

Bizonyítsuk be, hogy ha n természetes szám, és $0 < x < \frac{\pi}{2n}$, akkor

$$(1) \quad \frac{1}{2} \left(\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} nx - \operatorname{tg} (n-1)x \right) > \frac{1}{n} \operatorname{tg} nx.$$

(Az $n = 3$ eset az 1971. évi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny 1. fordulóján kitűzött feladat volt.)