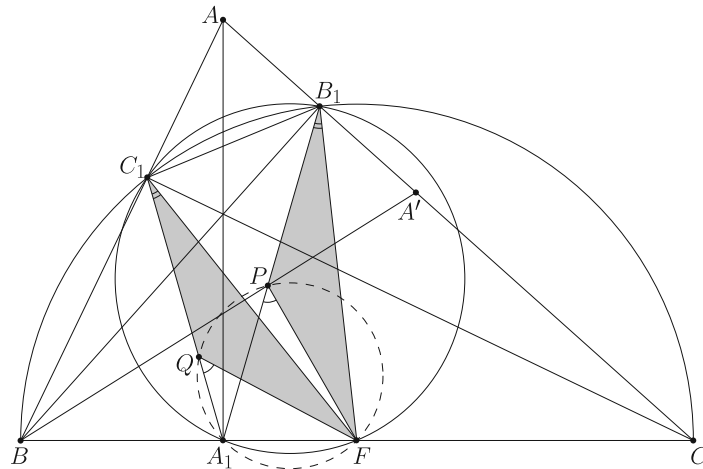


Először megmutatjuk, hogy a  $P$  pont az  $A_1B_1$ , a  $Q$  pedig az  $A_1C_1$  szakasznak belső pontja. Legyen  $A'$  az  $A$  csúcsnak a  $BB_1$  magasságra vonatkozó tükörképe. Az  $AB < BC$  feltétel miatt  $AB_1 < B_1C$ , ezért az  $A'$  pont a  $B_1C$  szakasznak belső pontja. A  $BA'$  szakasz a háromszög belsejében halad, és  $P$  ennek belső pontja, tehát  $P$  a háromszög belsejébe esik.

Jól ismert, hogy bármely hegyesszögű háromszögben a magasságvonalak felezik a talpponti háromszög szögeit, ezért a  $B_1C_1$  félegyenesnek a  $BB_1$  magasságra vonatkozó tükörképe a  $B_1A_1$  félegyenes. A  $P$  pont tehát a  $B_1A_1$  félegyenesnek a háromszög belsejébe eső szakaszán, vagyis az  $A_1B_1$  szakasz belsejében helyezkedik el.

Hasonlóan láthatjuk, hogy  $AC < BC$  miatt  $Q$  az  $A_1C_1$  szakasznak belső pontja.



Legyen  $BC$  felezőpontja  $F$ ; az  $FB_1$  és  $FC_1$  szakaszok a  $BC$  oldal Thalész-körének sugarai, ezért  $FB_1 = FC_1$ . Szintén jól ismert, hogy az  $A_1, B_1, C_1, F$  pontok egy körön, a háromszög Feuerbach-körén vannak.

Vegyük észre, hogy az  $FB_1P$  és  $FC_1Q$  háromszögek egybevágók, mert  $FB_1 = FC_1$ ,  $B_1P = B_1C_1 = C_1Q$ , és  $PB_1F \sphericalangle = A_1B_1F \sphericalangle = A_1C_1F \sphericalangle = QC_1F \sphericalangle$  az  $A_1B_1F$  ívhez tartozó kerületi szögek a Feuerbach-körön. Tehát

$$A_1PF \sphericalangle = 180^\circ - FPB_1 \sphericalangle = 180^\circ - FQC_1 \sphericalangle = A_1QF \sphericalangle,$$

ez pedig mutatja, hogy az  $A_1, F, P, Q$  pontok egy körön vannak, ahogy az bizonyítandó volt.