

3. feladat. A levegő hőmérsékletének magasság szerinti változása, a légköri stabilitás és a légszennyeződés

A levegő függőleges mozgása sok légköri folyamatért (például a felhők és egyéb kiválások kialakulásáért és a légszennyeződés szétterjedéséért) felelős. Ha a légkör stabil, akkor a függőleges mozgás nem valósulhat meg; a levegőben lévő szennyeződések összegyűlnek a kibocsátás helye közelében, nem terjednek szét, nem hígulnak fel. Instabil légkör esetén azonban a levegő függőleges mozgása elősegíti a légszennyeződések függőleges szétterjedését. Emiatt a szennyezők koncentrációja nem csak a kibocsátó források erősségétől, hanem a légkör stabilitásától is függ.

A levegő stabilitását a meteorológiában használatos elemi „levegőcsomag” (*air parcel*) fogalmának a használatával fogjuk meghatározni, összehasonlítva az adiabatikus állapotváltozás közben emelkedő vagy süllyedő elemi levegőcsomag hőmérsékletét a környező levegő hőmérsékletével. Látni fogjuk, hogy sok esetben a légszennyeződést tartalmazó, a felszínről felfelé emelkedő elemi levegőcsomag nyugalmi állapotba jut bizonyos magasságban, amit *keveredési magasságnak* nevezünk. Minél nagyobb a keveredési magasság, annál alacsonyabb a légszennyezés koncentrációja. Meg fogjuk határozni a keveredési magasságot és a szén-monoxid koncentrációt, amit egy reggeli csúcsforgalmi helyzetben Hanoi belvárosában a motorbiciklik bocsátanak ki egy olyan esetben, amikor 119 m magasság felett hőmérsékinverzió (amikor a levegő hőmérséklete felfelé növekszik) következtében a függőleges keveredés nem folytatódhat.

A levegőt tekintjük kétatomos ideális gáznak, melynek moláris tömege: $\mu = 29$ g/mol.

Kvázi-egyensúlyi adiabatikus folyamatban teljesül a $pV^\gamma = \text{állandó}$ összefüggés, ahol $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ a gáz fajhőhányadosa.

A következő adatokat használhatod:

Az egyetemes gázállandó: $R = 8,31$ J/(mol · K).

A légköri nyomás a földfelszínen: $p_0 = 101,3$ kPa.

Az állandónak tekinthető gravitációs gyorsulás: $g = 9,81$ m/s².

A levegő mólhője állandó nyomáson: $c_p = \frac{7}{2}R$.

A levegő mólhője állandó térfogaton: $c_v = \frac{5}{2}R$.

Matematikai útmutatás:

a)
$$\int \frac{dx}{A+Bx} = \frac{1}{B} \int \frac{d(A+Bx)}{A+Bx} = \frac{1}{B} \ln(A+Bx).$$

b) A $\frac{dx}{dt} + Ax = B$ differenciálegyenlet (ahol A és B állandók) megoldása

$$x(t) = x_1(t) + \frac{B}{A},$$

ahol $x_1(t)$ a $\frac{dx}{dt} + Ax = 0$ differenciálegyenlet megoldása.

c)
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

1. A levegő hőmérsékletének magasság szerinti változása.

1.1. Tegyük fel, hogy a légkör hőmérséklete mindenhol azonos, értéke T_0 . Határozd meg, hogyan függ a légkör p nyomása a z magasságtól!

1.2. Tegyük fel, hogy a légkör hőmérséklete a következő összefüggés szerint változik a magassággal:

$$T(z) = T(0) - \Lambda z,$$

ahol Λ egy állandó, amit a légkör hőmérsékletcsökkenési sebességének nevezünk (a függőleges hőmérsékletgradiens: $-\Lambda$).

1.2.1. Határozd meg ebben az esetben is, hogyan függ a légkör p nyomása a z magasságtól!

1.2.2. Szabad áramlás (konvekció) következik be, ha a levegő sűrűsége növekszik a magassággal. Milyen Λ értékek esetén valósul meg szabad áramlás?

2. Elemi levegőcsomag hőmérsékletének változása függőleges mozgás közben.

Tekintsünk egy elemi levegőcsomagot, ami fel-le mozog a légkörben. Az elemi levegőcsomag számottevő kiterjedésű levegőtömeg, néhány méter nagyságú, amit független termodinamikai egységként kell kezelnünk, azonban mégis olyan kicsiny, hogy a hőmérsékletét azonosnak, homogénnek tekinthetjük. Egy elemi levegőcsomag függőleges mozgását kváziadiabatikus folyamatként tárgyalhatjuk, azaz a környező levegővel való hőcserét elhanyagolhatjuk. Ha a levegőcsomag emelkedik a légkörben, akkor kitágul és lehűl. Következésképpen, ha lefelé mozog, akkor a növekvő külső nyomás összenyomja a levegőt a csomagon belül, és hőmérséklete emelkedni fog.

Ha a levegőcsomag mérete nem nagy, akkor feltehetjük, hogy a levegőcsomag határán és belsejében a nyomás mindenhol ugyanakkora, és megegyezik a $p(z)$ légköri nyomás értékkel, ahol z a csomag középpontjának magassága.

A csomag hőmérséklete is a csomag minden pontjában ugyanakkorának tekinthető. Ez a hőmérséklet – amit $T_{\text{csomag}}(z)$ -vel jelölünk – általában különbözik a környező levegő $T(z)$ hőmérsékletétől. A **2.1.**, valamint a **2.2.** pontokban a $T(z)$ függvényt adottnak tekinthetjük, melynek konkrét formája nem ismert.

2.1. A csomag T_{csomag} hőmérsékletének változását a magasság szerint a következő módon adhatjuk meg: $\frac{dT_{\text{csomag}}}{dz} = -G$. Vezess le egy formulát a G kifejezésre!

2.2. Tekintsük azt a különleges légköri állapotot, amikor bármely z magasságban a légkör T hőmérséklete megegyezik az elemi levegőcsomag T_{csomag} hőmérsékletével: $T(z) = T_{\text{csomag}}(z)$. Használjuk ilyenkor a Γ jelölést G helyett, vagyis

$$\Gamma = -\frac{dT_{\text{csomag}}}{dz}, \quad \text{ha} \quad T(z) = T_{\text{csomag}}(z).$$

Γ neve: száraz adiabatikus csökkenési sebesség.

2.2.1. Határozz meg egy formulát a Γ kifejezésre!

2.2.2. Számítsd ki Γ számszerű értékét!

2.2.3. Add meg ebben az esetben a $T(z)$ légköri hőmérséklet kifejezését a magasság függvényében!

2.3. Tegyük fel, hogy a légkör hőmérséklete a következő összefüggés szerint változik a magassággal: $T(z) = T(0) - \Lambda z$, ahol Λ egy állandó. Határozd meg az elemi levegő csomag $T_{\text{csomag}}(z)$ hőmérsékletének függését a z magasságtól!

Add meg a $T_{\text{csomag}}(z)$ kifejezés közelítő értékét, ha $|\Lambda \cdot z| \ll T(0)$ és $T(0) \approx T_{\text{csomag}}$.

3. A légköri stabilitás.

Ebben a részben feltesszük, hogy T lineárisan változik a magassággal.

3.1. Tekintsünk egy elemi levegőcsomagot, amely kezdetben egyensúlyban van a környező levegővel z_0 magasságban, azaz hőmérséklete ugyanolyan $T(z_0)$ értékű, mint a környező levegő. Ha a levegőcsomag lassan felfelé vagy lefelé mozog, a következő három eset egyikének teljesülnie kell:

– A levegőcsomag visszajut az eredeti z_0 magasságba, a levegőcsomag egyensúlya stabil (biztos). A légkört ekkor stabilnak tekinthetjük.

– A levegőcsomag folytatja mozgását a megkezdett irányba, a levegőcsomag egyensúlya instabil (bizonytalan). A légkör ilyenkor instabil.

– A levegőcsomag megmarad az új helyzetében, a levegőcsomag egyensúlya közömbös (indifferens). A légkört semlegesnek nevezzük.

Milyen feltételnek kell Λ értékére teljesülnie, hogy a légkör stabil, instabil, illetve semleges legyen?

3.2. A levegőcsomag talajon mérhető $T_{\text{csomag}}(0)$ hőmérséklete legyen magasabb, mint a környező levegő $T(0)$ hőmérséklete. Ilyenkor a felhajtóerő emelni kezdi a levegőcsomagot. Vezess le egy olyan kifejezést, ami megmondja, hogy a levegőcsomag mekkora maximális magasságba emelkedik stabil légkör esetén! A kifejezésben a hőmérsékleteken kívül csak Λ és Γ szerepeljen.

4. A keveredési magasság.

4.1. Az 1. táblázat egy meteorológiai légkömb hőmérséklet adatait tartalmazza, amelyeket Hanoiiban mértek egy novemberi napon reggel 7:00 órakor. A hőmérséklet magasságtól való függését jó közelítéssel a $T(z) = T(0) - \Lambda z$ formulával lehet leírni, ahol a Λ hőmérsékletcsökkenési sebesség a $0 < z < 96$ m, $96 \text{ m} < z < 119$ m, valamint a $119 \text{ m} < z < 215$ m szakaszokon más és más konstans.

Magasság [m]	Hőmérséklet [°C]
5	21,5
60	20,6
64	20,5
69	20,5
75	20,4
81	20,3
90	20,2
96	20,1
102	20,1
109	20,1
113	20,1
119	20,1
128	20,2
136	20,3
145	20,4
153	20,5
159	20,6
168	20,8
178	21,0
189	21,5
202	21,8
215	22,0
225	22,1
234	22,2
246	22,3
257	22,3

1. táblázat. A meteorológiai léggömb hőmérséklet adatai, melyeket Hanoiban mértek egy novemberi napon reggel 7:00 órakor

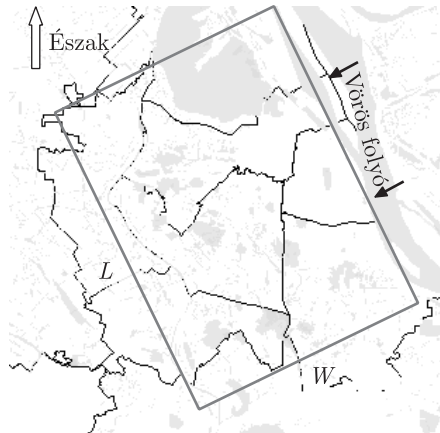
Tegyük fel, hogy egy $T_{\text{csomag}}(0) = 22^\circ\text{C}$ hőmérsékletű levegőcsomag emelkedni kezd a föld felszínéről. Az 1. táblázat adatainak felhasználásával, és a fenti lineáris közelítés használatával számítsd ki a levegőcsomag hőmérsékletét a 96 m-es és a 119 m-es magasságok között!

4.2. Határozd meg a levegőcsomag által elérhető maximális H magasságot, és a levegőcsomag $T_{\text{csomag}}(H)$ hőmérsékletét!

A H magasságot keveredési magasságnak nevezzük. A föld felszínéről érkező légszennyeződések ebben a rétegben keveredhetnek a légköri levegővel (például szelek, örvények stb. útján), és így a levegőcsomagban a szennyeződések felhígulhatnak.

5. Szén-monoxid szennyezés (CO) becslése egy reggeli motorbiciklis csúcsforgalmi órában Hanoiban.

Hanoi belvárosát egy téglalappal közelíthetjük, melynek L és W oldalát az ábra mutatja, egyik oldalán a Vörös folyó folyó dél-nyugati partjával.



A becslések szerint a reggeli csúcsforgalomban 7-től 8 óráig $8 \cdot 10^5$ motorbicikli van az utakon, melyek mindegyike átlagosan 5 km utat tesz meg, és közben kilométerenként 12 g szén-dioxidot (CO) bocsát ki. A CO szennyeződés

mennyiségét időben egyenletes kibocsátásúnak tekinthetjük, a csúcsforgalom alatt állandó M mértékűnek. Ugyanakkor a tiszta észak-keleti szél u sebességgel fúj a Vörös folyóra merőlegesen (azaz merőlegesen a téglalap L oldalára), és ugyanezzel a sebességgel hagyja el a várost, miközben magával viszi a CO-val szennyezett levegő egy részét.

Használjuk a következő durva, közelítő modellt:

- A CO gyorsan szétoszlik a keveredési réteg teljes térfogatában Hanoi belvárosa felett, így a t időpillanatban a $C(t)$ CO koncentráció állandónak tekinthető az L , W és H méretekkel jellemezhető téglatest alakú doboz belsejében.
- A dobozba befújó szél tiszta, feltehetjük, hogy nem tartalmaz szennyezést, továbbá azt is feltételezhetjük, hogy nem távozik szennyeződés a doboz széllel párhuzamos oldalain át.
- 7 óra előtt a levegő CO koncentrációja elhanyagolható.

5.1. Határozd meg azt a differenciálegyenletet, ami megadja a $C(t)$ CO koncentráció értékét az idő függvényében!

5.2. Írd le a $C(t)$ CO koncentrációra kapott egyenlet megoldását, azaz add meg a $C(t)$ függvényt!

5.3. Számítsd ki a CO koncentráció 8 órára vonatkozó számszerű értékét!

Adatok: $L = 15$ km, $W = 8$ km, $u = 1$ m/s.