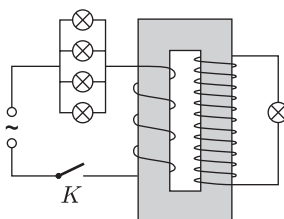


3. Egy jó minőségű transzformátor szekunder tekercsének menetszáma háromszorosa a primer tekercsének. Ezt a trafót a 11. ábra szerint hálózati váltóáramú feszültségforrásra kapcsoljuk a következő módon: A primer körbe egymással párhuzamosan iktatunk be öt egyforma, a hálózati feszültségre méretezett izzó közül négyet, az ötödiket a szekunder körbe kötjük. Mi történik a K kapcsoló zárása után?



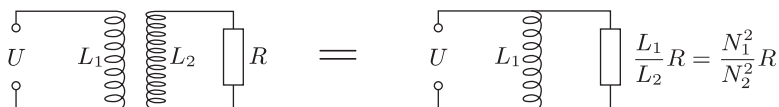
11. ábra

- a) Mindegyik izzó tűrhetően ég.
 b) A primer körbeli négy izzó szépen ég, az ötödik legfeljebb pislákol.
 c) A szekunder körbeli izzó egy pillanat alatt kiég, utána a primer körbeli izzók sem világítanak, mivel a primer tekercs fojtótekercsként hat.

Melyik a helyes válasz?

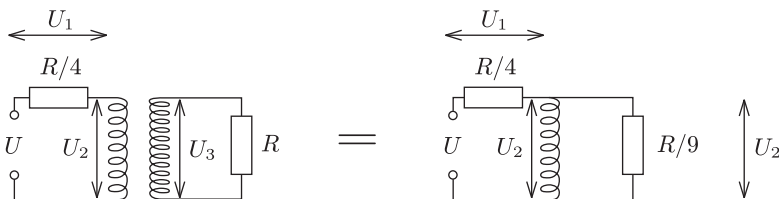
Megoldás. Ezt a feladatot is többféleképpen lehet megoldani. Eljuthatunk a helyes válaszhoz okoskodással, analógiák felhasználásával, úgy, ahogy például az előző feladat megoldásának bemutatásakor jártunk el. Most más utat választunk: bemutatjuk a lehető legrövidebb utat, ahogy a megoldást megkaphatjuk.

Ismert – szakkönyvekben, példatárakban megtalálható, így az Eöt vös-versenyen szabadon felhasználható – a transzformátor helyettesítő kapcsolása, ami a 12. ábrán látható.



12. ábra

Első közelítésben tekintsünk el attól, hogy az izzók ellenállása függ a rajtuk áthaladó áramtól (erre még visszatérünk), és induljunk ki abból, hogy van öt egyforma ellenállásunk. Az eredő a szekunder oldalon R , primer oldalon $R/4$, a párhuzamos kapcsolás miatt. Mivel a szekunder tekercs menetszáma háromszorosa a primer tekercsének, ezért a helyettesítő kapcsolásban ide $R/9$ ellenállás kerül (13. ábra).



13. ábra

Egy jó minőségű transzformátor szekunder tekercsének váltóáramú ellenállása sokkal nagyobb, mint az izzó ellenállásának kilenced része, ezért jó közelítésben írhatjuk:

$$U_1 : U_2 = \frac{R}{4} : \frac{R}{9},$$

valamint $U_1 + U_2 = U$ és $U_3 = 3U_2$. Ezekből az összefüggésekből következik:

$$U_1 = \frac{9}{13}U, \quad U_2 = \frac{4}{13}U, \quad U_3 = \frac{12}{13}U.$$

A primer tagban egy-egy izzóra jutó teljesítmény:

$$\frac{U_1^2}{R} = \frac{81}{169} \frac{U^2}{R} = 0,48 \frac{U^2}{R},$$

durván fele annak a teljesítménynek, amellyel a hálózati feszültségen világítanak. A szekunder körben az izzó teljesítménye:

$$\frac{U_3^2}{R} = \frac{144}{169} \frac{U^2}{R} = 0,85 \frac{U^2}{R},$$

nincs nagyon messze attól a teljesítménytől, amellyel ez az izzó a hálózati feszültségen világítana.

Ha most figyelembe vesszük azt a tényt, hogy alacsonyabb feszültségen (tehát alacsonyabb hőmérsékleten) az izzó ellenállása is kisebb, azt mondhatjuk, hogy a primer ágban levő izzók ténylegesen nagyobb teljesítménnyel világítanak, mint amit most kiszámítottunk.

Bátran állíthatjuk, hogy mindegyik izzó *tűrhetően* ég, vagyis az *a)* válasz a helyes.

Azok számára, akik járatosak a szinuszos váltóáramú hálózatok komplex számokat felhasználó számításaiban, megmutatjuk a 12. ábrán látható két kapcsolás egyenértékűségét, melyet a megoldásban felhasználtunk. A transzformátor primer és szekunder körére felírhatjuk:

$$\tilde{U} = j\omega L_1 \tilde{I}_1 + j\omega M \tilde{I}_2,$$

$$0 = j\omega M \tilde{I}_1 + j\omega L_2 \tilde{I}_2 + R \tilde{I}_2,$$

ahol \tilde{I}_1 a primer-, \tilde{I}_2 a szekunder körben folyó áram komplex alakja, M pedig a két tekercs kölcsönös indukciós együtthatója. A második egyenletből \tilde{I}_2 -t kifejezve és az első egyenletbe helyettesítve, valamint felhasználva a szoros csatolás esetén érvényes $M^2 = L_1 L_2$ összefüggést, rendezés után kapjuk:

$$\tilde{U} = \frac{j\omega L_1 R}{j\omega L_2 + R} \tilde{I}_1 = \tilde{Z} \cdot \tilde{I}_1.$$

A helyettesítő kapcsolásban $j\omega L_1$ és $R \frac{L_1}{L_2}$ váltóáramú ellenállások párhuzamos eredőjét kell kiszámítanunk:

$$\tilde{Z}' = \frac{j\omega L_1 \cdot R \frac{L_1}{L_2}}{j\omega L_1 + R \frac{L_1}{L_2}} = \frac{j\omega L_1 R}{j\omega L_2 + R} = \tilde{Z}.$$

Éppen ez az, amit be akartunk bizonyítani.