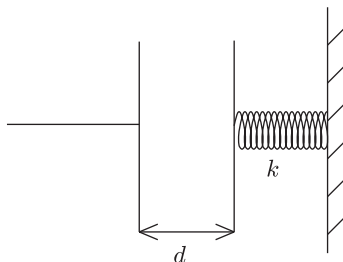


Légzsák

Ebben a feladatban azoknak a gyorsulásmérőknek az egyszerűsített modelljével foglalkozunk, amelyek ütközéskor az autók légzsákját hozzák működésbe. Egy olyan elektromechanikai rendszert szeretnénk építeni, amelyben a gyorsulás egy meghatározott értékénél valamelyik elektromos mennyiség (például a feszültség az áramkör egy adott pontján) elér egy küszöbértéket, és ennek hatására a légzsák működésbe lép.

Megjegyzés: Ebben a feladatban hanyagold el a gravitációt!

1. Tekintsünk egy kondenzátort, amely két párhuzamos lemezből áll (3. ábra). A kondenzátor mindkét lemeze A területű, a lemezek közti távolság d . A lemezek közti távolság sokkal kisebb, mint a lemezek méretei. Az egyik lemezt egy k rugóállandójú (direkciós erejű) rugó egy falhoz kapcsolja, a másik lemez rögzített. Ha a lemezek közti távolság d , akkor a rugó nincsen sem megnyújtva, sem összenyomva. Más szavakkal: ekkor semmilyen erő nem lép fel a rugóban. Tegyük fel, hogy a lemezek közt a levegő permittivitása megegyezik a vákuumével (ε_0). A kondenzátor kapacitása a lemezek ekkora távolságánál: $C_0 = \varepsilon_0 A/d$. A lemezekre $+Q$ és $-Q$ töltést juttatunk, és hagyjuk, hogy a rendszer mechanikailag egyensúlyba kerüljön.



3. ábra

1.1. (0,8 pont) Számítsd ki a lemezek által egymásra kifejtett F_E elektromos erőt!

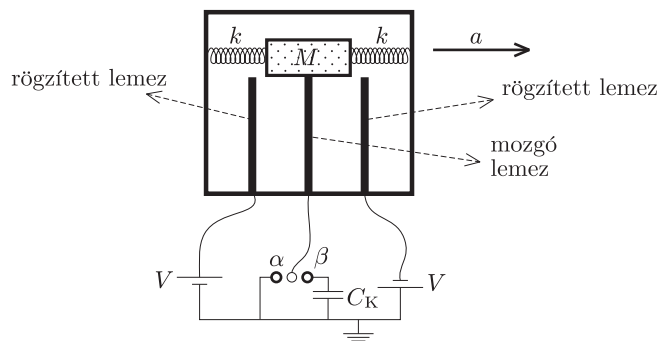
1.2. (0,6 pont) A rugóhoz rögzített lemez elmozdulását jelölje x . Határozd meg x értékét!

1.3. (0,4 pont) Mekkora ebben az állapotban a kondenzátor lemezei közti V potenciálkülönbség Q , A , d , k függvényében kifejezve?

1.4. (0,3 pont) Legyen C a kondenzátor kapacitása (amit a töltés és a potenciálkülönbség hányadosaként definiálunk). Határozd meg a C/C_0 hányadost Q , A , d és k függvényében!

1.5. (0,6 pont) Mekkora a rendszerben tárolt teljes U energia Q , A , d és k függvényében kifejezve?

A 4. ábra egy M tömegű testet mutat, amelyet egy elhanyagolható tömegű vezető lemezhez és két egyforma, k rugóállandójú rugóhoz rögzítettünk. A vezető lemez előre-hátra tud mozogni két rögzített vezető lemez között. A lemezek egyformák, területük A . A három lemez így két kondenzátort képez. A rögzített lemezek a 4. ábrán látható módon V és $-V$ feszültségre vannak kapcsolva, a középső lemez pedig egy kétállású kapcsolón keresztül le van földelve. A középső lemezre kötött vezeték nem akadályozza a lemez mozgását, és a lemezek mindvégig párhuzamosak. Ha az egész rendszer nem gyorsul, akkor mindkét rögzített lemez d távolságra van a mozgó lemezről (ez a távolság sokkal kisebb, mint a lemezek méretei). A mozgó lemez vastagsága elhanyagolható.



4. ábra

A kapcsoló az α és β állapotokban lehet. Tegyük fel, hogy a rendszer az autóval együtt gyorsul, és gyorsulása állandó. Tegyük föl azt is, hogy az állandó gyorsulás mellett a rugó nem rezeg, és az összetett kondenzátorrendszer minden eleme egyensúlyi állapotban van, azaz az egyes elemek egymáshoz (és így az autóhoz képest is) nyugalomban vannak.

A gyorsulás hatására a mozgó lemez x távolsággal elmozdul eredeti helyéről, a két rögzített lemez közötti felező-ponttól.

2. Tekintsük először azt az esetet, amikor a kapcsoló az α állásban van, azaz a mozgó lemez le van földelve!

2.1. (0,4 pont) Határozd meg ebben az esetben mindkét kondenzátor töltését x függvényében!

2.2. (0,4 pont) Határozd meg a mozgó lemezre ható eredő F_E elektromos erőt x függvényében!

2.3. (0,2 pont) Tegyük fel, hogy $d \gg x$ és az x^2 rendű tagok elhanyagolhatók a d^2 rendű tagok mellett. Egyszerűsítsd a 2.2. részben kapott képletet!

2.4. (0,7 pont) Írd fel a mozgó lemezre ható teljes erőt (az elektromos és rugóerők eredőjét) $-k_{\text{eff}}x$ alakban, és határozd meg a k_{eff} -et megadó képletet!

2.5. (0,4 pont) Fejezd ki az a állandó gyorsulást x függvényében!

3. Most tekintsük azt az esetet, amikor a kapcsoló a β állásban van, azaz a mozgó lemez egy kondenzátoron keresztül van leföldelve. A kondenzátor kapacitása C_K , és kezdetben nincs rajta töltés. A mozgó lemez x távolságra tér ki a középponti helyzetéből.

3.1. (1,5 pont) Határozd meg a C_K kondenzátoron eső V_K elektromos feszültséget x függvényében!

3.2. (0,2 pont) Megint feltételezzük, hogy $d \gg x$, és az x^2 nagyságrendű tagok elhanyagolhatók a d^2 nagyságrendű tagok mellett. Egyszerűsítsd a 3.1. kérdésre kapott képletet!

4. Szeretnénk a feladatban szereplő paramétereket úgy beállítani, hogy normál fékezésnél a légsák még ne jöjjön működésbe, de az autó ütközésekor elég gyorsan kinyíljon, és megvédje a vezető fejét a kormányval vagy a szélvédővel való ütközéstől. Ahogy a 2. részben láttad, a mozgó lemezre ható elektromos és rugóerő eredője egy k_{eff} effektív rugóállandójú rugóval vehető figyelembe. Az egész összetett kondenzátorrendszer olyan, mint egy M tömegből és egy k_{eff} rugóállandójú rugóból álló egyszerű rendszer, amely állandó a gyorsulással gyorsul (ami ebben a feladatban megegyezik az autó gyorsulásával).

Megjegyzés: Ebben a részben az a feltevés, hogy a tömeg és a rugó egyensúlyban van az állandó gyorsulás hatására, és így nem mozog az autóhoz viszonyítva, már nem érvényes!

Hanyagold el a sűrűlódást, és használd a következő numerikus értékeket: $d = 1,0$ cm, $A = 2,5 \cdot 10^{-2}$ m², $k = 4,2 \cdot 10^3$ N/m, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ C²/Nm², $V = 12$ V, $M = 0,15$ kg.

4.1. (0,6 pont) Ezeket az adatokat használva határozd meg a 2.3. részben kapott elektromos erő és a rugóerő hányadosát, és mutasd meg, hogy az elektromos erő elhanyagolható a rugóerő mellett!

Abban az esetben, amikor a kapcsoló a β állásban van, nem számítjuk ki az elektromos erőt, de az előzőhöz nagyon hasonlóan ekkor is meg lehetne mutatni, hogy az elektromos erők elhanyagolhatók a rugóerők mellett.

4.2. (0,6 pont) Mekkora a mozgó lemez maximális elmozdulása, ha az állandó sebességgel haladó autó hirtelen konstans a gyorsulással fékezni kezd? Paraméteres választ adjál!

Tegyük fel, hogy a kapcsoló a β állásban van, és a rendszer úgy van megtervezve, hogy ha a kondenzátoron eső feszültség eléri a $V_K = 0,15$ V értéket, a légsák aktiválódik. Azt szeretnénk, hogy a légsák ne lépjen működésbe, ha az autó normálisan fékez, azaz gyorsulása kisebb a nehézségi gyorsulásnál ($g = 9,8$ m/s²), de azonnal lépjen működésbe, ha a gyorsulás ennél nagyobb.

4.3. (0,6 pont) Mekkora legyen ehhez C_K értéke?

Meg szeretnénk határozni, hogy a légsák elég gyorsan működésbe lép-e, és meg tudja-e védeni a vezető fejét a kormányval vagy a szélvédővel való ütközéstől. Tegyük fel, hogy egy ütközés hatására az autó g lassulással lassul, de a vezető feje továbbra is állandó sebességgel mozog.

4.4. (0,8 pont) Becsöld meg a vezető feje és a kormány közötti távolságot, és a becslés alapján határozd meg azt a t_1 időt, amely addig telik el, hogy a vezető feje a kormánynak ütközik!

4.5. (0,9 pont) Határozd meg a légsák aktiválódásáig eltelt t_2 időt, és hasonlítsd össze t_1 -gyel! Időben működésbe lépett a légsák? Tételezd fel, hogy a légsák az aktiválás hatására azonnal kinyílik.