

Legyen

$$(1) \quad f(x) = \frac{px + q}{rx + s},$$

ahol p, q, r, s állandó, és $ps - qr < 0$. Bizonyítsuk be a következőket:

$$(2) \quad \left. \begin{array}{ll} \text{I.} & x_1 < x_2 < -\frac{s}{r} \\ \text{II.} & -\frac{s}{r} < x_1 < x_2 \end{array} \right\} \text{ akkor } f(x_1) > f(x_2).$$

Legyen továbbá $\varepsilon > 0$, ekkor

$$(3) \quad \text{az I. esetben } f(x_1 - \varepsilon) - f(x_1) < f(x_2 - \varepsilon) - f(x_2),$$

$$(4) \quad \text{a II. esetben } f(x_1) - f(x_1 + \varepsilon) > f(x_2) - f(x_2 + \varepsilon).$$