

A kis körök kivágása előtt az alakzat tömegközéppontja a nagy kör középpontjában volt. Egyre több kis kör kivágása után a maradék idom tömegközéppontja egyre inkább jobbra mozdul el.

Az eredeti kör sugara 1, területe $T = \pi$. Az n -edik kis kör sugara $x_n = (1/2)^{n+1}$, területe $T_n = (1/4)^{n+1}\pi$. A forgatónyomatékok egyensúlyából rendre kiszámolhatjuk, hogy mekkora y_n távolsággal tolódik el n darab kis kör kivágása után a maradék lemez tömegközéppontja. (A maradék rész forgatónyomatéka az eredeti lemez középpontjára vonatkoztatva nyilván ugyanakkora, mint amennyi a kivágott részek forgatónyomatéka volt.)

a) Ha csak a legnagyobb kört vágjuk ki, akkor (a lemez vastagságával, anyagának sűrűségével és g -vel egyszerűsítve) az alábbi összefüggéshez jutunk:

$$T_1 x_1 = (T - T_1) y_1,$$

ahonnan megkapjuk, hogy $y_1 = \frac{1}{60} \approx 0,017$ egység.

b) Két kördarab eltávolítása után a maradékra felírható:

$$T_1 x_1 + T_2 (2x_1 + x_2) = (T - T_1 - T_2) y_2,$$

ahonnan $y_2 = \frac{13}{472} \approx 0,028$ egység eredmény adódik.

c) Ha nagyon sok (formálisan $n \rightarrow \infty$) kört távolítunk el a lemezből, akkor a maradék rész tömegközéppontjának y -nal jelölt elmozdulására az alábbi összefüggést írhatjuk fel:

$$T_1 x_1 + T_2 (2x_1 + x_2) + T_3 (2x_1 + 2x_2 + x_3) + \dots = (T - T_1 - T_2 - T_3 - \dots) y.$$

A jobb oldalon szereplő összeg:

$$\left(\pi - \frac{\pi}{16} - \frac{\pi}{64} - \frac{\pi}{256} - \dots \right) y = \left(1 - \sum_{i=2}^{\infty} \frac{1}{4^i} \right) \pi y = \frac{11}{12} \pi y.$$

A forgatónyomatéki egyenlet bal oldala:

$$\pi \left(\frac{1}{64} + \frac{5}{512} + \frac{13}{4096} + \frac{29}{32768} + \dots \right) = \pi \sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^k - 3}{8^k} = \frac{5}{168} \pi.$$

Innen már adódik, hogy a keresett távolság

$$y = \frac{5}{168} \cdot \frac{12}{11} = \frac{5}{154} \approx 0,032 \text{ egység.}$$

Téglás Panna (Révkomárom, Selye János Gimn., 10. évf.)