

Legyen A és E egy szabályos nyolcszög két átellenes csúcsa. Egy béka az A csúcsból kiindulva kezd ugrálni. A nyolcszög bármely csúcsából – az E -t kivéve – a mellette levő egyik csúcsba ugorhat. Ha az E csúcsba ér, akkor megáll, és ott marad.

Legyen a_n a pontosan n ugrásból álló különböző utak száma.

Bizonyítsa be, hogy $a_{2n-1} = 0$, $a_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x^{n-1} - y^{n-1})$, $n = 1, 2, 3, \dots$, ahol $x = 2 + \sqrt{2}$ és $y = 2 - \sqrt{2}$.

Megjegyzés: Egy pontosan n ugrásból álló út a csúcsoknak olyan $P_0, P_1, \dots, P_n$ sorozata, amely eleget tesz az alábbi feltételeknek:

- I. $P_0 = A, P_n = E$;
- II. minden, $0 \leq i \leq n - 1$ egyenlőtlenséget kielégítő i -re P_i különbözik E -től;
- III. minden, $0 \leq i \leq n - 1$ egyenlőtlenséget kielégítő i -re P_i és P_{i+1} szomszédos csúcsok.