

A síkban $n(\geq 3)$ egyenes páronként metszi egymást, de nincs az összesnek egy közös pontja. Jelöljük a metszéspontok számát M -mel, az egyes egyeneseken levő metszéspontok számát $R_1, R_2, \dots, R_n$ -nel, az egyes metszéspontokon átmenő egyenesek számát $r_1, r_2, \dots, r_M$ -mel. Az utóbbiakat a pontok rendjének fogjuk nevezni. Bizonyítsuk be a következőket:

a) Tetszés szerinti egyenesünkön a páros rendű pontok száma páros, ha n páratlan, és páratlan, ha n páros.

$$b) (r_1 - 1)r_1 + (r_2 - 1)r_2 + \dots + (r_M - 1)r_M = (n - 1)n;$$

$$c) R_1 + R_2 + \dots + R_n = r_1 + r_2 + \dots + r_M;$$

$$d) r_1 + r_2 + \dots + r_M \geq 2n + M - 3;$$

$$e) R_1 + R_2 + \dots + R_n \geq 3n - 3;$$

$$f) \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_n}{n} \geq \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_M}{M}.$$