

Legyen $f(x)$ a zárt $(0, 1)$ intervallumban értelmezett tetszőleges folytonos (egyértékű) függvény és $f(0) = f(1) = 0$. Bizonyítsuk be, hogy bármely $n(> 1)$ természetes számhoz van olyan x , hogy

$$0 \leq x < x + \frac{1}{n} \leq 1 \quad \text{és} \quad f(x) = f\left(x + \frac{1}{n}\right).$$