

3. feladat. Csillagkezdemény kialakulása (9 pont).

Modellezzük a csillagok keletkezését a következőképpen. Egy gömb alakú csillagközi gázfelhő a saját gravitációja hatására összeroskad. A gázfelhő kezdeti sugara r_0 , a tömege pedig m . A gázfelhő környezete a gázfelhőnél sokkal ritkább. A környezet és a gázfelhő kezdeti hőmérséklete mindenhol T_0 . A gázt ideális gáznak tekinthetjük. A gáz átlagos moláris tömege μ , a fajhőhányados $\gamma > \frac{4}{3}$. Tételezzük fel, hogy

$$G \frac{m\mu}{r_0} \gg RT_0,$$

ahol R a gázállandó, G pedig a gravitációs állandó.

i (0,8 pont). Az összeroskadás jelentős részében a gáz annyira átlátszó, hogy a keletkező hő azonnal szétsugárzódik, azaz a gázfelhő termodinamikai egyensúlyban marad a környezetével. Miközben a sugár meglehetősen kicsi ($r_1 = 0,5 r_0$), a nyomás n -szeresére változik. Határozd meg n értékét! Tételezd fel, hogy a gáz sűrűségeloszlása végig homogén marad!

ii (2 pont). Becsüld meg azt a t_2 időt, amely alatt a sugár az eredeti r_0 értékről $r_2 = 0,95 r_0$ értékre csökken! Itt hanyagold el a gravitációs tér változását!

iii (2,5 pont). Tételezd fel, hogy a nyomás mindvégig elhanyagolható marad! Határozd meg az összeroskadás idejét, azt az időt, amíg a sugár a kezdeti r_0 értékről egy sokkal kisebb értékre csökken! Használd a Kepler-törvényeket!

iv (1,7 pont). Egy bizonyos $r_3 \ll r_0$ sugárnál a gáz annyira sűrűvé válik, hogy elnyeli a hőmérsékleti sugárzást. Számold ki a kisugárzott hőenergiát az összeroskadás kezdeti szakaszában, amikor a sugár r_0 értékről r_3 értékre csökken!

v (1 pont). Amikor a sugár kisebb, mint r_3 , a hőmérsékleti sugárzást elhanyagolhatjuk. Határozd meg a gázgömb T hőmérsékletét az $r < r_3$ sugarának függvényében.

vi (2 pont). Az összeroskadás végén a nyomás hatását a gáz mozgására nem hanyagolhatjuk el, és az összeroskadás megáll $r = r_4$ sugárnál ($r_4 \ll r_3$). A sugárzást továbbra is hanyagoljuk el, és tegyük fel, hogy a hőmérséklet nem elég magas a magfúzió beindulásához. Egy ilyen csillagkezdeményben a nyomás már nem homogén, de egy szorzó erejéig durva közelítést adhatunk a keresett értékekre.

Adj *becslést* a végső r_4 sugarra és a hozzá tartozó T_4 hőmérsékletre!