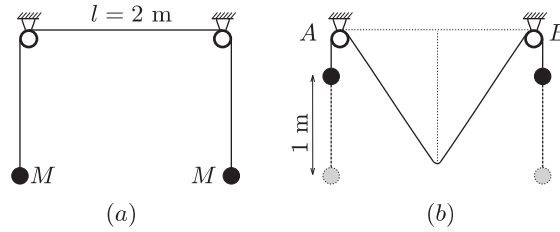


1. Két rögzített, egymástól $l = 2$ m távolságra levő csigán erős, de nem nyúlékony fonalat vezetünk át, és a végeire egy-egy $M = 1$ kg tömegű testet erősítünk az 1.(a) ábra szerint. (A fonal néhányszor 10 N terhelést bír ki szakadás nélkül. A csigák és a fonal tömege elhanyagolható.) Ha ujjunkkal lehúzzuk a fonal közepét úgy, hogy a két test 1–1 méterrel megemelkedjék (1.(b) ábra), majd elengedjük, a fonal elpattan, amikor A és B között „kiegyenesedik”. Ha azonban úgy engedjük el, hogy előbb egy ugyancsak 1 kg tömegű testet erősítünk a fonal középjéhez, akkor a fonal a továbbiakban nem szakad el.



1. ábra

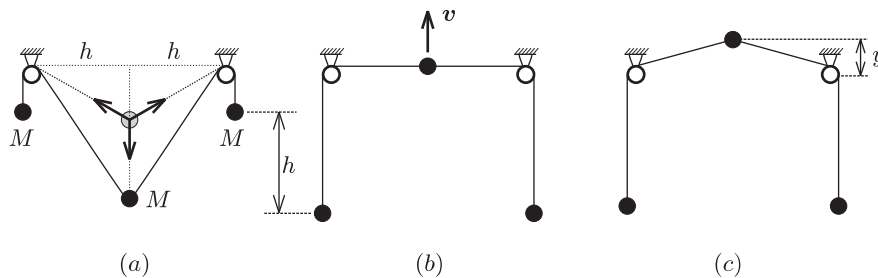
a) Magyarázzuk meg a jelenséget!

b) Mekkora erő feszíti a fonalat abban a pillanatban, amikor kiegyenesedik?

Megoldás. a) Azt kell észrevenni, hogy amikor a fonal kiegyenesedik, abban a pillanatban a fonalat két oldalról húzó testek már állnak. Rendkívül rövid idő alatt kell megállniuk, lefékeződniük arról a $v = \sqrt{2gh} \approx 16$ km/h sebességről, amire addigi mozgásuk (szabadesés) során felgyorsultak. (Itt és a továbbiakban $h = \frac{1}{2}l = 1$ m.) Ha a fékezést „pillanatszerűnek” gondolnánk, vagyis a fékezés ideje $\Delta t \rightarrow 0$ lenne, akkor a testek gyorsulása és a fonalat feszítő F erő is minden határon túl nőne, ezért elpattanna a fonal.

A valóságban természetesen még a „nem nyúlékony” fonal sem abszolút nyújthatatlan, hanem egy kicsit deformálható. Ehhez az alakváltozáshoz egy kicsiny, de véges Δt idő szükséges, így a testek gyorsulása és ezzel együtt a fonalat feszítő erő ha nem is végtelenné, de nagyon nagygyá válik. Mivel a fonal nem bír ki nagy erőt, elszakad.

b) Ábrázoljuk a folyamat három jellemző állapotát! A 2.(a) ábrán a kezdőállapotot tüntettük fel, megjelölve közben a középső test egyensúlyi helyzetét is, amelyen maximális sebességgel átlendül. A 2.(b) ábrán a fonal középső része vízszintes, a középső test azonban még emelkedik fölfelé. A 2.(c) ábra azt a pillanatot mutatja, amikor a középső test éppen megáll. Ekkor ismét állnak a szélső testek is. (Persze elképzelhető, hogy a középső test fel se emelkedik a 2.(b) ábrán látható helyzetig, ezt a lehetőséget majd számításokkal kell ellenőriznünk.)



2. ábra

A b) kérdés megfogalmazása arra utal, hogy a fonal ki fog egyenesedni, tehát a középső test eljut a 2.(b) ábrán jelzett állapotba. Lesz-e ott sebessége? Ezt érdemes kiszámítanunk. Írjuk fel a munkatételt a 2.(a) helyzettől a 2.(b)-ig jelzett folyamatra! A szélső testek h utat süllyednek, a középső $h\sqrt{3}$ utat emelkedik, ezért

$$Mgh - Mgh\sqrt{3} + Mgh = \frac{1}{2} Mv^2.$$

Felhasználtuk, hogy a 2.(b) helyzetben a szélső testek egy pillanatra megállnak, ezért csak a középső testnek lehet ekkor mozgási energiája. A felírt egyenletből a középső test sebessége: $v = \sqrt{2g(2 - \sqrt{3})h} > 0$. Tehát valóban emelkedik még a középső test. Meddig emelkedik? Ezt is kiszámíthatjuk, ha a 2.(b) és a 2.(c) állapotot hasonlítjuk össze energetikailag:

$$2Mg(\sqrt{h^2 + y^2} - h) + Mgy = \frac{1}{2} Mv^2.$$

Ez y -ra nézve másodfokú egyenletté alakítható, melynek megoldásai: $y_1 = -1,73h$ és $y_2 = +0,22h$. (Az első gyök nyilván a kezdőállapotot adja meg, a 2.(c) állapotnak y_2 felel meg.)


$$\frac{\Delta v}{v} = \sin \Delta\alpha \approx \Delta\alpha.$$
$$\frac{v\Delta t}{h} = \operatorname{tg} \Delta\alpha \approx \Delta\alpha.$$
$$\Delta v = \frac{v^2}{h} \Delta t,$$
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{h}$$
$$AP = \sqrt{h^2 + v^2 t^2} = h \sqrt{1 + \frac{v^2 t^2}{h^2}} \approx h + \frac{v^2 t^2}{2h} = h + \frac{a}{2} t^2.$$
$$F_{\text{fonal}} - Mg = M \frac{v^2}{h},$$
$$F_{\text{fonal}} = Mg[1 + 2(2 - \sqrt{3})] = 1,536 \, Mg \approx 15 \, \text{N}.$$

4. ábra