

Jelentsen f olyan valós függvényt, amely minden valós x -re értelmezett, továbbá a következő tulajdonságú:

$$f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - [f(x)]^2},$$

ahol a adott pozitív szám.

I. Bizonyítsuk be, hogy az f függvény periodikus, azaz létezik olyan pozitív b szám, amelyre x minden értéke esetén fennáll:

$$f(x+b) = f(x).$$

II. Adjunk konkrét példát (az azonosan állandótól különböző) ilyen f függvényre, ahol $a = 1$.