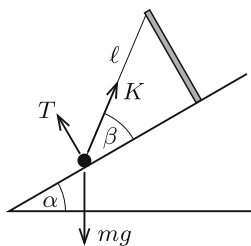


Az 1. ábra az elrendezés oldalnézeti (a tartórúd és az egyensúlyi helyzetű fonál által meghatározott síkra merőleges nézetét) mutatja. Feltüntettük az ingatestre ható erőket: K a fonalat feszítő erő, T a lejtő által kifejtett „tartóerő” és mg az m tömegű ingatestre ható nehézségi erő.



1. ábra



2. ábra

Kis amplitúdójú lengések esetén az ingatest mozgása jó közelítéssel egyenes vonalú (vízszintes irányú) mozgás. Ez az egyenes és az inga fonala által meghatározott sík a lengés síkjá. A 2. ábra a lengés síkjára merőleges irányú „szembenézetet” ábrázolja. Ezen a nézeten leolvasható, hogy amikor az egyensúlyi helyzettől mért szögkitérés φ , vagyis a vízszintes irányú kitérés

$$x = \ell \sin \varphi \approx \ell \varphi,$$

akkor az ingatestet

$$(1) \quad K' = K \sin \varphi = K \frac{x}{\ell}$$

nagyságú erő húzza vissza az egyensúlyi helyzet felé. Az ingatest ténylegesen egy körív mentén mozog, ezt a mozgást azonban közelíthetjük egy egyenes (a kör érintője) menti mozgással.

A kis kitérésű mozgás során az ingatest sebessége mindvégig kicsi, ezért a tartórúd talppontja felé mutató, a sebesség négyzetével arányos a_{cp} centripetális gyorsulást elhanyagolhatjuk. Írjuk fel az oldalnézeti ábrán lejtő irányúnak látszó, a T -re merőleges irányban a mozgásegyenletet:

$$ma_{cp} = mg \sin \alpha - K \cos \beta \cos \varphi \approx 0,$$

vagyis

$$(2) \quad K \approx mg \frac{\sin \alpha}{\cos \beta \cos \varphi} \approx mg \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}.$$

(Felhasználtuk, hogy kis kitérések esetén $\cos \varphi \approx 1$.)

Amennyiben (2)-t a vízszintes irányú erő (1) képletébe helyettesítjük, megkapjuk az x kitéréshez tartozó erőt:

$$K' = \frac{mgx}{\ell} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \equiv D \cdot x.$$

Felismerhetjük, hogy ez az erőtvény megegyezik a $D = \frac{mg}{\ell} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$ „rugóállandójú” harmonikus rezgőmozgás erőtvényével, és emiatt a feladatban szereplő ferde inga periódusideje:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g} \frac{\cos \beta}{\sin \alpha}}.$$

Sepsi Csombor Márton (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján