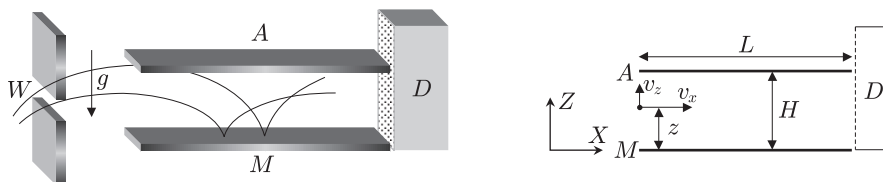


Neutronok gravitációs mezőben

A megszokott klasszikus világban a földön rugalmasan pattogó labda a vég nélküli mozgás ideális példája. A labda csapdában van, nem mehet a földfelszín alá és a felső holtpont fölé. Kötött állapotban marad, mindig visszafordul és föl pattan. Csak a közegellenállás és az ütközés rugalmatlansága állíthatja meg, amitől viszont a következőkben eltekintünk.

Fizikusok egy csoportja a grenoble-i Laue–Langevin Intézetben 2002-ben megjelentetett egy cikket¹ a földi gravitációs mezőben végzett neutronejtési kísérletről. A kísérletben a jobbra mozgó neutronok szabadon estek egy vízszintes, neutrontükrként viselkedő kristályfelületre, ahonnan rugalmasan visszapattantak a kezdeti magasságukig, és ez ismétlődött ...

A kísérlet vázlatát az *F-1. ábra* mutatja. A rendszer egy W bemenőnyílásból, egy M neutrontükrből ($z = 0$ magasságban), egy L hosszúságú A neutronelnyelő falból ($z = H$ magasságban) és egy D neutrontetektorból áll. A neutronsugár állandó v_x vízszintes sebességgel repül az A és M közötti üregben W -től D -ig. Mindegyik neutron, amely eléri az A felületet, elnyelődik, azaz eltűnik a kísérletből. Azok, amelyek eléri az M felületet, rugalmasan visszaverődnek. A D detektor azon neutronok $N(H)$ számát méri, amelyek egységnyi idő alatt eléri a detektort.



F-1. ábra

Az üregbe belépő neutronok sebességének v_z függőleges komponense mind pozitív, mind negatív irányban széles tartományban változik. Az üregbe belépő neutronok a tükr és az elnyelő felület között repülnek.

1. Határozd meg klasszikusan a z magasságban belépő neutronok $v_z(z)$ függőleges sebességének azt a tartományát, amelyben a neutron eléri a detektort! Tedd fel, hogy L sokkal hosszabb, mint a feladatban bármely más hosszúság!

2. Számold ki klasszikusan az üreg L_c minimális hosszát, amely biztosítja, hogy az előző pontban szereplő sebességtartományon kívüli neutronok minden z esetén elnyelődjenek A -ban! Legyen $v_x = 10 \text{ ms}^{-1}$ és $H = 50 \text{ }\mu\text{m}$.

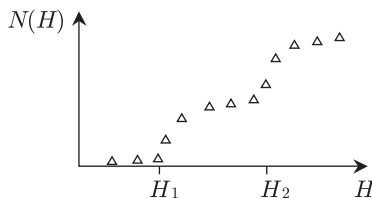
Az $N(H)$ átmenő neutronfluxust mérjük D -ben. Azt várjuk, hogy ez a mennyiség monoton növekszik H -val.

3. Határozd meg klasszikusan a detektort időegységenként elérő összes neutron $N_c(H)$ számát, feltéve, hogy a belépő neutronnyalábban minden v_z sebesség és minden z magasság egyformán valószínű. A választ az üregbe egységnyi idő alatt, egységnyi v_z függőleges sebességtartományban és egységnyi z magasságtartományban belépő neutronok számát megadó ρ állandóval fejezd ki!

A grenoble-i csoport által kapott eredmények nem egyeztek a fenti klasszikus jóslattal, helyette $N(H)$ kísérleti értékei hirtelen ugrásokat mutattak, amikor H bizonyos kritikus értékeket ($H_1, H_2, \dots$) átlépett. Ezt mutatja vázlatosan az *F-2. ábra*. Más szavakkal, a kísérlet azt mutatta, hogy a neutron függőleges pattogó mozgása kvantált. Hasonlóan ahhoz, ahogy Bohr és Sommerfeld a hidrogénatom energiaszintjeit megkapta, itt is úgy fogalmazhatunk, hogy „az S hatás a h Planck-állandó egész szorozosa”. Ebben a feladatban S -et az

$$S = \int p_z(z) dz = nh, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

összefüggés határozza meg (Bohr–Sommerfeld kvantumfeltétel), ahol p_z az impulzus függőleges komponense, és az integrált a pattogás teljes periódusára kell elvégezni. Csak olyan neutronok haladhatnak az üregben, melyek a feltételt kielégítő S -sel rendelkeznek.



F-2. ábra

4. Számold ki azokat a H_n holtpontmagasságokat és E_n energiaszinteket (ahol E_n a függőleges mozgáshoz tartozó mechanikai energia), amelyeket a Bohr–Sommerfeld kvantálás megenged! Add meg H_1 számszerű értékét μm -ben és E_1 értékét eV-ban!

¹V. V. Nesvizhevsky et al., „Quantum states of neutrons in the Earth’s gravitational field.” *Nature*, **415** (2002) 297., *Phys. Rev. D* **67**, 102002 (2003).

A kvantálással a hosszú üregeken keresztülrepülő neutronok belépéskor egyenletes eloszlása megváltozik, és ezért detektáltak lépcsőszerű eloszlást (lásd az *F-2. ábrát*.) A továbbiakban az egyszerűség kedvéért egy $H < H_2$ magasságú, hosszú üreget vizsgálunk. Klasszikusan minden, az 1. kérdésben meghatározott energiatartományban levő neutron keresztülmehet az üregeken, de a kvantummechanika szerint csak azok, melyek energiája E_1 . Az energiára és időre vonatkozó Heisenberg-féle határozatlansági reláció szerint ez az energiaérték meghatároz egy minimális repülési időt.

5. Becsöld meg a minimális t_q repülési időt és az üregnek ehhez tartozó minimális L_q hosszát, amely ahhoz szükséges, hogy meg tudjuk figyelni a neutronok D -ben mért számában az első éles növekedést. Legyen $v_x = 10 \text{ ms}^{-1}$.

Adatok:	Planck-állandó	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js},$
	fénysebesség vákuumban	$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1},$
	elemi töltés	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C},$
	neutron tömege	$M = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$
	nehézségi gyorsulás	$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}.$

Ha szükséges, használd:
$$\int (1-x)^{1/2} dx = -\frac{2(1-x)^{3/2}}{3}.$$