

Az  $(a_n)$ ,  $(b_n)$ ,  $(c_n)$  sorozatokat a következőképpen definiáljuk:

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 2, \quad c_1 = 4;$$

tetszőleges  $n > 1$  egészre  $a_n$  a legkisebb pozitív egész, amely nem szerepel az  $a_1, \dots, a_{n-1}, b_1, \dots, b_{n-1}$  és  $c_1, \dots, c_{n-1}$  számok között;  $b_n$  a legkisebb pozitív egész, amely nem szerepel az  $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_{n-1}$  és  $c_1, \dots, c_{n-1}$  számok között, és  $c_n = n + 2b_n - a_n$ . Bizonyítsuk be, hogy

$$0 < (1 + \sqrt{3})n - b_n < 2.$$