

Jelöljük a tetraéder beírt gömbjének sugarát ϱ -val, a tetraéder A, B, C, D csúcsaival szemközti lapokat kívülről érintő gömbök sugarait rendre $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3, \varrho_4$ -gyel, az A, B, C, D csúcsokból a szemközti lapokra bocsátott magasságvonalak hosszát m_1, m_2, m_3, m_4 -gyel. Bizonyítsuk be, hogy fennállnak a következő összefüggések:

$$\text{a) } \frac{2}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} + \frac{1}{\varrho_3} + \frac{1}{\varrho_4},$$

$$\text{b) } \frac{1}{\varrho} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_4},$$

$$\text{c) } \frac{1}{\varrho_1} = -\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} + \frac{1}{m_4}.$$

(Hasonló összefüggések találhatók $\frac{1}{\varrho_2}, \frac{1}{\varrho_3}, \frac{1}{\varrho_4}$ -re.)