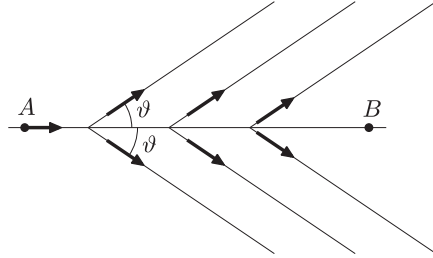


2. feladat. Cserenkov-sugárzás és gyűrűs képalkotáson alapuló számláló

A fény vákuumban c sebességgel terjed. Semmiféle részecske nem mozoghat ennél a c sebességnél gyorsabban. Azonban lehetséges, hogy valamely átlátszó közegben mozgó részecske v sebessége nagyobb, mint a közegbeli $\frac{c}{n}$ fénysebesség, ahol n a közeg (abszolút) törésmutatója. Kísérletileg 1934-ben *P. A. Cserenkov* észlelte, majd elméletileg 1937-ben *I. J. Tamm* és *I. M. Frank* bizonyította, hogy ha egy töltött részecske n törésmutatójú átlátszó közegben v sebességgel mozog, és teljesül, hogy $v > \frac{c}{n}$, akkor a részecske fényt bocsát ki; ez az úgynevezett *Cserenkov-sugárzás*.



A sugárzás iránya a részecske pályájával

$$(1) \quad \vartheta = \arccos \frac{1}{\beta n}$$

szöveget zár be, ahol $\beta = \frac{v}{c}$.

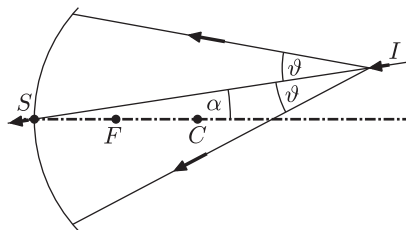
1. A fenti tény megállapítása céljából tekintsünk egy részecskét, mely egyenes pályán állandó $v > \frac{c}{n}$ sebességgel mozog. A $t = 0$ időpontban a részecske az A pontban van, míg a t_1 pillanatban a B pontban. Mivel a probléma az AB tengelyre nézve forgásszimmetrikus, elegendő csupán egyetlen olyan síkban vizsgálni a fény terjedését, amely tartalmazza az AB tengelyt.

Bármely A és B közti C pontban a részecske gömbhullámokat bocsát ki, melyek $\frac{c}{n}$ sebességgel terjednek. A hullámfront egy adott t időpillanatban a burkolója (közös érintő görbéje) ezeknek a gömbhullámoknak.

1.1. Határozd meg a hullámfrontot egy t_1 időpillanatban, és rajzold be a hullámfrontnak egy, a részecske pályáját tartalmazó síkkal való metszetét!

1.2. Fejezd ki a hullámfront metszete és a részecske pályája között mérhető φ szöveget n és β segítségével!

2. Tekintsük $v > \frac{c}{n}$ sebességgel mozgó részecskék nyalábját, melyre teljesül, hogy a nyaláb IS egyenese és a sugárzás kúpja közti ϑ szög kicsi. (Lásd az *ábrát!*) A nyaláb útjában, az S pontban egy C középpontú, f fókusztávolságú homorú gömbtükör helyezkedik el úgy, hogy az SC és az SI egyenesek közti α szög szintén kicsiny. A tükörről visszavert fény a tükör fókuszsíkjában gyűrű alakú képet alkot. Igazold ezt az állítást egy vázlatos ábra segítségével! Add meg a gyűrű r sugarát és középpontjának O helyét!



Az itt ismertetett elrendezést a *gyűrűs képalkotáson alapuló Cserenkov-számlálóknak* (Ring Imaging Cherenkov Counter, RICH) használják, és azt a közeg, amiben a részecskék haladnak, *sugárzó közegnek* nevezik.

Megjegyzés: Ennek a feladatnak minden kérdésében az α és ϑ szögben másod- vagy ennél magasabb rendű tagokat hanyagoljuk el.

3. Egy ismert, $p = 10,0 \text{ GeV}/c$ impulzusú részecskéket tartalmazó nyaláb háromféle különböző részecskét tartalmaz: proton, kaont és piont, melyek nyugalmi tömege rendre $M_p = 0,94 \text{ GeV}/c^2$, $M_k = 0,50 \text{ GeV}/c^2$ és $M_\pi = 0,14 \text{ GeV}/c^2$. Emlékeztetünk rá, hogy mind pc , mind pedig Mc^2 energia dimenziójú mennyiség, és 1 eV az az energia, amelyre egy elektron 1 V feszültséggel való gyorsítás hatására tesz szert. További mértékegységek: $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$, valamint $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$.

A részecskenyaláb P nyomású levegőn, mint sugárzó közegen halad át. A levegő n törésmutatója a következő módon függ (az atmoszférákban mért) P nyomástól:

$$n = 1 + aP, \quad \text{ahol} \quad a = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ atm}^{-1}.$$

3.1. Határozd meg mindhárom részecsketípus esetén azt a minimális P_{\min} levegőnyomást, amely fölött a Cserenkov-sugárzás kialakulhat.

3.2. Határozd meg azt a $P_{\frac{1}{2}}$ nyomást, amely mellett a kaonokhoz tartozó gyűrű sugara éppen fele a pionokhoz tartozó gyűrű sugarának! Számold ki ebben az esetben a ϑ_{κ} és ϑ_{π} szögeket is!

Ezen a nyomáson megfigyelhető-e a protonokhoz tartozó gyűrű?

4. Most tegyük fel, hogy a részecskenyaláb nem teljesen monokromatikus; a részecskék impulzusa egy $10 \text{ GeV}/c$ körül koncentrált, Δp félértékszélességű eloszlást alkot. Ennek következtében a gyűrűk kiszélesednek, és a ϑ szög eloszlásának félértékszélessége $\Delta\vartheta$. A sugárzó közeg (levegő) nyomása a **3.2.** pontban meghatározott $P_{\frac{1}{2}}$ érték.

4.1. Határozd meg $\frac{\Delta\vartheta_{\kappa}}{\Delta p}$ és $\frac{\Delta\vartheta_{\pi}}{\Delta p}$ -t, azaz a $\frac{\Delta\vartheta}{\Delta p}$ hányados értékét kaon és pion esetén!

4.2. Amennyiben a két gyűrű közti $\vartheta_{\pi} - \vartheta_{\kappa}$ szögeltérés nagyobb, mint a félértékszélességek $\Delta\vartheta = \Delta\vartheta_{\kappa} + \Delta\vartheta_{\pi}$ összegének 10-szerese, tehát ha $\vartheta_{\pi} - \vartheta_{\kappa} > 10 \Delta\vartheta$, akkor a két gyűrűt jól el lehet különíteni egymástól. Határozd meg azt a maximális Δp értéket, amely mellett a két gyűrű még jól elkülöníthető!

5. Cserenkov a nevével elnevezett jelenséget először egy vízzel telt palackban figyelte meg, mely radioaktív forrás közelében helyezkedett el. Szemével érzékelte, hogy a palackban levő víz fényt bocsát ki.

5.1. Határozd meg azt a T_{\min} minimális mozgási energiát, amely mellett egy M nyugalmi tömegű, vízben haladó részecske Cserenkov-sugárzást bocsát ki! A víz törésmutatója $n = 1,33$.

5.2. Tudjuk, hogy a Cserenkov által használt sugárforrás vagy $M_{\alpha} = 3,8 \text{ GeV}/c^2$ nyugalmi tömegű α -részecskéket (azaz hélium atommagokat) vagy $M_e = 0,51 \text{ MeV}/c^2$ nyugalmi tömegű β -részecskéket (azaz elektronokat) bocsát ki. Határozd meg T_{\min} számszerű értékét α - és β -részecskék esetén!

Felhasználva, hogy radioaktív sugárforrások által kibocsátott részecskék mozgási energiája soha nem halad meg néhány MeV-ot, dönts el, hogy melyik részecske hozta létre a Cserenkov által először megfigyelt sugárzást!

6. Az előző kérdésekben a Cserenkov-effektusnak a kibocsátott fény hullámhosszától való függését nem vettük figyelembe. Most tekintetbe vesszük azt a tényt, hogy a Cserenkov-sugárzásnak széles folytonos spektruma van, mely tartalmazza a látható ($0,4 \mu\text{m}$ -tól $0,8 \mu\text{m}$ -es hullámhosszig terjedő) tartományt is. Azt is tudjuk, hogy a látható fény tartományában a λ hullámhossz növelésével a sugárzó közeg n törésmutatója lineárisan csökken $(n - 1)$ -nek 2%-ával.

6.1. Tekintsünk egy pontosan $10,0 \text{ GeV}/c$ impulzusú pionokból álló nyalábot, amely 6 atm nyomású levegőben halad. Határozd meg a látható tartomány két végpontjához tartozó $\delta\vartheta$ szögeltérést!

6.2. Az előző eredmény alapján tanulmányozd kvalitatíven (nem számszerűen) a diszperzió hatását egy olyan pionnyaláb által létrehozott gyűrűs képen, melyben a részecskék impulzusa a $p = 10 \text{ GeV}/c$ érték körül $\Delta p = 0,3 \text{ GeV}/c$ félérték-szélességgel oszlik el.

6.2.1. Határozd meg a gyűrűnek a diszperzió (azaz a törésmutató hullámhossz függése miatt bekövetkező) kiszélesedését, valamint a gyűrűnek a nyalábot alkotó részecskék impulzus-inhomogenitásából fakadó kiszélesedését!

6.2.2. Hogyan változik a gyűrű színe, miközben a gyűrű belső élétől a külső él felé haladunk!