

Két dobozból veszünk ki ellenállásokat. Mivel egy-egy dobozban 5 ellenállás van, a választási lehetőségek száma mindkét esetben $5^2 = 25$.

a) Soros kapcsolás esetében az ellenállások összeadódnak.

A $2\text{ k}\Omega$ -os eredő csak egyféleképpen kapható meg: ha mindegyik dobozból $1\text{ k}\Omega$ -os ellenállást veszünk ki. Ugyanez a helyzet a $10\text{ k}\Omega$ -os eredménnyel, az csak $5\text{ k}\Omega + 5\text{ k}\Omega$ esetén valósítható meg. Ezek valószínűsége (a kedvező lehetőségek száma osztva az összes lehetőség számával):

$$p_2 = p_{10} = \frac{1}{25} = 0,04 = 4\%.$$

(A p -vel jelölt valószínűség indexe a soros eredő kiloohmban mért értékére utal.)

A $3\text{ k}\Omega$ -os eredőre már két lehetőségünk van ($1\text{ k}\Omega + 2\text{ k}\Omega$ vagy $2\text{ k}\Omega + 1\text{ k}\Omega$). A $9\text{ k}\Omega$ -os eredő ellenállás is kétféleképpen állhat elő ($4\text{ k}\Omega + 5\text{ k}\Omega$ vagy $5\text{ k}\Omega + 4\text{ k}\Omega$), ezek valószínűsége tehát

$$p_3 = p_9 = \frac{2}{25} = 0,08 = 8\%.$$

A $4\text{ k}\Omega$ -os eredőhöz háromféle választás vezethet ($1\text{ k}\Omega + 3\text{ k}\Omega$ vagy $3\text{ k}\Omega + 1\text{ k}\Omega$ vagy $2\text{ k}\Omega + 2\text{ k}\Omega$), és ugyancsak háromféleképpen állhat elő a $8\text{ k}\Omega$ -os eredő ($3\text{ k}\Omega + 5\text{ k}\Omega$ vagy $5\text{ k}\Omega + 3\text{ k}\Omega$ vagy $4\text{ k}\Omega + 4\text{ k}\Omega$). Ezek valószínűsége:

$$p_4 = p_8 = \frac{3}{25} = 0,12 = 12\%.$$

Hasonló módon kapjuk, hogy

$$p_5 = p_7 = \frac{4}{25} = 0,16 = 16\%,$$

és végül (mivel $6\text{ k}\Omega$ -os eredő ötféleképpen állítható elő)

$$p_6 = \frac{5}{25} = 0,20 = 20\%.$$

Így valóban minden lehetőséget figyelembe vettünk, hiszen

$$4\% + 8\% + 12\% + 16\% + 20\% + 16\% + 12\% + 8\% + 4\% = 100\%.$$

b) Párhuzamos kapcsolás esetében az eredő ellenállás a kapcsolás bármelyik ellenállásánál kisebb értékű.

Az eredő ellenállás képlete:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \text{ebből} \quad R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

A $30\text{ k}\Omega$ -os eredőt csak nála nagyobb értékű ellenállások párhuzamos kapcsolásával kaphatunk. Erre csak egyetlen egy lehetőség van: mindkét dobozból a $60\text{ k}\Omega$ -os ellenállást húzzuk ki. Ez jó választás, hiszen

$$R_e = \frac{60\text{ k}\Omega \cdot 60\text{ k}\Omega}{60\text{ k}\Omega + 60\text{ k}\Omega} = 30\text{ k}\Omega.$$

Eszerint a valószínűség:

$$p_{30} = \frac{1}{25} = 0,04 = 4\%.$$

A $20\text{ k}\Omega$ -os eredőt csak a nála nagyobb, vagyis a 30 és/vagy a 60 kiloohmos ellenállásból kaphatjuk meg. Ez kétféleképpen valósulhat meg:

$$R_e = \frac{30\text{ k}\Omega \cdot 60\text{ k}\Omega}{30\text{ k}\Omega + 60\text{ k}\Omega} = 20\text{ k}\Omega$$

és

$$R_e = \frac{60\text{ k}\Omega \cdot 30\text{ k}\Omega}{60\text{ k}\Omega + 30\text{ k}\Omega} = 20\text{ k}\Omega.$$

(A két egyforma ellenállás eredője vagy nagyobb, vagy kisebb lenne $20\text{ k}\Omega$ -nál.) A kérdéses valószínűség:

$$p_{20} = \frac{2}{25} = 0,08 = 8\%.$$

Hasonló módon láthatjuk be, hogy

$$p_{15} = \frac{3}{25} = 0,12 = 12\%,$$

$$p_{12} = \frac{4}{25} = 0,16 = 16\%,$$

és végül

$$p_{10} = \frac{5}{25} = 0,2 = 20\%.$$

A fenti esetek a $10\text{ k}\Omega$ -nál *nem kisebb* eredőjű kapcsolások mindegyikét tartalmazzák, így $p_{\geq 10} = p_{30} + p_{20} + p_{15} + p_{12} + p_{10} = 0,6 = 60\%$. Annak valószínűsége, hogy az eredő ellenállás $10\text{ k}\Omega$ -nál *kisebb*, a „hiányzó” 40%-kal egyenlő:

$$p_{<10} = 1 - p_{\geq 10} = 0,4 = 40\%.$$

Endrész Balázs (Pápa, Türr István Gimn. és Koll., 12. évf.)

dolgozata felhasználásával

Megjegyzés: Az első esetben az ellenállások nagysága, a második esetben pedig az ellenállások reciprokának nagysága *számtani sorozatot* alkot. Ez tette lehetővé, hogy különböző ellenálláspárok eredője éppen ugyanakkorának bizonyuljon.
(G. P.)