

A táblára az alábbi félkész egyenletet írták:

$$(1) \quad x^3 + \square x^2 + \square x + \square = 0$$

Ketten játszanak. A kezdő a három üres téglalap egyikébe alkalmas egész számot írhat. Ezután a második a megmaradt két téglalap valamelyikébe tetszőleges egész számot ír, végül a kezdő az utolsó üresen maradt téglalapba ismét egy alkalmas egész számot ír.

Bizonyítsuk be, hogy a kezdő játékos mindig elérheti, hogy a kitöltés után kapott harmadfokú egyenletnek három – nem feltétlenül különböző – egész gyöke legyen.