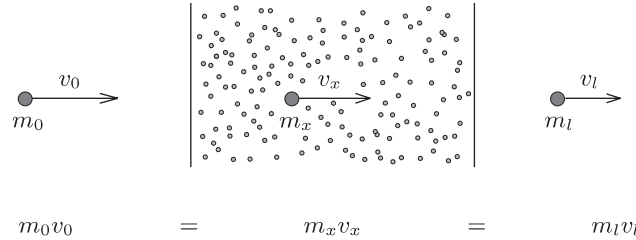


Egy bolygóközi pályán mozgó űrszonda, pályájának bizonyos részén, egy ott elhelyezkedő kozmikus „porfelhő” haladt át. Mindazon porszemcsék, amelyeknek nekiütközött, ráragadtak a szondára. Mire a szonda kiért a porfelhőből, tömege 2%-kal megnőtt.

Hány százalékkal nőtt meg a porfelhőn való áthaladás ideje ahhoz képest, amennyi idő alatt a porfelhő fékező hatása nélkül tette volna meg a szonda ugyanezt az utat?

(A porfelhőt állandó sűrűségű, határozott szélű objektumnak tekinthetjük.)

Megoldás. Külső erők hiányában a rendszer összes lendülete (impulzusa) állandó marad. Bolygóközi pályáról van szó, az űrszonda tehát legfeljebb a Nap gravitációs terét érzi, de első közelítésben ezt is elhanyagolhatjuk. A porfelhőt állandó sűrűségű, határozott szélű objektumnak tekintjük, így a folyamatot a 2. ábrával szemléltethetjük:



2. ábra

A porfelhő nem vesz át impulzust az űrszondától, mivel valamennyi porszem, amivel a szonda ütközik, ráragad a szondára. Másrészt v_0 , v_x és v_l a szondának a porfelhőhöz viszonyított (relatív) sebességét jelöli, vagyis a porfelhőt nyugvónak tekinthetjük.

A szonda tömege, miután x utat megtett a porfelhőben:

$$m_x = m_0 + \rho A x,$$

ahol ρ a porfelhő sűrűsége, A a szondának a sebességére merőleges keresztmetszet-területe. A szonda egész útját l -lel jelölve, a feladat feltétele szerint

$$m_l - m_0 = \rho A l = 0,02 m_0.$$

A lendületmegmaradásból következőleg

$$v_x = \frac{m_0 v_0}{m_x} = \frac{m_0 v_0}{m_0 + \rho A x}.$$

Itt v_x helyére $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ -t helyettesítve, majd Δt -t kifejezve

$$\Delta t = \frac{m_0 + \rho A x}{m_0 v_0} \cdot \Delta x,$$

tehát az azonos nagyságú Δx útszakaszok megtételéhez szükséges Δt idő lineáris függvénye x -nek! Így a teljes áthaladási idő a számtani középéből számolható:

$$T = \sum \Delta t = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_0} + \frac{m_0 + \rho A l}{m_0 v_0} \right) \sum \Delta x = \frac{l}{v_0} + \frac{\rho A}{m_0 v_0} \frac{l^2}{2}.$$

Ezt a kifejezést kissé átalakíthatjuk:

$$T = \frac{l}{v_0} + \frac{\rho A l}{m_0 v_0} \frac{l}{2} = \frac{l}{v_0} + \frac{0,02}{v_0} \frac{l}{2} = \frac{l}{v_0} (1 + 0,01),$$

$$T = 1,01 T_0.$$

Most kapott eredményünk szerint az áthaladási idő 1%-kal lett nagyobb. Általánosítva azt mondhatjuk, hogy ha a szonda tömege $p\%$ -kal megnőtt, akkor az áthaladási idő $p/2\%$ -kal lett nagyobb, függetlenül attól, hogy p értéke mekkora. Csak az a gondolatmenet fogadható el e feladat teljes értékű megoldásának, amiből ez is következik; más megfontolások (melyek p kicsiny értékénél numerikusan jó eredményt szolgáltatnak, de általánosságban nem működnek) csak rész megoldásnak tekinthetők.