a) A játékautóra a lejtővel párhuzamosan a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense és a talajnál fellépő S nagyságú tapadó súrlódási erő hat. A kiskocsi egyenletesen mozog, tehát

$$S=(m+m_0)g\sin\alpha.$$

Az S erőnek a tengelyekre kifejtett teljes forgatónyomatéka $M=Sr$, ami a feladat szövege szerint $I\gamma$-val egyezik meg, vagyis az áramkörben folyó áram:

$$I=\frac{(m+m_0)gr\sin\alpha}{\gamma}. \tag{1}$$

A kerekek nem csúsznak meg, tehát $\omega r=v$, továbbá a feladat szövege szerint az ideális áramköri elemre jutó feszültség:

$$U=\gamma\omega=\frac{\gamma v}{r}.$$

A körben folyó áram:

$$I=\frac{U_0-U}{R_\mathrm{b}+R}=\frac{U_0-(v\gamma/r)}{R_\mathrm{b}+R}. \tag{2}$$

Az (1) és (2) egyenletek összevetésével a játékautó sebessége kifejezhető és kiszámítható:

$$v=\frac{U_0r}{\gamma}-\frac{(m+m_0)gr^2\sin\alpha\,(R_\mathrm{b}+R)}{\gamma^2}\approx 7{,}2\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}.$$

b) A hasznos (mechanikai) teljesítmény tetszőleges m teher esetén:

$$P_\mathrm{mech.}=mgv\sin\alpha=mg\sin\alpha\left(\frac{U_0}{\gamma}r-\frac{(m+m_0)gr^2\sin\alpha}{\gamma^2}(R_\mathrm{b}+R)\right),$$

az összes (elektromos) teljesítmény pedig

$$P_\mathrm{el.}=U_0I=U_0\frac{M}{\gamma}=\frac{U_0}{\gamma}(m+m_0)gr\sin\alpha.$$

A hatásfok:

$$\eta=\frac{P_\mathrm{mech.}}{P_\mathrm{el.}}=\frac{m}{(m+m_0)}-\frac{mgr\sin\alpha}{U_0\gamma}(R_\mathrm{b}+R),$$

amit az adatok behelyettesítése után (a tömegeket kg egységekben számolva) így írhatunk:

$$\eta(m)=\frac{m}{m+0{,}3}-\frac{m}{27}.$$

Grafikus ábrázolással, deriválással, vagy algebrai egyenlőtlenség alkalmazásával megállapíthatjuk, hogy a legnagyobb hatásfok $m\approx 2{,}55$ kg-os teherhez tartozik, és a maximum értéke 80%.

Bonifert Balázs (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján