

Megmutatjuk, hogy minden $k(> 1)$ természetes szám negyedik hatványa 4-szeresének megvan a kívánt tulajdonsága, azaz ha $a = 4k^4$, akkor az $n^4 + 4k^4$ szám felbontható olyan két egész szám szorzatára, melyek egyike sem egyenlő 1-gyel. Ekkor pedig a szám összetett szám.

Valóban, teljes négyzetté kiegészítéssel két négyzet különbségét kapjuk, ami tovább szorzattá alakítható:

$$\begin{aligned} z &= n^4 + 4k^4 = (n^2 + 2k^2)^2 - 4n^2k^2 = \\ &= (n^2 + 2k^2 - 2nk)(n^2 + 2k^2 + 2nk), \end{aligned}$$

és itt a kisebbik tényező

$$(n - k)^2 + k^2 \geq 1,$$

egyenlőség csak $n - k = 0$ és $k = 1$, azaz $n = k = 1$ esetén áll fenn. Eszerint végtelen sok k és $a = 4k^4$ szám felel meg az állításnak.

Simon Sándor (Szolnok, Verseghe F. Gimn., II. o. t.)
Párkány Katalin (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., I. o. t.)