

Gondoljuk, hogy a $100 - 999$ természetes számok mindegyikéhez kiszámítottuk a számjegyek S összegét, továbbá, hogy megszámoltuk: a lehetséges $S = 1, 2, 3, \dots, 27$ értékek mindegyike hányszor fordul elő. Mutassuk meg, hogy az S érték előfordulásának $f(S)$ számát a következő kifejezések állítják elő:

$$f(S) = \begin{cases} \frac{n(n+1)}{2}, & \text{ha } 1 \leq S \leq 9; \\ -n^2 + 28n - 126, & \text{ha } 10 \leq S \leq 18; \\ \frac{n^2 - 57n + 812}{2}, & \text{ha } 19 \leq S \leq 27; \end{cases}$$