

Legyen $1 < a < 2$ valós szám.

(a) Mutassuk meg, hogy pontosan egy olyan $x_1, x_2, \dots$ sorozat létezik, amelynek pozitív egészek az elemei és tetszőleges i esetén $x_{i+1} \geq x_i^2$ és

$$\left(1 + \frac{1}{x_1}\right) \left(1 + \frac{1}{x_2}\right) \dots = a.$$

(b) Bizonyítsuk be, hogy az $x_{i+1} > x_i^2$ egyenlőtlenség akkor és csak akkor teljesül végtelen sok i indexre, ha a irracionális.