegű porfelhő volt, amely folyamatosan húzódott össze. A Nap sugárzása – feltevésük szerint – származhat a lassú zsugorodás során felszabaduló gravitációs potenciális energiából.

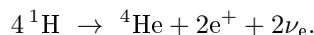
A.9. *Tegyük fel, hogy a Nap egyenletes tömegeloszlású. Adjuk meg a Nap jelenlegi Ω gravitációs potenciális energiáját a G gravitációs állandó, M_{\odot} és R_{\odot} segítségével!* (0,3 pont)

A.10. *A KH-hipotézis alapján becsüljük meg azt a legnagyobb lehetséges τ_{KH} időt (években megadva), ameddig a Nap ragyogni tudna! Tételezzük fel, hogy ezen idő alatt a Nap luminozitása állandó.* (0,5 pont)

A fenti módon kiszámolt τ_{KH} idő nem egyeztethető össze a Naprendszer – meteoritok tanulmányozásával kapható – becsült életkorával. Ez azt mutatja, hogy a Nap energiaforrása nem lehet tisztán gravitációs eredetű.

B rész. A Napból jövő neutrínók

1938-ban Hans Bethe azt állította, hogy a Nap energiája a benne levő hidrogén héliummá történő magfúziójából származik. A nettó magreakció:



A reakcióban keletkező ν_e „elektronneutrínók” tömege zérusnak vehető. Ezek a részecskék a Napból kiszabadulnak, és a Földön történő detektálásuk alátámasztja a magreakciók lezajlását a Nap belsejében. A neutrínók által elszállított energia elhanyagolható ebben a feladatban.

² c a fénysebességet, h a Planck-állandót, k_B pedig a Boltzmann-állandót jelöli. Ezek (és még más fizikai állandók) számértékét egy külön táblázatban megkapták a versenyzők.

³ A „g” index az angol *gap* (rés) szóra, vagyis a tiltott sáv szélességére utal.

B.1. Számítsuk ki a Földet elérő neutrínók számának Φ_ν fluxussűrűségét $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ egységben! A fenti reakcióban $\Delta E = 4,0 \cdot 10^{-12}$ J energia szabadul fel. Tételezzük fel, hogy a Nap által kisugárzott energia teljes mértékben ebből a reakcióból származik! (0,6 pont)

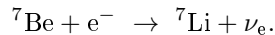
A Nap magjából a Földig tartó útjuk során a ν_e elektronneutrínók egy része más típusú, ν_x neutrínókká alakul át.⁴ A detektor a ν_x neutrínókat $\frac{1}{6}$ akkora hatásfokkal érzékeli, mint amekkora hatásfokkal a ν_e neutrínókat. Ha nem volna neutrínóátalakulás, akkor egy év alatt átlagosan N_1 számú neutrínó detektálását várnánk. Azonban az átalakulás miatt a valóságban egy év alatt átlagosan N_2 számú neutrínót (ν_e -t és ν_x -t együttesen) detektálnak.

B.2. Határozzuk meg N_1 és N_2 segítségével, hogy a ν_e neutrínók mekkora r hányada alakul át ν_x neutrínóvá! (0,4 pont)

Ahhoz, hogy a neutrínókat észlelni tudjuk, nagy, vízzel töltött detektorokat építünk. Habár a neutrínók anyaggal való kölcsönhatása meglehetősen ritka, olykor elektronokat löknek ki a detektorbeli vízmolekulákból. Ezek a nagyenergiájú elektronok nagy sebességgel hatolnak át a vízben, mely folyamat során elektromágneses sugárzást bocsátanak ki. Amíg egy ilyen elektron sebessége nagyobb, mint a fény sebessége az n törésmutatójú vízben, a sugárzás (ún. Cserenkov-sugárzás) kúp alakban bocsátódik ki.

B.3. Tételezzük fel, hogy a neutrínó által kilökött elektron a vízben való haladása során állandó ütemben, időegységenként α energiát veszít. Határozzuk meg a neutrínó által az elektronnak átadott energiát ($E_{\text{átadott}}$) α , Δt , n , m_e és c segítségével, ha az elektron Δt ideig bocsát ki Cserenkov-sugárzást! (Tételezzük fel, hogy az elektron a neutrínóval való kölcsönhatása előtt nyugalomban volt.) (2,0 pont)

A Nap belsejében a hidrogén héliummá történő fúziója több lépésben történik. Az egyik ilyen lépés során ${}^7\text{Be}$ atommag (nyugalmi tömege m_{Be}) keletkezik. Ezután ez az atommag egy elektront nyelhet el, melynek folyamán egy ${}^7\text{Li}$ atommag (nyugalmi tömege $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$) és egy ν_e neutrínó keletkezik. A megfelelő magreakció:



Ha egy nyugalomban levő Be atommag ($m_{\text{Be}} = 11,5 \cdot 10^{-27}$ kg) elnyel egy ugyancsak nyugvó elektront, a keletkező neutrínó energiája $E_\nu = 1,44 \cdot 10^{-13}$ J. Azonban a Be atommagok véletlenszerű termikus mozgást végeznek a Nap magjában lévő T_c hőmérséklet miatt, és mozgó neutrínóforrásként viselkednek. Emiatt a kibocsátott neutrínók energiája ΔE_{rms} négyzetes középértékkel fluktuál.

B.4. Ha $\Delta E_{\text{rms}} = 5,54 \cdot 10^{-17}$ J, számoljuk ki a Be magok V_{Be} sebességének négyzetes középértékét, majd ezzel adjunk becslést T_c -re! (Útmutatás: ΔE_{rms} a megfigyelés irányába mutató sebességkomponens négyzetes középértékétől függ.) (2,0 pont)

⁴Ezen jelenség, az ún. neutrínóoszilláció kísérleti igazolásáért Kadzita Takaaki japán és Arthur B. McDonald kanadai tudósok ítélték oda a 2015. évi fizikai Nobel-díjat (– a szerk.).