

Legyen az összenyomott rugó rugalmas energiája E_0 ! Ez először mozgási, majd helyzeti és mozgási energiává alakul.

1. eset (rögzített kiskocsi)

Legyen a kilövés pillanatában (amikor a rugó energiája már nullára csökkent) a lövedék sebessége v_1 , ennek vízszintes irányú komponense v_{1x} , függőleges irányú komponense pedig v_{1y} (tehát $v_1^2 = v_{1x}^2 + v_{1y}^2$). Mivel a kocsihoz képest $\alpha = 30^\circ$ -os szögben lőttük ki a lövedéket, és a kocsi nem tud elmozdulni, a lövedék asztalhoz viszonyított sebességének a vízszintessel bezárt szöge is α , tehát

$$\frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \text{azaz} \quad v_{1x}^2 = 3 \cdot v_{1y}^2.$$

Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$E_0 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m (v_{1x}^2 + v_{1y}^2) = \frac{1}{2} m (3v_{1y}^2 + v_{1y}^2) = 2m v_{1y}^2.$$

Az emelkedési magasságot a lövedék függőleges irányú kezdősebessége határozza meg:

$$\frac{1}{2} m v_{1y}^2 = m g h_1,$$

vagyis

$$h_1 = \frac{v_{1y}^2}{2g} = \frac{E_0}{4mg}.$$

2. eset (a kiskocsi szabadon elmozdulhat)

Legyen a kilövés pillanatában (amikor a rugó energiája már nullára csökkent) a lövedék sebessége v_2 , ennek vízszintes irányú komponense v_{2x} , függőleges irányú komponense v_{2y} (tehát $v_2^2 = v_{2x}^2 + v_{2y}^2$), a kocsi sebessége pedig v (ez vízszintes irányú, a lövedékével ellentétes irányban).

A kiskocsi+lövedék rendszerre nem hat vízszintes irányú külső erő, így a lendületmegmaradás törvénye alapján

$$0 = m v_{2x} - m v, \quad \text{vagyis} \quad v = v_{2x}.$$

Ezek szerint a lövedék vízszintes irányú sebessége a kiskocsihoz képest $v_{2x} + v = 2v_{2x}$. Mivel a kocsihoz képest $\alpha = 30^\circ$ -os szögben lőttük ki a lövedéket, fennáll:

$$\frac{v_{2y}}{2v_{2x}} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \text{ahonnan} \quad v_{2x}^2 = \frac{3}{4} v_{2y}^2$$

következik.

Az energiamegmaradás törvénye alapján:

$$\begin{aligned} E_0 &= \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (v_{2x}^2 + v_{2y}^2) + \frac{1}{2} m v_{2x}^2 = \\ &= \frac{1}{2} m \left(\frac{3}{4} v_{2y}^2 + v_{2y}^2 \right) + \frac{1}{2} m \left(\frac{3}{4} v_{2y}^2 \right) = \frac{5}{4} m v_{2y}^2. \end{aligned}$$

A lövedék emelkedési magasságát most is a lövedék függőleges irányú kezdősebessége határozza meg:

$$\frac{1}{2} m v_{2y}^2 = m g h_2, \quad \text{vagyis} \quad h_2 = \frac{v_{2y}^2}{2g} = \frac{2E_0}{5mg}.$$

A két esetet összevetve látjuk, hogy az emelkedési magasságok aránya:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{8}{5} = 1,6.$$

Jánosik Áron (Győr, Révai Miklós Gimn. és Koll., 12. évf.)