

2. feladat. Elektromosan töltött szappanbuborék

Egy gömb alakú szappanbuborék belsejében a levegő sűrűsége ρ_i , a hőmérséklet T_i , a buborék sugara R_0 , amit ρ_a sűrűségű, P_a atmoszférikus nyomású és T_a hőmérsékletű külső levegő vesz körül. A szappanhártya felületi feszültsége γ , sűrűsége ρ_s , vastagsága pedig t . A szappanhártya tömege és felületi feszültsége nem változik a hőmérséklet változásával. Feltehetjük, hogy $R_0 \gg t$.

Jól ismert, hogy a dE energia, ami a szappanhártya-levegő egy oldali határfelületét dA területtel megnöveli, így adható meg: $dE = \gamma dA$, ahol γ a hártya felületi feszültsége.

2.1. Fejezd ki a $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a}$ arányt a következő változókkal: γ , P_a és R_0 .

2.2.

Add meg a $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a} - 1$ kifejezés számszerű értékét a következő adatok felhasználásával: $\gamma = 0,0250 \text{ Nm}^{-1}$, $R_0 = 1,00 \text{ cm}$, illetve $P_a = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$.

2.3. Kezdetben a buborék belsejében a levegő melegebb, mint kívül. Add meg számszerűen azt a minimális T_i belső hőmérsékletet, ami elegendő ahhoz, hogy a buborék lebegjen a nyugvó levegőben! Az előzőekben megadottakkal együtt használd fel a következő adatokat: $T_a = 300 \text{ K}$, $\rho_s = 1000 \text{ kgm}^{-3}$, $\rho_a = 1,30 \text{ kgm}^{-3}$, $t = 100 \text{ nm}$ és $g = 9,80 \text{ ms}^{-2}$.

A keletkezése után hamarosan a buborék hőmérsékleti egyensúlyba kerül a környezetével. Természetesen ekkor a buborék a talaj felé esik, ha a levegő nem mozog.

2.4. Add meg paraméteresen a felfelé áramló levegő minimális u sebességét, ami ahhoz kell, hogy megakadályozza a termikus egyensúlyban lévő buborék leesését! Válaszodat add meg ρ_s , R_0 , g , t és a levegő η viszkozitása segítségével! Feltételezheted, hogy az áramlási sebesség olyan kicsiny, hogy a Stokes-törvény alkalmazható, továbbá elhanyagolható a buborék sugarának változását, miközben a hőmérséklet a buborék belsejében az egyensúlyi értékre csökken. A Stokes-törvény így adja meg a közegellenállási fékező erőt: $F = 6\pi\eta R_0 u$.

2.5. Számítsd ki az u áramlási sebesség számszerű értékét, ha

$$\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \text{s}^{-1}.$$

Az eddigi számítások azt sugallják, hogy a γ felületi feszültség figyelembe vétele csak nagyon kis mértékben befolyásolja az eredmények pontosságát. A további alkérdések esetében hanyagold el a felületi feszültségből adódó tagokat.

2.6. Most a gömb alakú buborék legyen egyenletesen feltöltve q töltéssel. Vezess le egy olyan egyenletet, ami tartalmazza a buborék R_1 új sugarát, továbbá a következő mennyiségeket: R_0 , P_a , q és a vákuum ε_0 permittivitását (más néven a vákuum dielektromos állandóját)!

2.7. Tegyük fel, hogy a buborék teljes töltése nem túlságosan nagy (azaz $\frac{q^2}{\varepsilon_0 R_0^4} \ll P_a$), és ezért a buborék sugarának növekedése kicsiny. Add meg közelítőleg a buborék sugarának ΔR megváltozását, ahol $R_1 = R_0 + \Delta R$! Használd a következő közelítést: $(1+x)^n \approx 1+nx$, ha $x \ll 1$.

2.8. Fejezd ki a buborék álló levegőben való lebegéséhez szükséges q töltést a következő mennyiségek függvényében: t , ρ_a , ρ_s , ε_0 , R_0 , P_a ! Számítsd ki a q töltés számszerű értékét is! A vákuum permittivitása: $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ farad/m}$.