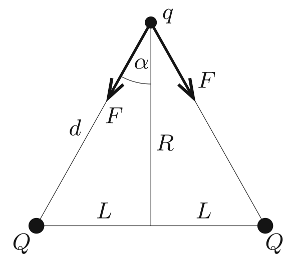
$$F = k\frac{Qq}{d^2}$$

Az erők „vízszintes” komponensei kiejtik egymást, a ,
koszinusza:

$$\cos\alpha = \frac{R}{d}$$

a) Az *ábra* jelöléseit használva kiszámíthatjuk, hogy az F erő nagysága:



A körpályán egyenletesen keringő test mozgásegyenlete:

$$ma = F_{\text{eredő}} = 2F\cos\alpha = 2k\frac{QqR}{\left(R^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Mivel az m tömegű test állandó v nagyságú sebességgel körpályán mozog, a keringési ideje kiszámolható a gyorsulásából:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \qquad \text{és} \qquad a = \frac{v^2}{R},$$

ahonnan a keringési idő:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2kQq}}\left(R^2+L^2\right)^{\frac{3}{4}}.$$

b) $R \ll L$ esetben a keringési idő kifejezése így közelíthető:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2kQq}}\,L^{\frac{3}{2}}\left(\frac{R^2}{L^2}+1\right)^{\frac{3}{4}} \approx 2\pi\sqrt{\frac{m}{2kQq}}\,L^{\frac{3}{2}}\left(1+\frac{3}{4}\frac{R^2}{L^2}\right).$$

Ha R-et elhanyagoljuk L mellett, akkor

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2kQq}}\,L^{\frac{3}{2}}.$$

Ebben a közelítésben a keringési idő *nem* függ a körpálya sugarától.

$R \gg L$ esetén

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2kQq}}\,R^{\frac{3}{2}}\left(\frac{L^2}{R^2}+1\right)^{\frac{3}{4}} \approx 2\pi\sqrt{\frac{m}{2kQq}}\,R^{\frac{3}{2}}\left(1+\frac{3}{4}\frac{L^2}{R^2}\right).$$

Ha L-et elhanyagoljuk R mellett, akkor

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2kQq}}\,R^{\frac{3}{2}}.$$

Ebben a közelítésben a keringési idő *nem* függ a Q nagyságú töltések távolságától.

c) A rezgő test mozgásegyenlete:

$$ma(x) = 2F\cos\alpha = 2k\frac{Qqx}{\left(x^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}},$$

ahol $a(x)$ a test pillanatnyi gyorsulását jelöli abban a helyzetben, ahol a test x távolságban van Q töltések felezőpontjától (vagyis az egyensúlyi helyzetétől).

Látható, hogy a mozgás *nem* egyenletesen gyorsuló, hiszen $a(x) \neq$ állandó, de *nem* is harmonikus rezgőmozgás, mert $a(x)$ nem arányos x-szel. A mozgás időbeli leírása meglehetősen bonyolult, elemi eszközökkel nem adható meg, és emiatt a rezgés idejét sem tudjuk pontosan kiszámítani. De erre nincs is szükségünk, a rezgésidőt csak a keringés idejével akarjuk összehasonlítani.

Tudjuk, hogy a mozgás során minden pillanatban $R^2 \geq x^2$ (és a mozgás fordulópontjait leszámítva határozott egyenlőtlenség áll fenn), ezért ha a mozgásegyenletben a tört nevezőjében az x^2-et R^2-tel helyettesítjük, akkor (az $x = \pm R$ pontokat leszámítva) az erőt megadó kifejezés kisebb lesz az eredetinél:

$$2k\frac{Qqx}{\left(x^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}} > 2k\frac{Qqx}{\left(R^2+L^2\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Az egyenlőtlenség jobb oldalának megfelelő erőtörvény egy harmonikus rezgőmozgást ír le, és ezen rezgés periódusideje éppen a körmozgáséval egyenlő. Mivel a tényleges rezgés „rugóállandója” ennél az állandónál nagyobb, a kialakuló rezgés periódusideje *kisebb* lesz, mint a keringésé.

Bonifert Balázs (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 11. évf.)