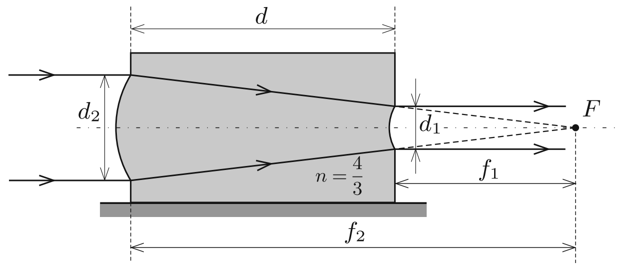
Az $R = 2r$ görbületi sugarú gömbsüvegre érkező párhuzamos fénysugarak a határfelületen megtörve az F pontban (a törőfelület jobb oldali fókuszpontjában) találkoznának, ha mindvégig a vízben haladnának (*1. ábra*). Ezek a fénysugarak az r görbületi sugarú gömbsüvegen megtörve ismét párhuzamossá válnak, tehát a befelé domboruló felület jobb oldali fókuszpontja ugyancsak az F pont.

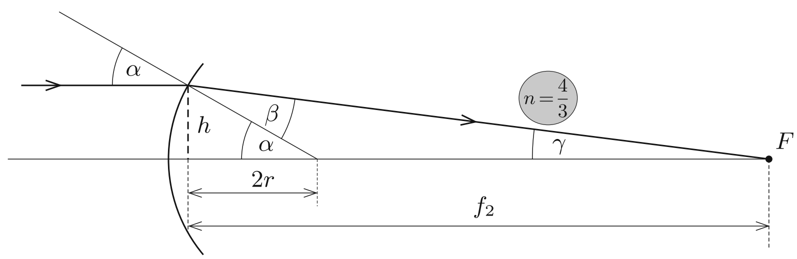


1. ábra

Ha sikerül meghatároznunk az f_1 és f_2 fókusztávolságokat, ezek segítségével már megkaphatjuk az akvárium szélességét és a gömbsüvegek átmérőjének arányát:

$$d = f_2 - f_1, \qquad \text{illetve} \qquad \frac{d_2}{d_1} = \frac{f_2}{f_1}.$$

Tekintsük azt a fénysugarat, amelyik az optikai tengelytől *kicsiny* h távolságban haladva eléri a kifelé domboruló gömbsüveget, azon megtörve, majd az n törésmutatójú vízben haladva f_2 távolságban érné el az optikai tengelyt (*2. ábra*).



2. ábra

A kicsiny beesési szögre igaz, hogy

$$\frac{h}{2r} = \operatorname{tg}\alpha \approx \sin\alpha \approx \alpha,$$

a törési szögre pedig a törési törvény alapján:

$$\beta \approx \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} \approx \frac{\alpha}{n}.$$

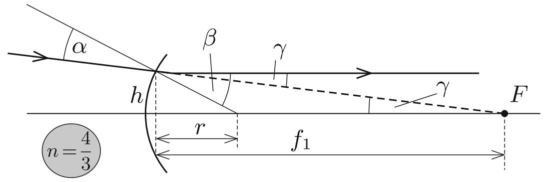
Fennáll továbbá, hogy a 2. ábrán látható γ szögre

$$\frac{h}{f_2} = \operatorname{tg}\gamma \approx \gamma, \qquad \text{valamint} \qquad \alpha = \beta + \gamma.$$

A fenti egyenletekből következik, hogy

$$f_2 = \frac{h}{\gamma} = \frac{h}{\alpha - \beta} = \frac{h}{\alpha}\,\frac{n}{n-1} = 2r\frac{n}{n-1} = 8r.$$

Ezek után határozzuk meg a víz felől az r sugarú (befelé domborodó) gömbsüveghez érkező fénysugarakat (*3. ábra*). Ezek a sugarak az F pont felé tartanak, de a fénytörés után párhuzamosan haladnak tovább.



3. ábra

A fénytörés törvénye szerint (kis szögek esetén)

$$\beta \approx \sin\beta = n\sin\alpha \approx n\alpha, \qquad \text{azaz} \qquad \beta = n\alpha,$$

valamint

$$\frac{h}{f_1} = \operatorname{tg}\gamma \approx \gamma = \beta - \alpha = \beta\left(1 - \frac{1}{n}\right) \approx \frac{h}{r}\left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Innen leolvashatjuk, hogy

$$f_1 = \frac{n}{n-1}r = 4r.$$

a) A fenti részeredményeket kihasználva kapjuk, hogy az akvárium szélessége: $d = f_2 - f_1 = 4r$.

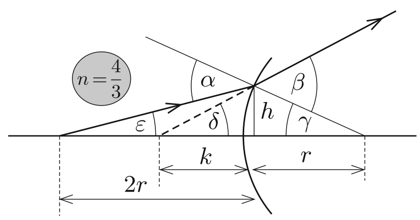
b) Az 1. ábráról leolvasható, hogy a keresett arány:

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{f_2}{f_1} = 2.$$

c) Az akvárium közepénél elhelyezkedő piciny halacska mindkét görbült felülettől $2r$ távol van. A halacskából a bal oldali gömbsüveg felé kiinduló fénysugarak (mivel a halacska a középpontjában helyezkedik el) törésmentesen haladnak tovább, tehát a hal (virtuális) képe ugyanott keletkezik, ahol a halacska ténylegesen megtalálható.

Ha a jobb oldali gömbsüvegen keresztül nézzük a halat, a *4. ábra* jelöléseivel a következő összefüggéseket írhatjuk fel:

$$\beta = n\alpha,$$
$$\beta = \delta + \gamma, \qquad \alpha = \varepsilon + \gamma.$$



4. ábra

Másrészt igaz, hogy

$$\varepsilon = \frac{h}{2r}, \qquad \delta = \frac{h}{k}, \qquad \gamma = \frac{h}{r}.$$

Ezekből kifejezhetjük a halacska (virtuális) képének a befelé domborodó gömbsüvegtől mért távolságát:

$$k = \frac{2r}{3n-2} = r.$$

Somlán Gellért (Pécsi Leőwey Klára Gimn., 11. évf.)