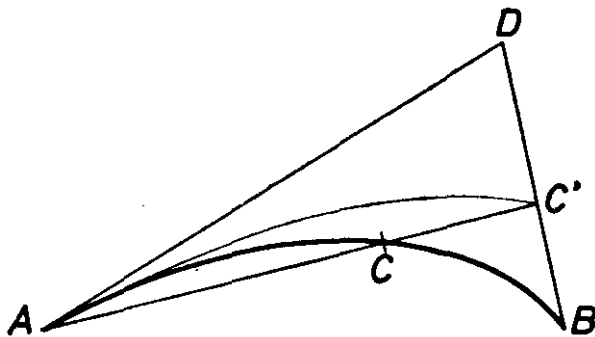


Keressük meg a (nem javítható) hibát ebben a bizonyításban! Milyen hallgatólágos feltételt használt fel a bizonyításban a szerző?

Adott egy folytonos $\widehat{AB}$ görbe, amelynek A pontjában van érintője.



Be akarjuk látni, hogy ha a görbe C pontja közeledik az A ponthoz, akkor az $\widehat{AC}$ ívhossz és az AC szakasz hossz aránya 1-hez tart. Newton a Principia c.művében erre lényegében a következőket mondja (*Newton: A Principából és az Optikából*, Kriterion, Bukarest, 1981, 86. old.). Foglaljuk be az $\widehat{AB}$ görbét egy ABD háromszögbe, ahol AD a görbe A pontbeli érintője (I. az ábrát). Az AC egyenes messe a BD szakaszt a C' pontban. Nagyítsuk ki az $\widehat{AC}$ ívet az A pontból úgy, hogy a C pont a C' pontba kerüljön. Ekkor az $\widehat{AC'}$ ívhossz és az AC' szakasz hossz aránya megegyezik az $\widehat{AC}$ ívhossz és az AC szakasz arányával. Az $\widehat{AC'}$ ív benne van az ADC' háromszögben, tehát az $\widehat{AC'}$ ívhossz kisebb $AD + DC'$ -nél, és a háromszög egyenlőtlenség szerint $AD \leq AC' + DC'$. Tehát

$$AC' \leq \widehat{AC'} \leq AC' + 2DC'.$$

Ha C közeledik A -hoz, akkor az AC egyenes közeledik az AD érintőhöz, C' tehát közeledik D -hez. így a DC' szakasz 0-hoz tart. Tehát az $\widehat{AC'}/AC'$ arány (s így a vele egyenlő $\widehat{AC'}/AC$ arány is) 1-hez tart.