

Adottak a diszjunkt S és T halmazok, valamint az S elemein a $*$, a T elemein a $\circ$ kétváltozós művelet (tehát $a, b \in S$, illetve $c, d \in T$ esetén $a * b \in S$ és $c \circ d \in T$). Mindkét művelet asszociatív; más szóval: $(S, *)$ és $(T, \circ)$ félcsoportok.

Azt is tudjuk, hogy tetszőleges $t \in T$ -hez léteznek olyan $u, v \in T$ elemek, amelyekre $u \circ t = t \circ v = t$.

Legyen $f: S \rightarrow T$ egy tetszőleges leképezés. Definiáljuk az $S \cup T$ halmazon a $\otimes$ műveletet a következőképpen:

$$a \otimes b = \begin{cases} a * b & \text{ha } a, b \in S, \\ f(a) \circ b & \text{ha } a \in S, b \in T, \\ a \circ f(b) & \text{ha } a \in T, b \in S, \\ a \circ b & \text{ha } a, b \in T. \end{cases}$$

Mutassuk meg, hogy a $\otimes$ művelet akkor és csak akkor asszociatív, ha f homomorfizmus, azaz tetszőleges $a, b \in S$ esetén $f(a * b) = f(a) \circ f(b)$.