

Ismert adatok:

A fazék alapterülete kezdetben: $A_0 = 10 \text{ dm}^2 = 0,1 \text{ m}^2$;

a víz térfogata kezdetben: $V_0 = 5 \text{ liter} = 5 \text{ dm}^3 = 0,005 \text{ m}^3$;

a víz sűrűsége (kezdetben): $\rho_0 = 998 \text{ kg/m}^3$;

a kezdeti hőmérséklet: $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$;

a végső hőmérséklet: $T_1 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ (tehát a hőmérséklet megváltozása: $\Delta T = T_1 - T_0 = 60 \text{ }^\circ\text{C}$);

a víz (átlagos) hőtágulási együtthatója: $\beta_{\text{víz}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$;

az acél (térfogati) hőtágulási együtthatója: $\beta_{\text{acél}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; a lineáris hőtágulás együtthatója $\alpha_{\text{acél}} = \frac{1}{3} \beta_{\text{acél}}$,

a keresztmetszet (terület) relatív tágulásának együtthatója pedig $2\alpha_{\text{acél}} = \frac{2}{3} \beta_{\text{acél}}$.

a) Kezdetben a nyomás az edény alján:

$$p_0 = \frac{\rho_0 V_0 g}{A_0} = 489,5 \text{ Pa.}$$

A melegítés során a víz tömege nem változik meg, a súlya tehát $\rho_0 V_0 g$ marad, az edény keresztmetszete viszont megnő, $A_0(1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T)$ nagyságú lesz. Ezek szerint a hidrosztatikai nyomás a melegítés után

$$p_1 = \frac{\rho_0 V_0 g}{A_0(1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T)} = 488,5 \text{ Pa,}$$

az eredeti értéknél 1 Pa-lal kevesebb lesz.

b) Kezdetben a víz magassága

$$h_0 = \frac{V_0}{A_0} = 0,05 \text{ m.}$$

Az edény megváltozott keresztmetszete:

$$A_1 = A_0 \left(1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T \right),$$

a víz megváltozott térfogata pedig

$$V_1 = V_0(1 + \beta_{\text{víz}}\Delta T)$$

lesz. Ezek szerint a felmelegített víz magassága a felmelegített fazékban

$$h_1 = \frac{V_1}{A_1} = \frac{V_0(1 + \beta_{\text{víz}}\Delta T)}{A_0(1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T)} = \frac{1 + \beta_{\text{víz}}\Delta T}{1 + \frac{2}{3}\beta_{\text{acél}}\Delta T} h_0 = 5,11 \cdot 10^{-2} \text{ m,}$$

az eredeti értéknél kb. 1,1 mm-rel magasabb lesz.

Gábrriel Tamás (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 9. évf.)