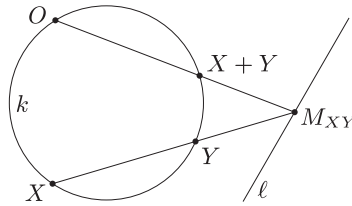


Adott a síkon egy  $k$  kör, a körön kívül fekvő  $\ell$  egyenes, továbbá a körön egy  $O$  pont.

Definiáljuk a  $k$  kör pontjain a  $+$  kétváltozós műveletet a következőképpen. A kör bármely  $X, Y$  pontpárjára jelöljük  $M_{XY}$ -nal  $\ell$  és az  $XY$  egyenes metszéspontját. (Ha  $X = Y$ , akkor az  $XY$  egyenes az érintő. Ha a két egyenes párhuzamos, akkor  $M_{XY}$  az  $\ell$  ideális pontja.) Szerkesszük meg az  $OM_{XY}$  egyenes és a kör másik metszéspontját. (Ha  $OM_{XY}$  érinti a kört, akkor a másik metszéspont is  $O$ .) Ez a pont legyen  $X + Y$ .



Mutassuk meg, hogy a  $+$  művelet kiterjeszthető a  $k$  kör és az  $\ell$  egyenes összes, valamint  $\ell$  ideális pontjára úgy, hogy a pontok a  $+$  művelettel kommutatív csoportot alkossanak, amelynek egységeleme az  $O$  pont, azaz teljesüljenek a következő feltételek:

- a) Tetszőleges  $X, Y, Z$ -re  $(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$ ;
- b) Tetszőleges  $X, Y$  esetén  $X + Y = Y + X$ ;
- c) Tetszőleges  $X$ -re  $X + O = X$ ;
- d) Tetszőleges  $X$ -hez létezik olyan  $Y$ , amelyre  $X + Y = O$ .