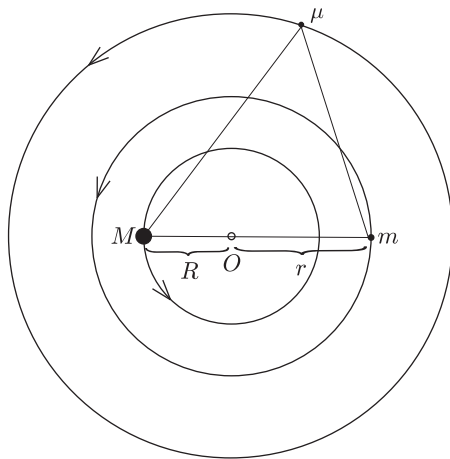


1. feladat. Egy háromtest-probléma és a LISA

1.1. M és m két egymást vonzó tömegpont, melyek R , illetve r sugarú körpályán mozognak a közös tömegközéppontjuk körül. Fejezd ki az M és m tömeg-



1. ábra. Három test pályája egy síkban

pontokat összekötő szakasz ω_0 szögsebességét R , r , M , m és a G gravitációs állandó segítségével!

1.2. Egy harmadik, infinitesimalisan kicsi μ tömegű testet úgy helyezünk el, hogy azonos síkban, körpályán mozogjon a közös tömegközéppont körül, és maradjon nyugalomban az M és m tömegű testekhez képest, ahogy az 1. ábrán látható. Tegyük fel, hogy ez a test nem esik egy egyenesbe az M és m testekkel. Fejezd ki a következő mennyiségeket R és r függvényében:

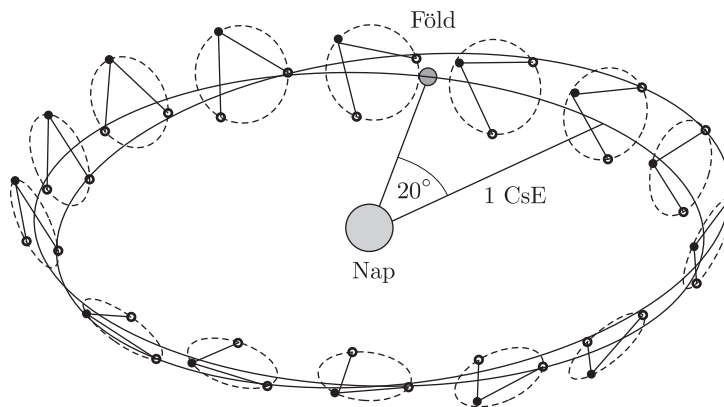
1.2.1. μ és M távolságát,

1.2.2. μ és m távolságát,

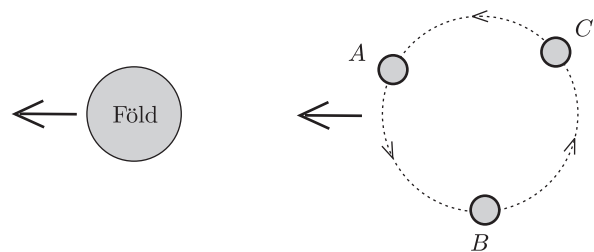
1.2.3. μ és a tömegközéppont távolságát.

1.3. Tekintsd az $M = m$ esetet. A μ testet kicsit kitérítjük radiális irányban (az $O - \mu$ egyenes mentén). Mekkora μ egyensúlyi helyzet körüli rezgésének körfrekvenciája ω_0 -al kifejezve? Tedd fel, hogy μ perdülete megmarad.

A Laser Interferometry Space Antenna (LISA) három egyforma űrhajó együttese a kisfrekvenciás gravitációs hullámok detektálására. A három űrhajó egy szabályos háromszög csúcaiban helyezkedik el, ahogy a 2. és 3. ábrán látható. Az oldalak (más néven „karok”) kb. 5,0 millió km hosszúak. A LISA-együttes egy, a Földéhez hasonló pályán 20° -kal lemaradva követi a Nap körül a Földet. Mindegyik űrhajó egy saját, kicsit döntött pályán kering a Nap körül. Ennek eredményeként a három űrhajó keringeni látszik a közös középpontjuk körül, évente egy fordulatot megtéve.



2. ábra. A LISA pálya vázlata. A három űrhajó közös középpontjuk körül kering 1 éves periódusidővel. Kezdetben 20° -kal lemaradva követik a Földet¹



3. ábra. A Földet követő három űrhajó nagyított képe. A , B és C a három űrhajó a szabályos háromszög csúcsaiban

Az űrhajók folyamatosan lézerjeleket bocsátanak ki és fogadnak egymás közt. A gravitációs hullámokat úgy mutatják ki, hogy a karok hosszának kicsiny változásait detektálják interferometriás módszerekkel. Gravitációs hullámok pl. úgy keletkezhetnek, hogy nagytömegű testek (pl. fekete lyukak) ütköznek a szomszédos galaxisokban.

1.4. A három űrhajó síkjában mekkora egy űrhajó relatív sebessége egy másik űrhajóhoz képest?

¹Forrás: D. A. Shaddock, „An Overview of the Laser Interferometer Space Antenna”, *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2009, **26**, pp. 128–132.